

# CALCULO INDUSTRIAL DE MAQUINAS ELECTRICAS

TOMO II

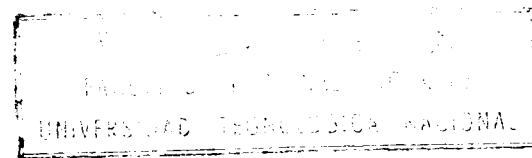
UNIVERSIDAD  
POLITECNICA  
BARCELONA



marcombo  
boixareu editores



02071



© J. Corrales, 1976  
U.P.B.  
Reservados todos los derechos

## MÉTODO DE CÁLCULO

ISBN: 84-600-6751-3 (obra completa)  
ISBN: 84-600-6753-X (tomo II)  
Depósito Legal B. 40.339-1975  
Impreso en España  
Printed in Spain  
Publicaciones Reunidas, S.A.  
Alfonso XII, s/n. Badalona-(Barcelona)

## 2.01. CÁLCULO PARAMÉTRICO

### 2.01.01 Generalidades

En la industria no es lo más frecuente tener que calcular íntegramente máquinas nuevas sino que se deducen éstas de las ya construidas mediante transformación de algunas dimensiones. Más adelante veremos cómo varían las características de las máquinas en función de sus dimensiones, pero ya de ahora diremos que estas características son más significativas, cualquiera sea el método de cálculo, expresadas en valores relativos y sobre ellos dependen decisivamente ciertos parámetros que pueden considerarse fundamentales para la máquina. De tal modo, tampoco es preciso, por lo general, hacer el estudio de dichas características sino que basta, en muchos casos, determinar si aquellos parámetros son normales. En la mayoría de las ocasiones la adaptación de la máquina se hará tomando como base la conservación de dichos parámetros constituidos a su vez por valores específicos o relativos.

La expresión *exacta* de las múltiples relaciones existentes sería extremadamente complicada y a veces irrealizable por lo cual es necesario ceñirse a ciertas hipótesis simples sin perder de vista, no obstante, las desviaciones que pueden introducir tales simplificaciones en los resultados prácticos. El cálculo debe unificarse también haciendo intervenir el menor número posible de parámetros electromagnéticos distintos.

### 2.01.02 Parámetros magnéticos

Son fundamentales en este sentido las inducciones  $B$  (flujos por unidad superficial) y entre todas ellas la inducción máxima en el entrehierro  $\hat{B}_g$  de las máquinas rotatorias, o en el núcleo,  $\hat{B}_n$ , de los transformadores con la que se asocian fácilmente casi todas las restantes. En el terreno comparativo es suficiente basar el estudio sobre la hipótesis de una distribución espacial de la onda de flujo, idéntica en todos los casos similares. Esta onda será rectangular para las máquinas de corriente continua y senoidal para las de al-

## 2.01. CÁLCULO PARAMÉTRICO

### 2.01.01 Generalidades

En la industria no es lo más frecuente tener que calcular íntegramente máquinas nuevas sino que se deducen éstas de las ya construidas mediante transformación de algunas dimensiones. Más adelante veremos cómo varían las características de las máquinas en función de sus dimensiones, pero ya desde ahora diremos que estas características son más significativas, cualquiera que sea el método de cálculo, expresadas en valores relativos y sobre ellos influyen decisivamente ciertos parámetros que pueden considerarse fundamentales para la máquina. De tal modo, tampoco es preciso, por lo general, estudiar el estudio de dichas características sino que basta, en muchos casos, determinar si aquellos parámetros son normales. En la mayoría de las ocasiones la adaptación de la máquina se hará tomando como base la conservación de dichos parámetros constituidos a su vez por valores específicos o relativos.

La expresión *exacta* de las múltiples relaciones existentes sería extremadamente complicada y a veces irrealizable por lo cual es necesario ceñirse a ciertas hipótesis simples sin perder de vista, no obstante, las desviaciones que pueden introducir tales simplificaciones en los resultados prácticos. El cálculo debe unificarse también haciendo intervenir el menor número posible de parámetros electromagnéticos distintos.

### 2.01.02 Parámetros magnéticos

Son fundamentales en este sentido las inducciones  $B$  (flujos por unidad superficial) y entre todas ellas la inducción máxima en el entrehierro  $\hat{B}_g$  de las máquinas rotatorias, o en el núcleo,  $\hat{B}_n$ , de los transformadores con la que se asocian fácilmente casi todas las restantes. En el terreno comparativo es suficiente basar el estudio sobre la hipótesis de una distribución espacial de la onda de flujo, idéntica en todos los casos similares. Esta onda será rectangular para las máquinas de corriente continua y senoidal para las de al-

terna. Las ondas monofásicas de flujo se supondrá que varían senoidalmente en función del tiempo. Al aplicar los principios generales que de ello se desprenden podrán hacerse las correcciones adecuadas a las condiciones y al tipo específico de la máquina.

### 2.01.03 Parámetros eléctricos

Se reducen en esencia a dos, típicos: Las densidades de corriente  $A$  y las cargas lineales específicas  $q$  cuya influencia trasciende al comportamiento de la máquina no solo en el aspecto del funcionamiento electromagnético sino incluso térmico y mecánico.

Veamos las ecuaciones fundamentales en que intervienen unos y otros parámetros.

### 2.01.04 F.E.M. de una máquina de corriente continua

La ecuación de la f.e.m. es, [1.04.04 c],

$$E = \frac{\hat{\phi}}{a} \frac{N}{60} Z \hat{\phi}_\delta \quad (\text{V}) \quad [2.01.04 \text{ a}]$$

$\hat{\phi}_\delta$  = Flujo por polo en Wb

$Z$  = número total de conductores de la máquina

$\hat{\phi}$  = » de pares de polos

$a$  = » » » » vías

$N$  = velocidad de giro en r/m

La expresión de la inducción ideal en el entrehierro viene dada por, [1.04.08 b],

$$\hat{B}_\delta = \frac{\hat{\phi}_\delta}{\psi (\tau_p L)} \quad (\text{T}) \quad [2.01.04 \text{ b}]$$

$\hat{B}_\delta$  = inducción máxima supuesto el inducido liso y sin canales de ventilación radial con onda de campo rectangular limitada al arco polar  $b_p = \psi \tau_p$  (m), en (T)

$L$  = longitud total o geométrica del inducido en m

$\tau_p$  = paso polar del inducido en m

$\psi$  = recubrimiento, y también  $\frac{1}{\psi}$  coeficiente de amplitud de la onda de campo en el entrehierro, es decir, relación del valor máximo al valor medio de dicha onda supuesta rectangular

$$\frac{1}{\psi} = \frac{\hat{B}_\delta}{\bar{B}_\delta}$$

El número total de conductores  $Z$  en [a] puede sustituirse por

$$Z = n Z_n \quad (\text{conductores}) \quad [2.01.04 \text{ c}]$$

$n$  = número de ranuras del inducido

$Z_n$  = » » conductores por ranura,

y el paso polar en [b] cabe expresarlo por

$$\tau_p = \frac{\pi D}{2p} \quad (\text{m}) \quad [2.01.04 \text{ d}]$$

$D$  = diámetro del inducido en el entrehierro en m.

Sustituyendo en [a] los valores de  $Z$  y  $\hat{\phi}_\delta$  según se deducen de [b] [c] y [d], tendremos:

$$E = \frac{\psi n N Z_n}{38,2 a} (DL) \frac{\hat{B}_\delta}{\psi} \quad (\text{V})$$

$$E = \left( \frac{\psi n}{38,2} \right) \left( \frac{N}{1000} \right) \frac{Z_n}{a} (DL) \frac{\hat{B}_\delta}{\psi} \quad (\text{V}) \quad [2.01.04 \text{ e}]$$

$D$  = diámetro del inducido en cm

$L$  = longitud del inducido en cm

$\hat{B}_\delta$  = inducción máxima con inducido liso y onda de flujo rectangular, en T

$N$  = velocidad en r/m.

$n$  = número de ranuras

$Z_n$  = conductores por ranura

$a$  = pares de vías

$\psi$  = recubrimiento

Esta es la primera ecuación paramétrica que nos da la expresión de la f.e.m. en función de una sola característica magnética: la inducción máxima ideal  $\hat{B}_\delta$  en el entrehierro liso supuesta la onda de flujo rectangular. Todas las restantes magnitudes que intervienen son dimensiones o elementos constructivos de la máquina, limitadas aquéllas a  $D$ ,  $L$  y  $\psi$ . Se aprecia, además, claramente que la f.e.m. de una máquina de corriente continua es independiente del número de polos, lo cual no se trasluce en la ecuación [a]. También se ve que el voltaje es proporcional a la sección diametral ( $DL$ ), cm<sup>2</sup>, del inducido y desde luego a la velocidad de giro. Ninguna otra característica eléctrica de la máquina (corriente, cargas lineales, etc.), interviene en la expresión de la f.e.m. Una vez estudiada más adelante la ecuación paramétrica de la potencia nos será fácil con ayuda de la expresión [e] deducir todas las máquinas distintas que puedan derivarse de una cierta estructura mecánica parcial o conjunta disponible en el taller, o las modificaciones más simples que cabe introducir para obtener nuevas características eléctricas determinadas.

Estos dos problemas en los cuales van involucrados los de normalización y simplificación de tipos, alcanzan una importancia económica considerable en la construcción de máquinas eléctricas y aparecen constantemente en la oficina técnica. Su solución, más rápida y exacta que la del estudio de nuevos tipos, constituye una gran parte de la actividad calculadora en el terreno industrial; ello no obsta para que el ingeniero deba estar dispuesto en cualquier momento a la creación de aquéllos nuevos tipos con todos los avances que los métodos y elementos en continuo progreso pongan a su alcance, lo cual requiere unos conocimientos más amplios que los que se precisan cuando se trata de simples adaptaciones, por interesantes que resulten económicamente de momento.

### 2.01.05 Potencia de una máquina de corriente continua

Como se trata de analizar las condiciones eléctricas de las máquinas, la potencia base que utilizaremos en todos estos estudios será la *potencia en bornes*  $P_b$ . Esta es la potencia útil en el caso de un generador y la absorbida en el caso de un motor. Designando por  $U$  (V) la tensión nominal y por  $I$  (A) la corriente de línea

$$P_b = U I \quad (\text{W}) \quad [2.01.05 \text{ a}]$$

Igualmente podemos convenir en asentar el cálculo de las características de la máquina en la inducción máxima del entrehierro que correspondería, no a la f.e.m. en carga  $E$ , sino a la tensión nominal en bornes  $U$ , lo cual viene a coincidir con la situación de marcha en vacío. La inducción, por lo dicho en los párrafos anteriores, será a su vez la que se desprende de considerar una onda de campo rectangular de base  $b_p$ , [2.01.04 b], y la representaremos por  $\hat{B}_{\delta o}$ .

Con tales supuestos, y en las unidades más convenientes (longitudes en cm, inducción en T), [2.01.04 e], escribiremos ahora

$$U = \frac{\psi n}{382} \frac{N}{1000} \frac{Z_n}{a} (DL) \hat{B}_{\delta o} \quad (\text{V})$$

Por otra parte

$$\frac{I}{2a} = s \Delta \quad [2.01.05 \text{ b}]$$

$s$  sección de un conductor en  $\text{mm}^2$

$\Delta$  densidad de corriente en  $\frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$

Definiendo por

$$q = \frac{n Z_n}{\pi D} \frac{I}{2a} \quad (\text{AC/cm}) \quad [2.01.05 \text{ c}]$$

la carga lineal específica del inducido; por

$$A_{cu} = \frac{n Z_n s}{10^4} \quad (\text{dm}^2) \quad [2.01.05 \text{ e}]$$

[s en  $\text{mm}^2$ ]

la sección transversal de cobre en el conjunto de las  $n$  ranuras; por

$$A_{\square} = \frac{L D}{10^2} \quad (\text{dm}^2) \quad [2.01.05 \text{ f}]$$

( $D$  y  $L$  en cm)

la sección longitudinal del inducido mismo, y poniendo la potencia  $P_b$  en kW,

$$P_b = \frac{\psi}{0,191} \left( \frac{N}{1000} \right) (A_{cu} A_{\square}) \left( \hat{B}_{\delta o} \Delta \right) \quad (\text{kW}) \quad [2.01.05 \text{ g}]$$

(Repetimos:  $P$  en kW,  $N$  en r/m,  $A_{cu}$  y  $A_{\square}$  en  $\text{dm}^2$ ,  $\hat{B}_{\delta o}$  en T,  $\Delta$  en  $\text{A/mm}^2$ )

Análogamente, en las mismas unidades, con  $q$  en  $\text{Ac/cm}$  y haciendo

$$V_{\square} = D^2 L \quad (\text{dm}^3), \quad [2.01.05 \text{ h}]$$

$$P_b = \frac{\psi}{60,7} \left( \frac{N}{1000} \right) V_{\square} \left( \hat{B}_{\delta o} q \right) \quad (\text{kW}) \quad [2.01.05 \text{ i}]$$

( $P$  en kW,  $V_{\square}$  en  $\text{dm}^3$ ,  $q$  en  $\text{Ac/cm}$ ,  $\hat{B}_{\delta o}$  en T y  $N$  en r/m)

$V_{\square} = D^2 L$  representa el volumen del prisma circunscrito al inducido o volumen prismático en el entrehierro,

En efecto:

$$\begin{aligned} P_b &= UI = \left( \frac{\psi n}{382} \frac{N}{1000} \frac{Z_n}{a} DL \hat{B}_{\delta o} \right) (2as\Delta) \quad (\text{W}) \\ &= \frac{\psi}{191} \frac{N}{1000} (n Z_n s) (DL) \left( \hat{B}_{\delta o} \Delta \right) \quad (\text{W}) \\ &= \frac{\psi}{191} \frac{N}{1000} A_{cu} A_{\square} \hat{B}_{\delta o} \Delta \quad (\text{W}) \end{aligned}$$

En la expresión anterior, con  $s$  en  $\text{mm}^2$ ,  $A_{cu}$  viene dada en  $\text{mm}^2$ ; si la expresamos en  $\text{dm}^2$  y hacemos lo mismo para  $A_{\square}$ , que allí está en  $\text{cm}^2$ , a la vez que ponemos  $P_b$  en kW,

$$(P_b \times 10^3) = \frac{\psi}{191} \frac{N}{1000} (A_{cu} \cdot 10^4) (A_{\square} \cdot 10^3) \hat{B}_{\delta o} \Delta$$

y

$$P_b = \frac{\psi}{0,191} \frac{N}{1000} A_{cu} A_{\square} \hat{B}_{\delta o} \Delta \quad (\text{kW})$$

como se ha indicado en [g]

También, volviendo al origen,

$$P_b = \left( \frac{\psi n}{382} \frac{N}{1000} \frac{Z_n}{a} D L \hat{B}_{\delta o} \right) I \quad (\text{W})$$

$$= \frac{\psi}{382} \frac{N}{1000} \left( n Z_n \frac{I}{a} \right) D L \hat{B}_{\delta o} \quad (\text{W})$$

$$= \frac{\psi}{382} \frac{N}{1000} (2 \pi D q) D L \hat{B}_{\delta o} \quad (\text{W})$$

$$= \frac{\pi \psi}{191} \frac{N}{1000} (D^2 L) \hat{B}_{\delta o} q \quad (\text{W})$$

D y L continúan estando en cm; si las expresamos en dm y  $P_b$  en kW

$$(P_b \times 10^3) = \frac{\pi \psi}{191} \frac{N}{1000} (D^2 L \cdot 10^3) \hat{B}_{\delta o} q$$

y

$$P_b = \frac{\psi}{60,7} \frac{N}{1000} (D^2 L) \hat{B}_{\delta o} q \quad (\text{kW})$$

según se expone en [i].

Notemos también que, [2.01.04 a],

$$P_b = UI = \left( \frac{P}{a} \frac{N}{60} Z \hat{\Phi}_{\delta o} \right) I = (2 p \hat{\Phi}_{\delta o}) \left( \frac{Z I}{2 a} \right) \frac{N}{60} \quad (\text{W})$$

$$\boxed{P_b = \dot{\Phi}_{\delta o} \dot{I} \frac{N}{60}} \quad (\text{W}) \quad [2.01.05 j]$$

siendo

$$\dot{\Phi}_{\delta} = 2 p \hat{\Phi}_{\delta o} \quad (\text{Wb}) \quad [2.01.05 k]$$

el flujo total que cruza el entrehierro,

$$\dot{I} = Z \frac{I}{2 a} \quad (\text{A}) \quad [2.01.05 b]$$

la corriente total axial de la máquina, con  $N$  en r/m.

Ambas ecuaciones [g] e [i] son bien significativas: La potencia en bornes  $P_b$  (kW) de una máquina es exactamente proporcional a la sección longitudinal del inducido  $A_{\square}$  (dm<sup>2</sup>), a la sección total de cobre en las ranuras  $A_{cu}$  en (dm<sup>2</sup>) y a los coeficientes de trabajo, magnético (inducción en el entrehierro)  $\hat{B}_{\delta o}$  (T), y eléctrico (densidad de corriente  $\Delta$  ( $\frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$ )); o también, exactamente proporcional al volumen prismático del inducido  $V_{\square}$  (dm<sup>3</sup>), a la misma inducción  $\hat{B}_{\delta o}$  (T) y a la carga lineal específica de la armadura  $q$  ( $\frac{\text{Ac}}{\text{cm}}$ ). Siempre, por supuesto, la potencia en bornes  $P_b$  y la velocidad de giro  $N$  (r/m) son rigurosamente proporcionales entre sí. Si manteniendo constantes todas las restantes dimensiones y la velocidad y coeficientes electromagnéticos de trabajo de la máquina, se alarga o se acorta de longitud del inducido, la potencia varía proporcionalmente. Este recurso es muy corriente para multiplicar el número de potencias distintas a obtener de un mismo tipo constructivo.

Hagamos notar que entre  $q$  (Ac/cm) y  $\Delta$  (A/mm<sup>2</sup>) existen las siguientes relaciones: con  $I$  en A,  $D$  en cm,  $s$  en mm<sup>2</sup> y el paso de ranuras  $\tau_{\delta} = \frac{\pi D}{n}$  en cm y designando además por  $S_{cn}$  la sección neta de conductores por ranura en mm<sup>2</sup>

$$\boxed{q} = \frac{n Z_n \frac{I}{2 a}}{\pi D} = \frac{Z_n s \Delta}{\pi D} = \boxed{\frac{S_{cn} \Delta}{\tau_{\delta}}} \quad (\text{Ac/cm}) \quad [2.01.05 m]$$

evidente puesto que ( $S_{cn} \Delta$ ), A, es la corriente por ranura y  $\tau_{\delta}$ , cm, el desarrollo del entrehierro que corresponde a un paso de éstas.

## 2.01.06 Par de la máquina

El par es una magnitud mecánica ligada con la potencia de esta naturaleza a través de la velocidad de giro, y sus unidades, bien conocidas, m · kg, New · m o J-par, etc., se desprenden de su misma expresión. En la construcción de máquinas eléctricas resulta muy cómodo introducir otras unidades más directamente relacionadas con las características propias de dichas máquinas, midiendo el par unas veces en  $\frac{\text{W}}{\text{r/m}}$  y otras en W o kW, o incluso en kVA, a una cierta velocidad nominal. La primera unidad es en sí tan legítima como pueden serlo las unidades clásicas; constituye una medida del valor absoluto del par, y pudiera aplicarse igualmente a cualquier otro tipo de máquinas; la segunda, en cambio, el kW o el kVA a una velocidad prefijada sólo puede tomarse como valor relativo ya que consiste en definir el par por la



potencia que la máquina podría dar manteniendo éste a la velocidad en cuestión. Numéricamente depende, pues, de dicha velocidad y sólo sirve a efectos comparativos de los diversos pares dentro de una misma máquina o entre máquinas de la misma velocidad, lo cual sin embargo no le resta utilidad en el estudio individual de las máquinas eléctricas, especialmente en las de corriente alterna.

Cifrándonos por el momento a la medida del par en  $\frac{W}{r/m}$ , deduciremos enseguida su expresión de las ecuaciones [2.01.05 g, i y j]

$$\boxed{M_b} = \frac{P_b \times 1000}{N} = \frac{P_b}{\left(\frac{N}{1000}\right)} = \frac{\psi}{0,191} (A_{cu} A_{\square}) \left(\hat{B}_{\delta o} \Delta\right) \quad \left(\frac{W}{r/m}\right) \quad [2.01.06 a]$$

y

$$\boxed{M_b} = \frac{\psi}{60,7} V_{\square} \left(\hat{B}_{\delta o} q\right) \quad \left(\frac{W}{r/m}\right) \quad [2.01.06 b]$$

o bien

$$\boxed{M_b} = \frac{\hat{\Phi}_{\delta o} \dot{I}}{60} \quad \left(\frac{W}{r/m}\right) \quad [2.01.06 c]$$

( $A_{cu}$  y  $A_{\square}$  en  $dm^2$ ,  $\hat{B}_{\delta o}$  en T,  $\Delta$  en  $\frac{A}{mm^2}$ ,  $V_{\square}$  en  $dm^3$ ,  $q$  en  $\frac{Ac}{cm}$ ,  $\hat{\Phi}_{\delta o}$  en Wb e  $\dot{I}$  en A). De esta forma,  $M_b$  viene dado idénticamente en  $\frac{W}{r/m}$  o en kW por cada 1000 r/m  $\left(\frac{kW}{kr/m}\right)$

Las fórmulas anteriores son bien expresivas. Dadas las dimensiones constructivas principales  $\psi$ ,  $A_{cu}$  y  $A_{\square}$  y los parámetros electromagnéticos de servicio  $\hat{B}_{\delta o}$  y  $\Delta$  o  $q$ , lo que queda absolutamente determinada no es la potencia eléctrica en bornes  $P_b$  sino el par  $M_b$  de la máquina que por hallarse referido a dicha potencia, sin traducción mecánica inmediata, denominaremos «par ficticio» o, convencionalmente, por analogía, «par en bornes» y, aun, «par eléctrico» de la máquina <sup>(1)</sup>.

La misma máquina en idénticas condiciones electromagnéticas puede dar cualquier potencia según sea la velocidad. Anticipemos, pues, desde ahora, que es el par y no la potencia lo que determina fundamentalmente las dimensiones de una máquina eléctrica.

Entre las unidades de par existe la relación

(1) No debe confundirse con el «par electromagnético» o a nivel del entrehierro cuyo significado mecánico es indudable como par transmitido desde el estator al rotor, aunque entre éste y el par en bornes no exista numéricamente mucha diferencia. La diferencia tampoco llega a ser considerable con respecto al par en el eje ni al par en el acoplamiento de la transmisión.

$$1 \text{ m} \cdot \text{kg} = 9,81 \text{ Nw} \cdot \text{m} = 9,81 \text{ J-par} = 1,03 \frac{W}{r/m} = 1,03 \frac{kW}{kr/m}$$

$$1 \frac{W}{r/m} = 1 \frac{kW}{kr/m} = 9,55 \text{ Nw} \cdot \text{m} = 9,55 \text{ J-par}$$

es decir, que para obtener el par en  $m \cdot \text{kg}$  hay que dividir por 1,03 el par medido en  $\frac{W}{r/m}$  y para obtenerlo en JOULES-par o  $Nw \cdot \text{m}$ , multiplicar los  $\frac{W}{r/m}$  por 9,55.

En primera aproximación, el par en  $m \cdot \text{kg}$  y en  $\frac{W}{r/m}$  viene dado por la misma cifra.

Al depender el par, y la potencia, de la sección total de cobre en el inducido pero no de su distribución en un número mayor o menor de conductores, se ve que esta potencia teóricamente es independiente de la tensión. En la práctica, el espacio a reservar para el aislamiento en las ranuras hace que la sección disponible de cobre y con ella la potencia de la máquina se reduzca si el voltaje elegido es sensiblemente elevado.

#### 2.01.07 Ejemplo

Aplicar las ecuaciones que anteceden para deducir la potencia de la dinamo, cuyo estudio hemos venido efectuando en varios ejemplos anteriores, caracterizada por las siguientes dimensiones.

- Diámetro del entrehierro  $D = 60 \text{ cm}$
- Longitud axial del inducido  $L = 36 \text{ cm}$
- Recubrimiento polar geométrico  $\psi = 0,62$
- Número de ranuras  $n = 75$
- Conductores por ranura  $Z_n = 8$
- Sección de un conductor  $s = 13 \times 2,2 = 28,6 \text{ mm}^2$
- Velocidad de giro  $N = 985 \text{ r/m}$

La máquina trabajaría en vacío con un valor ideal de la inducción máxima en el entrehierro  $\hat{B}_{\delta o} = 0,723 \text{ T}$  (párr. 1.04.12) y con una densidad de corriente a P.C.  $\Delta = 4 \text{ A/mm}^2$ .

Tomando la fórmula [2.01.06 a] se obtiene para el par eléctrico o en bornes

$$M_b = \frac{\psi}{0,191} (A_{cu} A_{\square}) \left(\hat{B}_{\delta o} \Delta\right) \quad \frac{W}{r/m}$$

y como

$$A_{cu} = n Z_n s = 75 \cdot 8 \cdot 28,6 = 17160 \text{ mm}^2 \equiv 1,716 \text{ dm}^2$$

y

$$A_{\square} = 60 \cdot 36 = 2160 \text{ cm}^2 = 21,6 \text{ dm}^2$$

resulta

$$M_b = \frac{0,62}{0,191} (1,716 \cdot 21,6) (0,723 \cdot 4) = 350 \frac{W}{r/m}$$

y a 985 r/m, la potencia en bornes

$$P_b = N M_b = 985 \cdot 0,350 = 345 \text{ kW}$$

Corresponde exactamente a la potencia asignada a la máquina en la tabla (1.04.29 a).  
Si acudimos a la fórmula [2.01.06 b],

$$M_b = \frac{\psi}{60,7} V_{\square} (q \hat{B}_{\square}) \frac{W}{r/m}$$

con [2.01.05 m]

$$q = \frac{S_m \Delta}{\tau_{\delta}}$$

tendremos: sección de cobre por ranura,

$$S_m = Z_n s = 8 \cdot 28,6 = 228,8 \text{ mm}^2;$$

paso de ranuras,

$$\tau_{\delta} = \frac{\pi D}{n} = \frac{\pi \cdot 60}{75} = 2,51 \text{ cm}$$

y

$$q = \frac{228,8 \cdot 4}{2,51} = 366 \text{ Ac/cm},$$

carga específica lineal deducida en este caso del valor fijado para  $\Delta$  pero que puede ser impuesta como dato de partida constituyendo entonces  $\Delta$  una consecuencia de  $q$ .

El volumen prismático del inducido asciende a

$$V_{\square} = D^2 L = 6^2 \cdot 3,6 = 129,5 \text{ dm}^3$$

y

$$M_b = \frac{0,62}{60,7} 129,5 (366 \cdot 0,723) = 350 \frac{W}{r/m}$$

igual que antes; análogamente

$$P_b = 0,35 \cdot 985 = 345 \text{ kW}$$

Con el mismo tipo constructivo e idénticos parámetros electromagnéticos en servicio se podría construir esta máquina, por ejemplo, también a 985 r/m, para 400 kW alargando el inducido hasta  $36 \frac{400}{345} = 41,7 \text{ cm}$ ; o bien, dejando invariable la longitud  $L$ , pero a 800 r/m, para  $345 \frac{800}{985} = 280 \text{ kW}$ .

Razones económicas y otros aspectos de funcionamiento (tensión de conmutación, facilidad de ventilación, etc.), señalarán las potencias y velocidades límites que obligarían a pasar ya a otro diámetro.

## 2.01.08 Significado térmico del producto paramétrico ( $q \Delta$ ).

Cada uno de estos dos parámetros aisladamente tiene una influencia sobre las características electromagnéticas de la máquina pero el producto de ambos

ejerce efecto decisivo sobre el calentamiento de los bobinados pudiendo incluso tomarse como un índice seguro de la elevación de temperatura cuando se compara este producto en máquinas de construcción similar.

Por su misma definición

$$q = \frac{n Z_n I_c}{\pi D} \text{ Ac/cm}$$

( $I_c$  = corriente por conductor en A)

y la densidad en la sección  $s$  del conductor individual

$$\Delta = \frac{I_c}{s} \text{ A/mm}^2$$

Multiplicando ambas expresiones miembro a miembro, haciendo intervenir la resistencia eléctrica de todo el devanado en serie y unificando en dm las longitudes se llega a la expresión

$$(q \Delta) = \frac{R_{se} I_c^2}{\rho A_0} \left( \frac{\text{Ac}}{\text{cm}} \times \frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \right) \quad [2.01.08 \text{ a}]$$

( $q$  en Ac/cm,  $\Delta$  en A/mm<sup>2</sup>,  $I_c$  en A,  $\rho$  en  $\frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$ ;  $R_{se}$ , resistencia de todo el bobinado desarrollado, en  $\Omega$  y  $A_0$ , superficie cilíndrica del bobinado, supuestas extendidas axialmente las cabezas de bobina, en dm<sup>2</sup>)

$$A_0 = \pi D l_m \text{ (dm}^2\text{)}$$

( $D$  y  $l_m$  —longitud media de un conductor—, en dm).

En efecto:

$$(q \Delta) = \left( \frac{n Z_n I_c}{\pi D} \right) \left( \frac{I_c}{s} \right) = \frac{n Z_n I_c^2}{\pi D s} \quad (\text{Ac/cm} \times \text{A/mm}^2)$$

( $I_c$  en A,  $D$  en cm,  $s$  en mm<sup>2</sup>).

Multiplicando y dividiendo por la longitud media de un conductor  $l_m$  en metros

$$q \Delta = \frac{n Z_n l_m I_c^2}{\pi D l_m s}$$

pero ( $n Z_n l_m$ ) =  $L_e$  no es sino la longitud total en m que comporta el devanado desarrollado

$$L_e = n Z_n l_m \quad (\text{m})$$

y cuanto a  $(\pi D l_m)$  con  $D$  en cm y  $l_m$  en m, equivale a la superficie cilíndrica del arrollamiento, supuestas rectificadas y extendidas axialmente las cabezas de bobina, expresada en  $\text{dm}^2$

$$\pi D l_m = A_o \text{ (dm}^2\text{)}$$

Por tanto,

$$(qA) = \frac{L_c I_c^2}{A_o s} \left( \frac{Ac}{\text{cm}} \times \frac{A}{\text{mm}^2} \right)$$

$$(L_c \text{ en m, } s \text{ en mm}^2, I_c \text{ en A, } A_o \text{ en dm}^2)$$

Ahora bien: la resistencia óhmica de todo el devanado en serie vale precisamente

$$R_{se} = \frac{\rho L_c}{s} \quad \Omega$$

$$(\rho \text{ en } \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}, L_c \text{ en m, } s \text{ en mm}^2)$$

Así, llegamos a la ecuación [a]:

$$(qA) = \frac{R_{se} I_c^2}{\rho A_o}$$

es proporcional justamente al número de vatios, por  $\text{dm}^2$  de superficie cilíndrica desarrollada, que habrá de disipar el devanado,  $\left( \frac{R_{se} I_c^2}{A_o} \right)$ , para eliminar la pérdidas por efecto JOULE debidas a la corriente.

A igualdad de sistema de refrigeración del inducido, la elevación de temperatura  $\Delta\theta$  sobre el ambiente que le rodea puede suponerse también proporcional a esta potencia específica a disipar  $\frac{R_{se} I_c^2}{A_o}$  o sea

$$\Delta\theta = k\rho (qA) \quad (^\circ\text{C}) \quad [2.01.08 \text{ b}]$$

El coeficiente  $k$  depende del tipo constructivo de la máquina. Esta proporcionalidad se sobreentiende que alcanza al calentamiento con respecto a la atmósfera en contacto con el devanado; si se trata de una máquina cerrada, el ambiente es el del interior de la misma; si los arrollamientos son los de un transformador en aceite, el ambiente es el aceite mismo.

Los valores recomendables de  $(qA)$  constituyen una base para la previsión del calentamiento: son enteramente empíricos y suelen hallarse comprendidos entre 1000 y 2000. Al estudiar cada tipo de máquina daremos nuevas orientaciones.

## 2.01.09 Caída óhmica de tensión y pérdidas relativas en el devanado del inducido

En la fórmula [1.01.15 b] establecimos la expresión de las pérdidas de potencia en una resistencia óhmica

$$p_J = \frac{1000 \rho}{\gamma} \Delta^2 G \quad (\text{W}) \quad [2.01.09 \text{ a}]$$

$$\rho = \text{resistividad en } \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$$

$$\gamma = \text{peso específico de material en kg/dm}^3$$

$$G = \text{peso total del conductor en kg}$$

$$\Delta = \text{densidad de corriente en A/mm}^2$$

y el párrafo 1.01.17 quedó demostrado que la caída óhmica de tensión y las pérdidas por efecto JOULE en un devanado, expresadas respectivamente en valores relativos de la tensión inducida  $U$  y de la potencia  $P = UI$  del devanado en cuestión eran iguales [1.01.17 b]

$$\dot{p}_J = \frac{RI^2}{UI} 100 = \frac{RI}{U} 100 = \dot{u}_R \text{ (}\% \text{)} \quad [2.01.09 \text{ b}]$$

Vamos ahora a hallar la ecuación de estas mismas pérdidas relativas referidas a la potencia o a la tensión en bornes en términos paramétricos, en función de las magnitudes características de trabajo y de las dimensiones principales de la máquina de corriente continua.

La pérdida por efecto JOULE en el inducido, dado el peso  $G$  del cobre (kg) y la densidad de corriente  $\Delta$  con que trabaja  $\text{A/mm}^2$  viene dada, pues, por

$$p_J = \frac{1000 \rho}{\gamma} \Delta^2 G \quad (\text{W}) \quad \circ$$

$$p_J = \frac{\rho}{\gamma} \Delta^2 G \quad (\text{kW}) \quad [2.01.09 \text{ c}]$$

La potencia en bornes ya vimos que era, [2.01.05 g],

$$P_b = \frac{\psi}{0,191} \frac{N}{1000} A_{cu} A_{\square} \hat{B}_{\phi} \Delta \quad (\text{kW})$$

En tanto por ciento

$$\dot{p}_J = \frac{\dot{p}_J}{P_b} 100$$

Puesto que, evidentemente, designado por  $l_m$  la longitud media de un conductor,

$$G = A_{cu} l_m \gamma \quad (\text{kg})$$

$$(A_{cu} \text{ en } \text{dm}^2, l_m \text{ en } \text{dm}, \gamma \text{ en } \text{kg}/\text{dm}^3)$$

se llega fácilmente a la expresión

$$\dot{p}_J = \dot{u}_R = \frac{191 \rho}{\psi D} \frac{\left(\frac{l_m}{L}\right)}{\left(\frac{N}{1000}\right)} \frac{\Delta}{\hat{B}_{\Omega 00}} \quad \left(\% \text{ de } \left\{ \begin{array}{l} P_c \\ U \end{array} \right\}\right) \quad [2.01.09 \text{ d}]$$

En particular para el cobre a la temperatura normal de 75 °C, base general de cálculo,  $\rho = 0,0217 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$  y designado por  $k_\theta = \frac{\rho_\theta}{\rho_{75}}$  el coeficiente de reducción a otra temperatura  $\theta$ , (tabla 1.01.16 b),

$$\dot{p}_J = \dot{u}_R = \frac{4,15 k_\theta}{\psi D} \frac{\left(\frac{l_m}{L}\right)}{\left(\frac{N}{1000}\right)} \frac{\Delta}{\hat{B}_{\Omega 00}} \quad \left(\% \text{ de } \left\{ \begin{array}{l} P_b \\ U \end{array} \right\}\right) \quad [2.01.09 \text{ c}]$$

(Para estas dos últimas ecuaciones,  $\rho$  en  $\frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$ ,  $D$  en cm,  $\Delta$  en A/mm<sup>2</sup>,  $\hat{B}_{\Omega 00}$  en T,  $N$  en r/m,  $l_m$  y  $L$  en las mismas unidades).

En efecto:

$$\begin{aligned} \dot{p}_J = \frac{\dot{p}_J}{P_b} 100 &= \frac{\frac{\rho}{\gamma} \Delta^2 G}{\frac{\psi}{0,191} \frac{N}{1000} A_{cu} A_\sigma \hat{B}_{\Omega 00} \Delta} 100 \\ &= \frac{\rho}{\gamma} \frac{\Delta^2 (A_{cu} l_m \gamma) \cdot 19,1}{\psi \frac{N}{1000} A_{cu} A_\sigma \hat{B}_{\Omega 00} \Delta} = \frac{19,1 \rho \Delta l_m}{\psi \frac{N}{1000} D L \hat{B}_{\Omega 00}} \end{aligned}$$

Aquí,  $D$  está expresado en dm; poniéndolo en cm,

$$\dot{p}_J = \frac{191 \rho}{\psi D} \frac{\left(\frac{l_m}{L}\right)}{\left(\frac{N}{1000}\right)} \frac{\Delta}{\hat{B}_{\Omega 00}} \quad (\% \text{ de } P_b)$$

La caída de tensión  $\dot{u}_R$  o la pérdida de potencia  $\dot{p}_J$  relativas (en % de las respectivas características en bornes  $U$  y  $P_b$ ) son proporcionales a la densidad de corriente  $\Delta$  e inversamente proporcionales a la inducción máxima ideal en el entrehierro  $\hat{B}_{\Omega 00}$ ; varían también en razón inversa del diámetro de la máquina.

Obsérvese que ni el número de vías ni el de polos ni el tipo de arrollamiento influyen en el valor de las pérdidas relativas, pero sí, en cambio, la *velocidad de giro*, lo cual proviene de que la potencia absoluta que puede obtenerse de la máquina es proporcional a aquella mientras que las pérdidas  $\dot{p}_J$  son independientes de la misma.

#### 2.01.10. Ejemplo

La dinamo considerada en el ejemplo 2.01.07, con  $D = 60$  cm de diámetro de inducido y  $L = 36$  cm de longitud; inducción máxima ideal en el entrehierro  $\hat{B}_{\Omega 00} = 0,723$  T, densidad de corriente  $\Delta = 4$  A/mm<sup>2</sup> y velocidad  $N = 985$  r/m vimos que daría una potencia en bornes  $P_b = 345$  kW a la tensión de  $U = 500$  V.

La longitud media por conductor de inducido asciende a  $l_m = 80$  cm y el recubrimiento polar  $\psi = 0,62$ .

Calcular la pérdida por efecto JOULE en el arrollamiento de cobre a la temperatura normal de 75 °C ( $\rho = 0,0217 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$ ).

Según [2.01.09 e] con  $k_\theta = 1$

$$\begin{aligned} \dot{p}_J = \dot{u}_R &= \frac{4,15 k_\theta}{\psi D} \frac{\frac{l_m}{L}}{\left(\frac{N}{1000}\right)} \frac{\Delta}{\hat{B}_{\Omega 00}} = \\ &= \frac{4,15 \cdot 1}{0,62 \cdot 60} \frac{\frac{80}{36}}{\left(\frac{985}{1000}\right)} \frac{4}{0,723} = 1,39 \% \text{ de } P_b \end{aligned}$$

o sea

$$\dot{p}_J = 1,39 \frac{345}{100} = 4,8 \text{ kW}$$

y la caída de tensión en el mismo arrollamiento a 75 °C,

$$u_R = 1,39 \frac{500}{100} = 6,95 \text{ V.}$$

## 2.01.II F.e.m. de las máquinas de corriente alterna

Tomemos la ecuación de la f.e.m. por fase con flujo senoidal [I.04.06 a],

$$E_f = 2,22 f \hat{\Phi}_\delta \left( \frac{Z\xi}{m} \right) \quad (V) \quad [2.01.II a]$$

$\hat{\Phi}_\delta$  = flujo máximo de onda senoidal, en el entrehierro, capaz de inducir un f.e.m. por fase del mismo valor eficaz que la f.e.m. eficaz por fase,  $E_f$  de la máquina; sea ésta, o no, senoidal; en Wb.

$Z$  = conductores totales de la máquina

$f$  = frecuencia del voltaje en Hz

$\xi$  = factor de bobinado, con onda de flujo senoidal.

Al flujo senoidal  $\hat{\Phi}_\delta$  le corresponde una inducción máxima en el entrehierro, liso y sin canales de ventilación radial, [I.04.08 g]

$$\hat{B}_\delta = 1,57 \frac{\hat{\Phi}_\delta}{\tau_p L} \quad (T) \quad [2.01.II b]$$

$L$  = longitud total o geométrica del inducido en m

$\tau_p$  = paso polar del inducido en m

Hagamos

$Z_n$  = número medio de conductores en serie por ranura. En las máquinas polifásicas, con devanado uniforme,  $Z_n$  es el número real de conductores alojado en cada ranura, o bien este número dividido por el de vías si hay varias de ellas en paralelo. En las máquinas monofásicas donde el devanado no acostumbra ser uniforme, es de todos modos,

$$Z_n = \frac{Z}{n} \quad \text{cond medios/ranura} \quad [2.01.II c]$$

con la misma salvedad respecto al número de vías  
 $n$  = número de ranuras de la máquina.

Pongamos también

$$\tau_p = \frac{\pi D}{2p} \quad (m) \quad [2.01.II d]$$

$D$  = diámetro del inducido en el entrehierro en m

$p$  = pares de polos de la máquina.

Sustituyendo en [a] las expresiones que se desprenden de [b] [c] y [d]

para  $\hat{\Phi}_\delta$  y  $Z$  y teniendo en cuenta que

$$\frac{n}{m \cdot 2p} = n_{pf} \text{ ran/polo y fase} \quad [2.01.II e]$$

es el número de ranuras del inducido por polo y fase, resulta

$$E_f = 4,44 f n_{pf} (\xi Z_n) (DL) \hat{B}_\delta$$

Adoptando unidades más cómodas

$$E_f = \frac{1}{22,5} \frac{f}{100} n_{pf} (\xi Z_n) (DL) \hat{B}_\delta \quad (V) \quad [2.01.II f]$$

En esta ecuación

$D$  = diámetro del inducido en cm

$L$  = longitud del inducido en cm

$\hat{B}_\delta$  = inducción máxima en el entrehierro con inducido liso y onda de flujo senoidal en T

$n_{pf}$  = ranuras por polo y fase

$f$  = frecuencia en Hz

$\xi$  = factor de bobinado

Si como es corriente en las redes europeas  $f = 50$  Hz, conservando las mismas unidades de la última fórmula,

$$E_f = n_{pf} (\xi Z_n) \frac{(DL)}{45} \hat{B}_\delta \quad (V) \quad [2.01.II g]$$

Las conclusiones son similares a las descritas para las máquinas de corriente continua, con una diferencia esencial y es que, por venir fijada la frecuencia  $f$ , si conservamos el número de ranuras  $n$ , la f.e.m. por fase es *inversamente proporcional* al número de polos de la máquina ya que el de ranuras

por polo y fase  $n_{pf} = \frac{n}{m \cdot 2p}$  es inversamente proporcional a  $2p$ . Este resultado era de esperar puesto que, una vez definida la frecuencia  $f$ , la velocidad de giro  $N$  ha de ser inversamente proporcional al número de pares de polos

$$N = \frac{60 f}{p} \quad [2.01.II h]$$

Por lo demás, el voltaje sigue siendo proporcional a la sección diametral del inducido  $(DL)$  cm<sup>2</sup> y a la inducción máxima ideal  $\hat{B}_\delta$  (T), en el entrehierro.

## 2.01.12 Potencia de una máquina de corriente alterna

Siguiendo un camino paralelo al recorrido para las máquinas de corriente continua se deducen las siguientes ecuaciones de la potencia aparente en bornes en función de las dimensiones principales del inducido (diámetro y longitud) y de los parámetros electromagnéticos característicos: inducción máxima ideal en el entrehierro, densidad de corriente y carga lineal específica.

$$P_b = m U_f I_f = \frac{f}{4,5} (\xi A_{cu}) \left( \frac{A_{\square}}{p} \right) (\hat{B}_{\delta o} \Delta) \quad (\text{kVA}) \quad [2.01.12 \text{ a}]$$

$$P_b = 0,07 \left( \frac{f}{100} \right) \left( \frac{V_{\square}}{p} \right) (\xi q) \hat{B}_{\delta o} \quad (\text{kVA}) \quad [2.01.12 \text{ b}]$$

donde

$f$  = frecuencia del voltaje en Hz

$\xi$  = factor de bobinado geométrico o vectorial supuesta las f.e.m. parciales de variación senoidal

$p$  = pares de polos de la máquina

$A_{cu}$  = sección transversal de cobre en las ranuras en  $\text{dm}^2$

$A_{\square}$  =  $(DL)$  = sección longitudinal del inducido, en  $\text{dm}^2$

$V_{\square}$  =  $(D^2L)$  = volumen prismático en el entrehierro en  $\text{dm}^3$

$\hat{B}_{\delta o}$  = inducción máxima en el entrehierro supuesta la curva de campo senoidal, en T, en vacío (para la tensión en bornes  $U_f$  por fase)

$\Delta$  = densidad de corriente en los conductores en  $\frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$

$q$  = carga lineal específica en  $\frac{\text{Ac}}{\text{cm}}$

En efecto:

$$P_b = m U_f I_f \quad (\text{VA})$$

tomando el valor de la inducción máxima de onda senoidal en el entrehierro  $\hat{B}_{\delta o}$  que correspondería a la tensión en bornes, es decir, con la máquina en vacío, tendremos según [2.01.11 f]

$$U_f = \frac{1}{22,5} \frac{f}{100} n_{pf} (\xi Z_n) (DL) \hat{B}_{\delta o} \quad (\text{V}) \quad [2.01.12 \text{ c}]$$

$$(f \text{ en Hz, } D \text{ y } L \text{ en cm, } \hat{B}_{\delta o} \text{ en T})$$

La corriente por fase en función de la sección del conductor y de la densidad de corriente

$$I_f = s \Delta \quad (\text{A})$$

$$(s \text{ en } \text{mm}^2, \Delta \text{ en } \text{A}/\text{mm}^2)$$

de donde

$$P_b = m \left[ \frac{1}{22,5} \frac{f}{100} n_{pf} (\xi Z_n) (DL) \hat{B}_{\delta o} \right] (s \Delta) \quad (\text{VA})$$

$$= \frac{1}{22,5} \frac{f}{100} \xi \frac{1}{2p} (2p m n_{pf} Z_n s) (DL) (\hat{B}_{\delta o} \Delta) \quad (\text{VA})$$

pero

$$2 p m n_{pf} Z_n s = A_{cu} \quad (\text{mm}^2)$$

$$DL = A_{\square} \quad (\text{cm}^2)$$

Luego,

$$P_b = \frac{1}{45} \frac{f}{100} \frac{\xi}{p} (A_{cu} A_{\square}) (\hat{B}_{\delta o} \Delta) \quad (\text{VA})$$

Poniendo ahora ambas secciones  $A_{cu}$  y  $A_{\square}$  en  $\text{dm}^2$  y  $P_b$  en kVA

$$P_b \times 10^3 = \frac{1}{45} \frac{f}{100} \frac{\xi}{p} (A_{cu} \times 10^4 \cdot A_{\square} \cdot 10^2) (\hat{B}_{\delta o} \Delta)$$

$$P_b = \frac{1}{4,5} \frac{f \xi}{p} (A_{cu} A_{\square}) (\hat{B}_{\delta o} \Delta) \quad (\text{kVA})$$

$$(f \text{ en Hz, } A_{cu} \text{ y } A_{\square} \text{ en } \text{dm}^2, \hat{B}_{\delta o} \text{ en T y } \Delta \text{ en } \text{A}/\text{mm}^2)$$

tal como aparece en la ecuación [a]

Análogamente, de

$$P_b = m \left[ \frac{1}{22,5} \frac{f}{100} n_{pf} (\xi Z_n) (DL) \hat{B}_{\delta o} \right] (s \Delta) \quad (\text{VA})$$

se deduce

$$P_b = \frac{1}{22,5} \frac{f}{100} \frac{\xi}{2q} (2p m n_{pf} Z_n s \Delta) (DL) \hat{B}_{\delta o} \quad (\text{VA})$$

y puesto que, siendo  $q$  el número total de conductores del inducido, y con  $D$  en cm

$$q = \frac{Z I_f}{\pi D} = \frac{(2p m n_{pf}) Z_n (s \Delta)}{\pi D}$$

se desprende

$$P_b = \frac{\pi}{45} \frac{f}{100} \frac{\xi}{p} (D^2 L) (q \hat{B}_{\delta o}) \quad (\text{VA})$$

Aquí, el volumen prismático del entrehierro

$$V_{\square} = D^2 L$$

sigue estando en  $\text{cm}^3$  ya que  $D$  y  $L$  se han puesto en cm.

Expresándolo en  $\text{dm}^3$  y con  $P_b$  en kVA

$$P_b \times 10^3 = 0,07 \frac{f}{100} \frac{\xi}{p} (V_{\square} \times 10^3) (q \hat{B}_{\delta o})$$

$$P_b = 0,07 \left( \frac{f}{100} \right) \left( \frac{V_{\square}}{p} \right) (\xi q) \hat{B}_{\delta o} \quad (\text{kVA})$$

$$(V_{\square} \text{ en } \text{dm}^3, q \text{ en } \text{Ac/cm}, \hat{B}_{\delta o} \text{ en } \text{T}).$$

según habíamos anunciado en [b].

Las ecuaciones [a] y [b] indican que la potencia aparente en bornes de una máquina de corriente alterna es exactamente proporcional a la densidad de corriente o a la carga lineal específica así como a la inducción máxima ideal en el entrehierro; manteniendo constante estos coeficientes de trabajo existe también proporcionalidad entre la potencia y las secciones geométricas transversal de cobre en las ranuras y diametral del inducido por par de polos; así, la potencia a frecuencia  $f$  constante es inversamente proporcional al número de polos de la máquina. Como, designando por  $N_0$  la velocidad sincrónica en r/m,

$$N_0 = \frac{60 f}{p},$$

$P_b$  resulta proporcional a esta velocidad. Todo ello, al fin y al cabo, lo mismo que en las máquinas de corriente continua.

### 2.01.13 Par ficticio en las máquinas de corriente alterna

De la misma manera que en las de continua introdujimos la noción de par referido a la potencia en bornes y a la velocidad nominal de giro, cabe introducir aquí la idea de un par  $M_b$  relacionado con la *potencia aparente* en bornes de la máquina  $P_b$  y la velocidad de rotación del campo o velocidad sincrónica  $N_0$ .

En tal caso, definiremos  $M_b$  como la relación

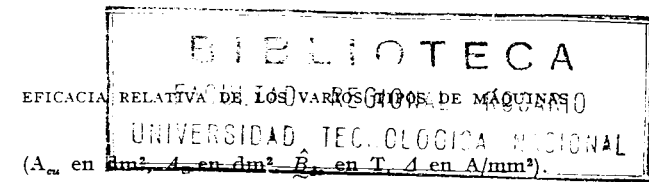
$$M_b = \frac{P_b}{N_0} \left( \frac{\text{VA}}{\text{r/m}} \right) \quad [2.01.13 \text{ a}]$$

Teniendo en cuenta que

$$N_0 = \frac{60 f}{p}$$

es muy fácil deducir  $M_b$  de las expresiones [2.01.12 a o b]

$$M_b = \frac{1000 P_b}{\left( \frac{60 f}{p} \right)} = \frac{\xi}{0,27} (A_{cu} A_{\square}) (\hat{B}_{\delta o} \Delta) \left( \frac{\text{VA}}{\text{r/m}} \right) \quad [2.01.13 \text{ b}]$$



o bien

$$M_b = 1,165 \xi V_{\square} \left( \frac{q}{100} \hat{B}_{\delta o} \right) \left( \frac{\text{VA}}{\text{r/m}} \right) \quad (2.01.13 \text{ c})$$

$$(V_{\square} \text{ en } \text{dm}^3, q \text{ en } \text{Ac/cm}, \hat{B}_{\delta o} \text{ en } \text{T}).$$

Nuevamente aparece explícito el «par en los bornes» o «par ficticio»  $M_b \left( \frac{\text{VA}}{\text{r/m}} \right)$  como la característica determinante de las dimensiones fundamentales  $A_{cu}$ ,  $A_{\square}$  o  $V_{\square}$  de la máquina, a igualdad de coeficientes electromagnéticos de trabajo  $\hat{B}_{\delta o}$ ,  $\Delta$  y  $q$ , con exacta proporcionalidad entre el primero y cada una de las restantes magnitudes. La potencia en bornes definida por la tensión nominal y la corriente de P.C., dadas las dimensiones y los parámetros en cuestión, varía linealmente con la velocidad sincrónica, es decir, inversamente al número de polos.

### 2.01.14 Eficacia relativa de los varios tipos de máquinas

Es muy interesante comparar el grado de utilización posible del material empleado en la construcción, según el tipo de máquina a considerar. De acuerdo con lo que acabamos de ver, esta comparación puede establecerse directamente a base de las ecuaciones del par en bornes.

Para las máquinas de continua, tenemos, [2.01.06 a y b],

$$M_b = \frac{\psi}{0,191} (A_{cu} A_{\square}) (\hat{B}_{\delta o} \Delta) \left( \frac{\text{W}}{\text{r/m}} \right)$$

$$M_b = \frac{\psi}{60,7} V_{\square} (\hat{B}_{\delta o} q) \left( \frac{\text{W}}{\text{r/m}} \right)$$

y para las de alterna, [2.01.13 b y c],

$$M_b = \frac{\xi}{0,27} (A_{cu} A_{\square}) (\hat{B}_{\delta o} \Delta) \left( \frac{\text{VA}}{\text{r/m}} \right)$$

$$M_b = 1,165 \xi V_{\square} \left( \frac{q}{100} \right) \hat{B}_{\delta o} \frac{\text{VA}}{\text{r/m}}$$

Observemos, de momento, que la potencia en máquinas de corriente alterna, con ranuras uniformemente bobinadas, es decir, con un número cons-

tante de conductores por cada ranura, sería en principio, a igualdad del número de polos, independiente del número de fases mientras  $q$  y  $\hat{B}_{\delta 0}$  permanecieran invariables. Sin embargo, en las máquinas monofásicas de bobinados uniformes, el factor  $\xi$  desciende en gran medida tendiendo hacia el valor 0,636 (tabla 1.04.13 c) contra 0,955 al que tiende el de las máquinas trifásicas (tabla 1.04.13 a) y 0,902 el de las bifásicas (tabla 1.04.13 b).

El par y la potencia en monofásica con arrollamientos completos, sólo serían  $\frac{0,636}{0,955} = \frac{2}{3}$  de los que se obtendrían con corriente trifásica.

Por otra parte entre los «pares en bornes», o la potencia en continua y la potencia aparente en trifásica, a velocidades de giro iguales, existirá la relación que resulta de dividir entre sí los segundos miembros de las ecuaciones dadas más arriba, lo cual conduce para dicha relación, partiendo, por ejemplo, de las dos primeras respectivas, a la expresión

$$\frac{\left(\frac{\psi}{0,191}\right)}{\left(\frac{\xi}{0,27}\right)} = \frac{0,27}{0,191} \frac{\psi}{\xi} = \sqrt{2} \frac{\psi}{\xi}$$

Con  $\psi = 0,7$  y  $\xi = 0,96$ , valores frecuentes,

$$\sqrt{2} \frac{0,7}{0,96} = 1,03.$$

El grado de utilización eléctrica de las máquinas de continua y de las de alterna polifásicas viene a ser prácticamente el mismo. Queda, no obstante, en contra de estas últimas el que la potencia efectiva (kW) disminuye en la misma proporción que el  $\cos \varphi$  pero al no requerir conmutador de delgas las ventajas económicas y de servicio se inclinan francamente en favor de las máquinas de alterna.

#### 2.01.15 Ejemplos

**Ejemplo 1.º** Deducir la potencia de un alternador trifásico considerado en ejemplos anteriores (párr. 1.09.13) caracterizado por los siguientes datos.

Diámetro del entrehierro  $D = 150$  cm  
 Longitud axial del inducido  $L = 50$  cm  
 Número de ranuras  $n = 117$   
 Conductores por ranura  $Z_n = 8$   
 Factor de bobinado  $\xi = 0,917$   
 Sección de un conductor  $s = 10 \times 5 = 50$  mm<sup>2</sup>  
 Velocidad  $N = 500$  r/m

La máquina trabajaría en vacío con un valor ideal máximo de inducción senoidal en el entrehierro  $\hat{B}_{\delta 0} = 0,798$  T<sup>(1)</sup> y una densidad de corriente a P.C. <sup>(2)</sup>  $\Delta = 4,2$  A/mm<sup>2</sup>.

Empecemos por hallar el par ficticio en bornes. Según [2.01.13 b]

$$M_b = \frac{\xi}{0,27} (A_{cu} A_{\sigma}) (\hat{B}_{\delta 0} \Delta) \left(\frac{VA}{r/m}\right)$$

$$A_{cu} = n Z_n s = 117 \cdot 8 \cdot 50 = 46800 \text{ mm}^2 \equiv 4,68 \text{ dm}^2$$

$$A_{\sigma} = DL = 150 \cdot 50 = 7500 \text{ cm}^2 \equiv 75 \text{ dm}^2$$

$$M_b = \frac{0,917}{0,27} 4,68 \cdot 75 \cdot 0,798 \cdot 4,2 = 4000 \frac{VA}{r/m}$$

y la potencia en bornes a 500 r/m

$$P_b = 4 \cdot 500 = 2000 \text{ kVA.}$$

exactamente la consignada en la tabla (1.09.16 a).

Utilizando también la segunda fórmula [2.01.13 c]

$$M_b = 1,165 \xi V_{\sigma} \frac{q}{100} \hat{B}_{\delta 0} \frac{VA}{r/m}$$

$$V_{\sigma} = D^2 L = 15^2 \cdot 5 = 1125 \text{ dm}^3$$

Si deseamos que la densidad de corriente sea de  $4,2 \frac{A}{\text{mm}^2}$  hemos de elegir una carga lineal específica [2.01.05 m],

$$q = \frac{(Z_n s) \Delta}{\tau_{\delta}};$$

pero

$$\tau_{\delta} = \frac{\pi D}{n} = \frac{\pi \cdot 150}{117} = 4,03 \text{ cm}$$

o

$$q = \frac{8 \cdot 50 \cdot 4,2}{4,03} = 417 \text{ Ac/cm}$$

y entonces

$$M_b = 1,165 \cdot 0,917 \cdot 1125 \cdot 4,17 \cdot 0,798 = 4000 \frac{VA}{r/m},$$

(1)  $0,798 = 0,855 \frac{3180}{3400}$  T; 3180 V es la tensión nominal por fase  $U_1$  (tensión compuesta 5500 V) y 3400 V, la f.e.m. interna para la cual se han calculado los valores de la columna 6.ª (tabla 1.09.16a) donde figura en consecuencia la inducción senoidal en carga  $\hat{B}_{\delta} = 0,855$  T.

(2) De la misma tabla,  $I_1 = \frac{P}{\sqrt{3} U} = \frac{2000}{\sqrt{3} \cdot 5,5} = 210$  A y  $\Delta = \frac{I}{s} = \frac{210}{50} = 4,2$  A/mm<sup>2</sup>.



lo mismo que antes hallamos, y por tanto

$$P_b = 4 \cdot 500 = 2000 \text{ kVA.}$$

*Ejemplo 2.º* En la fig. 2.01.15 a se muestra esquemáticamente el punzonado de la plancha estatórica para un motor asíncrono de 4 polos.

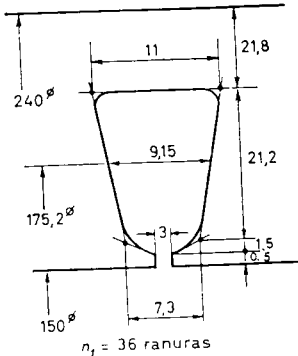


Fig. 2.01.15 a. Croquis de un punzonado de estátor para motor de inducción.

- Calcular la potencia que puede obtenerse del mismo en trifásica a 50 Hz con una longitud de 25 cm, máxima que admitiría el tipo de carcasa de aletas disponible para el diámetro de chapas mostrado.
- Calcular el devanado estatórico para 380/660 V.
- Según [2.01.12 a] la potencia admisible en bornes vendrá dada por

$$P_b = \frac{f}{4,5} (\xi A_{cu}) \left( \frac{A_{\sigma}}{p} \right) (\hat{B}_{\delta_0} \Delta) \quad (\text{kVA})$$

$$(A_{cu} \text{ y } A_{\sigma} \text{ en } \text{dm}^2, \hat{B}_{\delta_0} \text{ en T, } \Delta \text{ en A/mm}^2, f \text{ en Hz})$$

Con  $n = 36$  ranuras y  $2p = 4$  polos

$$n_{pl} = \frac{n}{m \cdot 2p} = \frac{36}{3 \cdot 4} = 3 \text{ ranuras por polo y fase}$$

Para  $m = 3$  fases y  $n_{pl} = 3$  r.p.p. y f., suponiendo que elijamos un bobinado de paso diametral realizable en una capa, la tabla 1.04.13 a nos da un factor de bobinado  $\xi = 0,96$ .

La sección bruta de una ranura, descontando la zona inferior trapezoidal reservada para la cuña, y prescindiendo por el momento del redondeado de los vértices, vale

$$\frac{11 + 7,3}{2} \cdot 21,2 = 9,15 \cdot 21,2 = 194 \text{ mm}^2$$

Esta sección hay que disminuirla en la cuantía del espacio ocupado por el aislamiento de las paredes. Utilizando aislantes tipo E (para  $\Delta\theta = 75^\circ\text{C}$ ) tendríamos una hoja de prespan con lámina de tereftalato (Ranurex, Mioplas, Tercott, etc.), de 0,35 mm de grueso solapando bajo la cuña. El desarrollo de esta hoja puede calcularse que sea

igual al perímetro útil de la ranura duplicando la base que se apoya en la cuña; aproximadamente

$$2 \times 21,2 + 3 \times 9,15 = 69,85 \text{ mm}$$

Si el devanado fuera en dos capas, el separador en U hacia la mitad de la altura de la ranura para aislar ambas capas entre sí, exigiría un desarrollo adicional que puede suponerse igual al doble de la anchura media calculándose para el total

$$2 \times 21,2 + 5 \times 9,15 = 88,15 \text{ mm}$$

La sección, pues, de este aislamiento de 0,35 mm de grueso será

$$69,85 \cdot 0,35 = 24,4 \text{ mm}^2 \approx 25 \text{ mm}^2$$

Quedan, así para la bobina

$$194 - 25 = 169 \text{ mm}^2$$

Como el bobinado se hará con hilo a granel y los vértices redondeados de la ranura y de la capa aislante anterior disminuyen el espacio útil de la ranura conviene contar con un 20 % de pérdida de sección quedando por consiguiente

$$0,8 \cdot 169 = 135 \text{ mm}^2$$

disponibles para los hilos aislados. Aunque éstos sean redondos, el espacio ocupado por cada uno de ellos es el del cuadrado exteriormente circunscrito. Empleando hilo esmaltado con cloruro de polivinilo (Flexidur, Extradur, etc.), el aumento máximo de diámetro debido a la capa de esmalte en tamaños medios de alrededor de 1,5 mm, que no conviene rebasar para facilitar la colocación rápida del arrollamiento, aunque ello obligue a poner cobres en paralelo, viene a ser de 0,12 mm (tabla 1.02.03 a).

Si contamos, pues, con conductores de aproximadamente dicho diámetro, la relación entre la sección neta de un conductor y la del cuadrado exterior circunscrito será

$$\frac{0,785 \cdot 1,5^2}{1,62^2} = 0,67$$

En resumidas cuentas, podremos alojar en la ranura una sección total de cobre de

$$0,67 \cdot 135 = 90,5 \approx 90 \text{ mm}^2$$

y en el conjunto de las 36 ranuras

$$A_{cu} = 36 \cdot 90 = 3240 \text{ mm}^2 \approx 0,324 \text{ dm}^2$$

Nótese que el coeficiente de utilización del espacio para el arrollamiento, aún en estas condiciones, con los materiales más favorables que puede ofrecer la industria sólo llega a

$$\frac{90 \text{ mm}^2}{194 \text{ mm}^2} = 0,465$$

al 46,5 %, menos de 1/2. Con aislamientos de prespán o de leatheroid de 0,6 mm para las paredes y dos capas de algodón sobre el conductor (aumento de diámetro 0,3 mm) el

coeficiente de utilización bajaría hasta poco más de 1/3 lo que supone una pérdida de potencia posible, por este concepto, próximo al 30 %. Júzguese sobre la importancia económica que ejerce el aislamiento, en un simple motor industrial; ésta sube de punto en las máquinas de alta tensión.

La sección longitudinal del inducido en el entrehierro vale

$$A_D = DL = 1,5 \cdot 2,5 = 3,75 \text{ dm}^2$$

La ecuación [2.01.12 a] se transforma en este caso en

$$P_b = \frac{4,5}{f} (\xi A_m) \left( \frac{A_c}{p} \right) (\hat{B}_{\delta_0} \Delta) \quad (\text{kVA})$$

$$= \frac{50}{4,5} (0,96 \cdot 0,324) \left( \frac{3,75}{2} \right) (\hat{B}_{\delta_0} \Delta) = 6,66 (\hat{B}_{\delta_0} \Delta) \quad (\text{kVA}).$$

Si admitimos una inducción máxima ideal en el entrehierro correspondiente a la tensión en bornes,  $\hat{B}_{\delta_0} = 0,8 \text{ T}$  y una densidad de corriente  $\Delta$  de 4 A/mm<sup>2</sup> que viene a resultar propia para el calentamiento de un motor de este tamaño con aislamientos de clase E,

$$P_b = 6,66 \cdot 0,8 \cdot 4 = 21,3 \text{ kVA}$$

El rendimiento  $\eta$  y el  $\cos \varphi$  de un motor de esta potencia vendrían a ser indistintamente de 0,88. La potencia útil en el eje se hallaría alrededor de los

$$P = 21,3 \cdot 0,88 \cdot 0,88 = 16,5 \text{ kW}$$

o

$$P = 16,5 \cdot 1,36 \approx 22,5 \text{ CV}$$

b) Bobinado para 380/660 V,  $\Delta/\lambda$ , la ecuación [2.01.11 f], referida a la tensión aplicada,

$$U_l = \frac{1}{22,5} \frac{f}{100} n_{pf} (\xi Z_n) (DL) \hat{B}_{\delta_0} \quad (\text{V})$$

$$(D \text{ y } L \text{ en cm, } \hat{B}_{\delta_0} \text{ en T, } f \text{ en Hz})$$

nos da el número de conductores por ranura, que con  $f = 50 \text{ Hz}$  resulta ser, [2.01.11 g], poniendo en lugar de la f.e.m. el valor de la tensión por fase en bornes  $U_l$  (380 V) a la cual se halla referida  $\hat{B}_{\delta_0}$

$$Z_n = \frac{45 U_l}{\xi n_{pf} (DL) \hat{B}_{\delta_0}} = \frac{45 \cdot 380}{0,96 \cdot 3 \cdot 15 \cdot 25 \cdot 0,8} = 19,8 \text{ cond/ran}$$

Tomaríamos  $Z_n = 20$  conductores por ranura con lo cual la inducción bajaría a

$$0,8 \frac{19,8}{20} = 0,793 \text{ T}$$

Siendo la potencia aparente absorbida de 21,3 kVA =  $P_b$ , la corriente por fase, en triángulo a 380 V,

$$I_l = \frac{21,3}{3 \cdot 0,38} = 18,7 \text{ A}$$

(Corriente de línea  $I = \sqrt{3} I_l = 32,4 \text{ A}$ )

Con una densidad  $\Delta = 4 \text{ A/mm}^2$  se necesita una sección conductora

$$s = \frac{I_l}{\Delta} = \frac{18,7}{4} = 4,675 \text{ mm}^2$$

Si tomásemos un cobre único por conductor precisaríamos hilo de 2,44 mm teóricos de diámetro: excesivo. Disponiendo dos hilos en paralelo o un arrollamiento en dos vías, posible con 4 polos, el diámetro de un hilo bajaría a  $\frac{2,44}{\sqrt{2}} = 1,73 \text{ mm}$  y cabría adoptar 1,7 mm a expensas de aumentar ligeramente la densidad de corriente. Mejor sería bobinar en una sola vía y con tres hilos en paralelo de  $\frac{2,44}{\sqrt{3}} = 1,41$ , es decir, de 1,4 mm de diámetro desnudo, 1,52 mm aislado.

Comprobemos el espacio exigido en la ranura. Los  $Z_n = 20$  conductores eléctricos de 3 hilos por conductor compondrían 60 hilos por ranura de 1,4/1,52 mm ocupando un espacio rectangular de

$$60 \times 1,52^2 = 138 \text{ mm}^2$$

Como se dispone para este fin de 135 mm<sup>2</sup> la solución es satisfactoria ya que ello sólo supone aumentar el factor de espacio 0,8 supuesto hasta  $0,8 \frac{138}{135} = 0,815$  todavía admisible.

## 2.01.16. Caída óhmica de tensión y pérdidas relativas en los devanados de una máquina de corriente alterna

Del mismo modo que para las máquinas de corriente continua, la pérdida por efecto JOULE en el inducido, cualquiera que sea el número de fases, vale, [2.01.09 c],

$$p_J = \frac{\rho}{\gamma} G \Delta^2 \quad (\text{kW})$$

$$\left( \rho \text{ en } \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}, G \text{ en kg, } \gamma \text{ en } \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}, \Delta \text{ en } \frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \right)$$

y la potencia aparente en bornes, también con independencia del número de fases, [2.01.12 a],

$$P_b = \frac{f}{4,5} (\xi A_{cu}) \frac{A_c}{p} (\hat{B}_{\delta_0} \Delta) \quad (\text{kVA})$$

$$(f \text{ en Hz, } A_{cu} \text{ y } A_c \text{ en dm}^2, \hat{B}_{\delta_0} \text{ en T, } \Delta \text{ en A/mm}^2)$$

Es fácil hallar que la ecuación paramétrica de las pérdidas relativas resulta ser

$$\boxed{\dot{p}_J = \dot{u}_R} = \frac{P_J}{P_b} 100 = \frac{R_f I_f}{U_f} 100 = \frac{4500 \rho}{f \xi} \left( \frac{l_m}{L} \right) \frac{\Delta}{\left( \frac{D}{p} \right) \hat{B}_{\delta o}} \quad (\% \text{ d.}) \quad [2.0]$$

$R_f I_f$  y  $U_f$  son, respectivamente, la resistencia en  $\Omega$  la corriente en A y la tensión en V por fase;  $\rho$  en  $\frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$ ,  $f$  en Hz;  $l_m$ , longitud media de un conductor y  $L$  longitud del inducido, en la misma unidad;  $\Delta$  en  $\frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$ ,  $\hat{B}_{\delta o}$  en T y  $D$  en cm.

De otra forma, teniendo en cuenta que  $f = \frac{PN}{60}$ , con  $N$  en r/m,

$$\boxed{\dot{p}_J = \dot{u}_R} = \frac{270 \rho}{\xi D} \left( \frac{l_m}{L} \right) \frac{\Delta}{\left( \frac{N}{1000} \right) \hat{B}_{\delta o}} \quad (\% \text{ de } \left\{ \frac{P_b}{U_f} \right\}) \quad [2.01.16 \text{ b}]$$

Para el cobre a  $75^\circ\text{C}$ ,  $\rho = 0,0217 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ ; concediendo pérdidas adicionales en el mismo, y a cualquier otra temperatura (tabla 1.01.16 b). Si además hacemos  $f = 50$  Hz,

$$\boxed{\dot{p}_J = \dot{u}_R} = \frac{2,15 k_\theta}{\xi} \left( \frac{l_m}{L} \right) \frac{\Delta}{\left( \frac{D}{p} \right) \hat{B}_{\delta o}} = \frac{6,45}{\xi D} \left( \frac{l_m}{L} \right) \frac{\Delta}{\left( \frac{N}{1000} \right) \hat{B}_{\delta o}}$$

Para demostrar estas fórmulas basta sustituir en la ecuación  $\dot{p}_J = \frac{P_J}{P_b} 100$  las expresiones antes mencionadas de  $P_J$  y  $P_b$ , [2.01.09 c] y [2.01.12 a], unificando a la vez las unidades lineales en cm.

$$\begin{aligned} \dot{p}_J &= \frac{\frac{\rho}{\gamma} G \Delta^2}{\frac{f}{4,5} (\xi A_{cu} \cdot 10^{-2}) \left( \frac{A_{cu} \cdot 10^{-2}}{P} \right) \hat{B}_{\delta o} \Delta} 100 = \frac{450 \frac{\rho}{\gamma} (A_{cu} \cdot l_m \cdot \gamma 10^{-3}) \Delta}{f (\xi A_{cu} \cdot 10^{-2}) \left( \frac{DL \cdot 10^{-2}}{P} \right) \hat{B}_{\delta o}} = \\ &= \frac{4500 \rho}{f \xi} \left( \frac{l_m}{L} \right) \frac{\Delta}{\left( \frac{D}{p} \right) \hat{B}_{\delta o}} \end{aligned}$$

ún se expone en [a]. Poniendo ahora  $\frac{f}{p} = \frac{N}{60}$ ,

$$\dot{p}_J = \frac{4500 \rho}{\xi D} \left( \frac{l_m}{L} \right) \frac{\Delta}{\left( \frac{N}{60} \right) \hat{B}_{\delta o}} = \frac{270 \rho}{\xi D} \left( \frac{l_m}{L} \right) \frac{\Delta}{\left( \frac{N}{1000} \right) \hat{B}_{\delta o}}$$

tal como se muestra en [b].

Las pérdidas relativas en la resistencia de un inducido de alterna varían como en la de continua: linealmente con la densidad de corriente  $\Delta$ , en razón inversa de la inducción  $\hat{B}_{\delta o}$  adoptada en el entrehierro, y directamente con el número de polos; esto último, a frecuencia constante, equivale a decir que  $\dot{p}_J$  y  $\dot{u}_R$  aumentan en razón inversa de la velocidad de giro y del diámetro.

La potencia aparente en bornes es siempre, [2.01.12 a],  $P_b = m U_f I_f$ .

### 2.01.17. Ejemplo

El motor trifásico asíncrono de 22,5 CV, 4 polos, 220/380 V, 50 Hz del ejemplo 2.º, párrafo 2.01.15 respondía a las siguientes características: Diámetro del inducido  $D = 15$  cm, longitud  $L = 25$  cm densidad de corriente  $\Delta = 4$  A/mm<sup>2</sup>, inducción máxima ideal en el entrehierro para la tensión nominal  $U$ ,  $\hat{B}_{\delta o} = 0,793$  T, factor de bobinado  $\xi = 0,96$ .

La longitud media de un conductor puede suponerse, [1.06.09 g], de  $\frac{5 \cdot 17,5^2}{4} + 25$  47 cm. Calcular las pérdidas por efecto JOULE y la caída óhmica relativas a la temperatura de servicio con aislamientos clase E [ $\Delta\theta = 75^\circ\text{C}$  sobre  $40^\circ\text{C}$  de temperatura ambiente;  $\theta = 115^\circ\text{C}$ ;  $k_\theta = 1,13$  (tabla 1.01.16 b)].

Apliquemos directamente la ecuación [2.01.16 c] para 50 Hz

$$\dot{p}_J = \dot{u}_R = \frac{2,15 \cdot k_\theta}{\xi D} \left( \frac{l_m}{L} \right) \frac{\Delta}{\left( \frac{D}{p} \right) \hat{B}_{\delta o}} = \frac{2,15 \cdot 1,13}{0,96} \left( \frac{47}{25} \right) \frac{4}{\left( \frac{15}{2} \right) 0,793} = 3,2 \%$$

de la potencia en bornes o de la tensión aplicada.

Como a la potencia útil de 22,5 CV, le corresponde con un rendimiento  $\eta = 0,88$  y un  $\cos \varphi = 0,88$ , la potencia aparente en bornes  $P_b = 21,3$  kVA (ver párrafo 2.01.15 ej. 2.º), las pérdidas absolutas ascenderán a

$$p_f = 3,2 \frac{21,3}{100} = 0,682 \text{ kW}$$

y la caída óhmica

$$u_R = 3,2 \frac{380}{100} = 12,15 \text{ V/fase.}$$

### 2.01.18 Ecuación paramétrica de la caída de tensión relativa por reactancia de dispersión en las máquinas de corriente alterna

En el párrafo 1.06.03 hemos llegado a la expresión final del c.d.a.i.  $L_x$ , de la reactancia  $X$  y de la f.e.m. de dispersión  $E_x$  por fase de un arrollamiento de corriente alterna, [1.06.03 h],

$$L_x = 8 \pi \cdot 10^{-9} p n_{pf} Z_n^2 (\lambda_x L) \text{ (H/fase)} \quad [2.01.18 \text{ a}]$$

$$X = 16 \pi^2 \cdot 10^{-9} f p n_{pf} Z_n^2 (\lambda_x L) \text{ (\Omega/fase)} \quad [2.01.18 \text{ b}]$$

$$E_x = 16 \pi^2 \cdot 10^{-9} f p n_{pf} Z_n^2 (\lambda_x L) I_f \text{ (V/fase)} \quad [2.01.18 \text{ c}]$$

$$(L \text{ en cm, } \lambda_x \text{ en } \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}, f \text{ en Hz, } I \text{ en A)}$$

Pongamos  $E_x$  en % la tensión en bornes por fase

$$\dot{e}_x = \frac{E_x}{U_f} 100$$

Sustituyendo  $E_x$  por la expresión [c] y  $U_f$  por [2.01.12 c] y teniendo en cuenta que

$$q = \frac{n Z_n I_f}{\pi D} \text{ Ac/cm} \quad [2.01.18 \text{ d}]$$

( $I_f$  corriente por fase en A,  $D$  en cm)

resulta, independientemente de la frecuencia  $f$  y de la velocidad  $N$  de la máquina,

$$\dot{e}_x = \frac{5,58}{\xi m n_{pf}} \left( \frac{q}{100} \right) \left( \frac{\lambda_x}{\hat{B}_{\delta 0}} \right) \text{ (\% de } U_f) \quad [2.01.18 \text{ e}]$$

$$[(q \text{ en Ac/cm, } \lambda_x \text{ en } \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}, \hat{B}_{\delta 0} \text{ en T})$$

Para máquinas trifásicas, las más corrientes,  $m = 3$

$$\dot{e}_x = \frac{1,86}{\xi n_{pf}} \left( \frac{q}{100} \right) \left( \frac{\lambda_x}{\hat{B}_{\delta 0}} \right) \text{ (\% de } U_f) \quad [2.01.18 \text{ f}]$$

Fácil es ver, en efecto, que, [c] y [2.01.12 c],

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= \frac{E_x}{U_f} 100 = \frac{16 \cdot \pi^2 \cdot 10^{-9} f p n_{pf} Z_n^2 (\lambda_x L) I_f}{\frac{1}{22,5} \frac{f}{100} n_{pf} (\xi Z_n) (D L) \hat{B}_{\delta 0}} \\ &= \frac{35,5 \cdot 10^{-3} p Z_n \lambda_x I_f}{\xi D \hat{B}_{\delta 0}} \% \end{aligned}$$

pero, [d],

$$Z_n I_f = \frac{\pi D q}{n} = \frac{n D q}{2 p m n_{pf}}$$

luego

$$\dot{e}_x = \frac{35,5 \cdot 10^{-3} p \lambda_x (\pi D q)}{\xi D \hat{B}_{\delta 0} \cdot 2 p m n_{pf}} = \frac{5,58}{\xi m n_{pf}} \left( \frac{q}{100} \right) \left( \frac{\lambda_x}{\hat{B}_{\delta 0}} \right) \%$$

como vemos en [e]

### 2.01.19 Ejemplo

El alternador trifásico de 850 kVA, 5500 V entre fases en estrella ( $\frac{5500}{\sqrt{3}} = 3170$  V por fase), (50 Hz, 250 r/m, (24 polos) del ejemplo 1.º párrafo 1.06.11, tiene, como vimos en dicho ejemplo 1.º, una permeancia específica combinada por unidad de longitud del inducido  $\lambda_x = 2,78 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$ .

El diámetro  $D$  del entrehierro, según puede verse en la fig. 1.06.11 a es de 1850 mm y la longitud  $L$  de 320 mm. El estator tiene  $n = 126$  ranuras y  $Z_n = 18$  conductores por ranura y el factor de bobinado resulta ser  $\xi = 0,953$ .

Deducir la f.e.m. de reactancia relativa

La corriente por fase vale

$$I_f = \frac{P_b}{\sqrt{3} U} = \frac{850}{\sqrt{3} \cdot 5,5} = 89 \text{ A/fase}$$

La carga lineal específica

$$q = \frac{n Z_n I_f}{\pi D} = \frac{126 \cdot 18 \cdot 89}{\pi \cdot 185} = 347 \text{ Ac/cm}$$

El número de ranuras por polo y fase

$$n_{pf} = \frac{n}{m \cdot 2p} = \frac{126}{3 \cdot 24} = 1,75 \text{ r.p.p. y f.}$$

La inducción máxima ideal en el entrehierro en vacío, o sea referida a la tensión por fase  $U$ , se deduce de [2.01.11 g] para  $f = 50 \text{ Hz}$

$$\hat{E}_{\delta 0} = \frac{45 U_f}{n_{pf} (\xi Z_n) (DL)} = \frac{45 \cdot 3170}{1,75 (0,953 \cdot 18) (185 \cdot 32)} = 0,8 \text{ T}$$

Luego, según [2.01.18 f] para una máquina trifásica,

$$e_x^* = \frac{1,86}{\xi n_{pf}} \left( \frac{q}{100} \right) \left( \frac{\lambda_x}{\hat{E}_{\delta 0}} \right) = \frac{1,86}{0,953 \cdot 1,75} (3,47) \left( \frac{2,78}{0,8} \right) = 13,4 \%$$

exactamente la cifra hallada en el ejemplo citado 1.06.11 b.  
Esto significa una f.e.m. de reactancia absoluta por fase

$$E_x = 13,4 \frac{3170}{100} = 426 \text{ V}$$

y si queremos saber, además, el valor de la reactancia absoluta y de la inductancia de dispersión,

$$X = \frac{E_x}{I_f} = \frac{426}{89} = 4,78 \text{ } \Omega/\text{fase}$$

y

$$L_x = \frac{X}{2\pi f} = \frac{4,78}{2\pi \cdot 50} = 0,0152 \text{ H/fase.}$$

## 2.01.20 F.e.m. de los alternadores en valor relativo

En el párr. 1.09.11 dedujimos la expresión de la f.e.m. interna, [1.09.11 a],

$$E = U + RI \cos \varphi + XI \sin \varphi + \frac{(XI \cos \varphi - RI \sin \varphi)^2}{2U} \quad (\text{V})$$

Si queremos trabajar con valores relativos tomando por referencia la tensión nominal en bornes  $U = 100$ .

$$\dot{E} = \frac{E}{U} 100 = 100 + \frac{RI}{U} 100 \cos \varphi + \frac{XI}{U} 100 \sin \varphi + \frac{(XI \cos \varphi - RI \sin \varphi)^2}{2U^2} 100$$

roduciendo también los valores relativos de las caídas

$$\dot{u}_R = \frac{RI}{U} 100 \quad \dot{e}_x = \frac{XI}{U} 100 \quad [2.01.20 \text{ a}]$$

$$\dot{E} = 100 + \dot{u}_R \cos \varphi + \dot{e}_x \sin \varphi + \frac{(\dot{e}_x \cos \varphi - \dot{u}_R \sin \varphi)^2}{200} \quad (\% \text{ de } U) \quad [2.01.20 \text{ b}]$$

que si se desprecia el último término se simplifica en

$$\dot{E} \approx 100 + \dot{u}_R \cos \varphi + \dot{e}_x \sin \varphi \quad (\% \text{ de } U) \quad [2.01.20 \text{ c}]$$

Esta última aproximación en el caso de los alternadores de un resultado muy poco exacto. En cambio, para los transformadores suele ser suficiente.

## 2.01.21. Expresión paramétrica de la f.e.m. ficticia de reacción transversal en los alternadores de polos salientes.

Ya vimos también, [1.09.12 e], para

$$\frac{U_t}{\cos \alpha} = 2,22 f \frac{\xi_1 Z}{m} \hat{\Phi}_t 10^{-8} \text{ (V)} \quad (\text{Con } \Phi_t \text{ en M})$$

Como, [2.01.11 a],

$$U_f = 2,22 f \frac{Z \xi_1}{m} \hat{\Phi}_{\delta 0} 10^{-8} \text{ (V)}$$

se deduce, lo que ya es evidente físicamente,

$$\frac{\dot{u}_t}{\cos \alpha} = \frac{U_t}{U_f} 100 = \frac{\hat{\Phi}_t}{\hat{\Phi}_{\delta 0}} 100$$

que el valor relativo de la f.e.m. ficticia de reacción transversal es el mismo que el del flujo correspondiente.

Por otra parte, [1.09.12 c] y [1.09.12 a],

$$\hat{\Phi}_t = 0,8 \frac{\tau_p L \theta_{ib} / \cos \alpha}{K_M K_L K_C \delta} = 0,8 \frac{\tau_p L (0,45 c_t \xi_1 q \tau_p)}{K_M K_L K_C \delta} \text{ (M)}$$

y, [1.04.08 g],

$$\hat{\Phi}_{\delta o} = \tau_p L \frac{\hat{B}_{\delta o}}{1,57} \text{ (M)}$$

En estas últimas ecuaciones las longitudes estaban en cm y la inducción en G

$$\frac{\hat{u}_i}{\cos \alpha} = \frac{0,8 \tau_p L (0,45 c_i \xi_1 q \tau_p) (1,57)}{K_L K_M K_C \delta (\tau_p L \hat{B}_{\delta o})} 100 = \frac{56,5 \xi_1 c_i \tau_p q}{K_M K_L K_C \delta \hat{B}_{\delta o}} \text{ (% de } U_f)$$

Si se observa atentamente, la ecuación anterior, es meramente una transformación inmediata de la [1.09.12 g] deducida del cálculo gráficos de  $(U_i/\cos \alpha)$

Poniendo  $\hat{B}_{\delta o}$  en T, q en Ac/cm y  $\tau_e$  y  $\delta$  en la misma unidad

$$\frac{u_i^*}{\cos \alpha} = \frac{0,565 c_i \xi_1 \tau_p (q/100)}{K_M K_L K_C \delta \hat{B}_{\delta o}} \text{ (% de } U_f) \quad [2.01.21 a]$$

Cuanto al ángulo  $\alpha$  entre los vectores de la f.e.m. debida al flujo principal y de la corriente cuya expresión trigonométrica, se dedujo en [1.09.12 f]

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{U \operatorname{sen} \varphi + XI + \left( \frac{U_i}{\cos \alpha} \right)}{U \cos \varphi + RI}$$

es más simple aún obtenerlo en función de los valores relativos de las caídas expresadas en %.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{U \operatorname{sen} \varphi}{U} 100 + \frac{XI}{U} 100 + \frac{U_i/\cos \alpha}{U} 100}{\frac{U \cos \varphi}{U} 100 + \frac{RI}{U} 100}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{100 \operatorname{sen} \varphi + \dot{e}_x + \left( \frac{\hat{u}_i}{\cos \alpha} \right)}{100 \cos \varphi + \dot{u}_R} \quad [2.01.21 b]$$

2.01.22 F.e.m. de los transformadores

Con flujo de variación senoidal en el tiempo, se tiene, por fase del primario o del secundario, [1.04.07 c],

$$E_f = 4,44 \cdot f N_f \hat{\Phi} = 4,44 \cdot f N_f \hat{B}_n S_n \text{ (V/fase)} \quad [2.01.22 a]$$

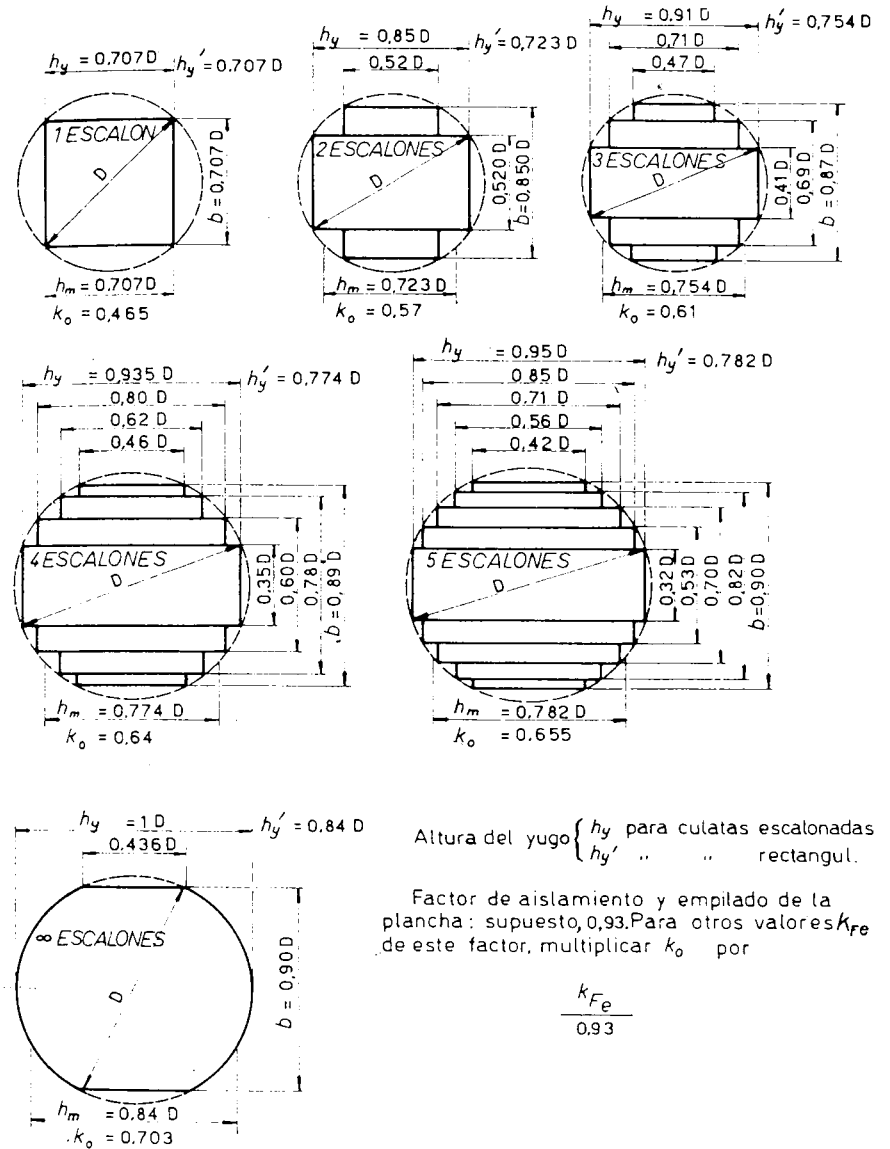


Fig. 2.01.22 a. Secciones normales de columnas para transformadores, y coeficiente de utilización  $k_n$ .

$$S_n = k_o D^2$$

( $\hat{\Phi}$  flujo máximo en el núcleo en Wb;  $f$ , frecuencia en Hz;  $N_f$ , espiras por fase,  $\hat{B}_n$  en T,  $S_n$  en m<sup>2</sup>).

La sección  $S_n$  puede ponerse en función del diámetro  $D$  de la circunferencia circunscrita a dicha sección. La superficie del cuadrado circunscrito vale ( $D^2$ ) y la del círculo inscrito en el mismo, ( $\frac{\pi}{4} D^2$ ); el escalonamiento de la sección origina un nuevo coeficiente geométrico de reducción  $k_g$  rebajando aquella superficie hasta el valor  $k_g \left(\frac{\pi}{4} D^2\right)$  y el aislamiento entre las chapas ocasiona otra pérdida adicional de sección útil quedando ésta por fin en

$$\boxed{S_n} = k_{Fe} k_g \frac{\pi}{4} D^2 = \boxed{k_o D^2} \quad [2.01.22 \text{ b}]$$

$k_{Fe}$ , el coeficiente de empilado, con planchas de 0,35 mm de grueso, varía entre 0,88 cuando las chapas van aisladas con papel, 0,9 a 0,92 con aislamiento de esmalte y hasta 0,95 en las de grano orientado tratadas químicamente para la formación de la capa aislante denominada, por ejemplo, «carlita».

$k_o$  es el factor global de utilización del cuadrado circunscrito al núcleo, y sus valores pueden tomarse directamente de la figura 2.01.29 a. Así, podemos escribir

$$E_f = 4,44 k_o f N_f D^2 \hat{B}_n \quad (\text{V/fase}) \quad [2.01.22 \text{ c}]$$

$D$ , aquí debe expresarse en m,  $f$  en Hz y  $\hat{B}_n$  en T. Poniendo  $D$  en cm y manteniendo las unidades anteriores para  $f$  y  $\hat{B}_n$

$$\boxed{E_f = \frac{k_o}{22,5} \left(\frac{f}{100}\right) N_f D^2 \hat{B}_n = k_o \left(\frac{f}{100}\right) \left(\frac{D}{4,74}\right)^2 N_f \hat{B}_n} \quad (\text{V/fase}) \quad [2.01.22 \text{ d}]$$

y para  $f = 50$  Hz

$$E_f = \frac{k_o}{45} N_f D^2 \hat{B}_n = k_o \left(\frac{D}{6,71}\right)^2 \hat{B}_n \quad (\text{V}) \quad [2.01.22 \text{ e}]$$

Puede observarse la completa analogía de estas ecuaciones con las que dedujimos para las máquinas rotatorias, [2.01.11 f y g]. La sección rectangular  $DL$  de estas últimas, equivale en los transformadores a la sección cuadrada  $D^2$ , supuesta inscrita en ella el corte transversal de la columna. En otro caso también debe acudir a la superficie del rectángulo circunscrito.

### 2.01.23 Potencia de los transformadores.

De la misma manera que se deduce esta expresión paramétrica en el caso de los generadores se llega para los transformadores a la ecuación de la potencia nominal *primaria o de entrada* <sup>(1)</sup>

$$\boxed{P_{b1} = \left(\frac{f}{2,25}\right) (m A_{cu1}) (k_o A_{\square}) (\hat{B}_{no} A_1)} \quad (\text{kVA}) \quad [2.01.23 \text{ a}]$$

o bien

$$\boxed{P_{b1} = \left(\frac{f}{22,5}\right) (k_o m V_{\square}) \left(\frac{q_1}{100}\right) \hat{B}_{no}} \quad (\text{kVA}) \quad [2.01.23 \text{ b}]$$

$A_{\square}$  = sección cuadrada transversal de una columna en dm<sup>2</sup>

$$A_{\square} = D^2 \quad (\text{dm}^2)$$

$D$  = diámetro circunscrito a una columna en dm

$k_o$  = factor de utilización, en sección de hierro, del cuadrado circunscrito al núcleo.

$$k_o = \frac{\pi}{4} k_g k_{Fe} \quad [2.01.23 \text{ c}]$$

$k_g$  = factor de utilización de la sección escalonada con respecto a la circular

$k_{Fe}$  = factor de empilado o de aislamiento de la plancha magnética

$A_{cu1}$  = sección neta de conductores por fase primaria en dm<sup>2</sup>

$$A_{cu1} = \frac{N_{f1} s_1}{10^{-4}} \quad (\text{dm}^2) \quad [2.01.23 \text{ d}]$$

$N_{f1}$  = número de espiras por fase primaria

$s_1$  = sección de un conductor primario en mm<sup>2</sup>

$V_{\square}$  = volumen prismático de una columna o de las columnas de una fase en dm<sup>3</sup>

$$V_{\square} = D^2 L \quad (\text{dm}^3) \quad [2.01.23 \text{ e}]$$

$L$  = longitud interior de una columna o de las columnas que constituyen una fase (en los transformadores monofásicos de dos columnas, la suma de las alturas de ambas), en dm

<sup>(1)</sup> Las normalizaciones tienden a definir la potencia nominal de los transformadores por sus características primarias y no por las secundarias.

$m$  = número de fases

$\hat{B}_{no}$  = Amplitud de la inducción por columna en T, correspondiente a la tensión en bornes (no, a la f.e.m.), supuesto el flujo de variación senoidal

$\Delta_1$  = densidad de corriente en el primario en A/mm<sup>2</sup>

$$\Delta_1 = \frac{I_{f1}}{s_1} \left( \frac{A}{\text{mm}^2} \right) \quad [2.01.23 \text{ f}]$$

$I_{f1}$  = corriente primaria por fase en A

$q_1$  = carga lineal específica media de las columnas debidas a la corriente primaria en Ac/cm

$$q_1 = \frac{N_{f1} I_{f1}}{L} \left( \frac{\text{Ac}}{\text{cm}} \right) \quad [2.01.23 \text{ g}]$$

La deducción de las fórmulas anteriores es la siguiente. Referida la inducción a la tensión eficaz en bornes del primario y supuesto el flujo de variación senoidal tendremos por fase primaria, [2.01.22 d], con

$\hat{\phi}$  en Wb  $D$  en cm y  $\hat{B}_{no}$  en T,

$$U_n = \frac{k_o}{22,5} \frac{f}{100} N_n D^2 \hat{B}_{no} \quad (\text{V/fase})$$

La corriente primaria por fase

$$I_n = \Delta_1 s_1 \quad (\text{A})$$

siendo  $s_1$  la sección del conductor primario en mm<sup>2</sup> y  $\Delta_1$  en A/mm<sup>2</sup>. La potencia aparente del transformador (primario)

$$P_{b1} = m U_n I_n = m \left( \frac{k_o}{22,5} \frac{f}{100} N_n D^2 \hat{B}_{no} \right) (\Delta_1 s_1) \quad (\text{VA}) \quad [2.01.23 \text{ h}]$$

Ahora bien:  $D^2$  no es más que la sección cuadrada del núcleo  $A_o$ , en esta fórmula en cm<sup>2</sup>. Poniéndola en dm<sup>2</sup>

$$D^2 \text{ (cm}^2\text{)} = A_o \text{ (dm}^2\text{)} \times 10^4$$

Por otro lado ( $N_n s_1$ ) representa la sección  $A_{cu1}$  de los conductores que constituyen el arrollamiento de una fase primaria y en la ecuación anterior viene dada en mm<sup>2</sup>. Poniéndola en dm<sup>2</sup>

$$A_{cu1} \text{ (dm}^2\text{)} \times 10^4 = N_n s_1 \text{ (mm}^2\text{)}.$$

Expresando  $P_{b1}$ , en kVA y sustituyendo

$$10^3 P_{b1} = m \frac{k_o}{22,5} \frac{f}{100} A_{cu1} \times 10^4 \cdot A_o \times 10^2 (\hat{B}_{no} \Delta_1)$$

o

$$P_{b1} = \frac{m k_o f}{2,25} A_{cu1} A_o \hat{B}_{no} \Delta_1$$

tal y como se indica en [a].

Si en la primera ecuación [h] en lugar de  $N_n \Delta_1$ ,  $s_1$  ponemos  $N_n I_{f1}$  y sustituimos este producto por  $q_1 L$  (con  $L$  en cm), [2.01.23 g], tendremos:

$$P_{b1} = m \frac{k_o}{22,5} \frac{f}{100} q_1 L D^2 \hat{B}_{no} \quad (\text{VA})$$

Aquí aparece  $L$  en cm y  $D$  también en cm.

Si ponemos  $P_{b1}$  en kVA y  $L$  y  $D$  en dm designando a su vez por

$$V_o = D^2 L \text{ (dm}^3\text{)}$$

el volumen prismático circunscrito a una columna del núcleo

$$P_{b1} \times 10^3 = m \frac{k_o}{22,5} \frac{f}{100} q_1 \hat{B}_{no} V_o \times 10^3$$

o

$$P_{b1} = \frac{m k_o f}{22,5} \frac{q_1}{100} V_o \hat{B}_{no} \quad (\text{kVA})$$

según se expuso en [b].

En la figura 2.01.22 a, se dan los valores del coeficiente de utilización  $k_o$  para distintas formas de la sección del núcleo.

Por lo demás vemos que la expresión paramétrica de la potencia de los transformadores no se diferencia esencialmente de la de las máquinas rotatorias. Las inducciones en el núcleo y la densidad de corriente o la carga lineal de los devanados determinan proporcionalmente dicha potencia, así como las secciones netas de chapa y conductores o el volumen prismático del núcleo, y, desde luego, la frecuencia.

La introducción del parámetro  $q$  (carga lineal específica), casi exclusivamente reservado en los usos técnicos a las máquinas rotatorias no es menos útil, como iremos viendo si se extiende también a los transformadores por su influencia sobre las caídas de tensión y el calentamiento.

Huelga decir que las mismas fórmulas deducidas en términos del primario podrían haberse establecido para el secundario. Utilizando la segunda de ellas [b] el simbolismo del segundo miembro puede ser absolutamente idéntico puesto que prescindiendo de la corriente magnetizante, siempre despreciable en los transformadores industriales, es

$$N_{f1} I_{f1} = N_{f2} I_{f2}$$

y

$$\boxed{q_1} = \frac{N_{f1} I_{f1}}{L} = \frac{N_{f2} I_{f2}}{L} = \boxed{q_2 = q} \quad \text{Ac/cm} \quad [2.01.23 \text{ i}]$$



El valor asignado a la inducción ideal  $\hat{B}_{no}$  resultará algo distinta según se haya partido de la tensión primaria o a la secundaria pero la diferencia, afectada por las caídas de tensión internas, no es tampoco muy importante. De todas las formas, aquí, como hemos dicho, siempre la relacionaremos con la tensión primaria a menos que se indique expresamente otra cosa. Observemos que entre  $q$  y  $\Delta$  existe la relación

$$q = \frac{N_{f1} I_{f1}}{L_1} = \frac{N_{f1} (\Delta_1 s_1)}{L_1} = \frac{A_{cu1}}{L} \Delta_1 = \frac{A_{cu2}}{L} \Delta_2 = 100 \delta_{m1} \Delta_1 = 100 \delta_{m2} \Delta_2 \quad [2.01.23 \text{ j}]$$

( $A_{cu1}$  y  $A_{cu2}$  en  $\text{mm}^2$ ,  $L$  en  $\text{cm}$ ,  $\Delta$  y  $\Delta_2$  en  $\text{A/mm}^2$ ,  $q$  en  $\text{Ac/cm}$ :  $\delta_{m1}$  y  $\delta_{m2}$  grosor medio de cobre en cada bobinado, en  $\text{cm}$ ).

### 2.01.24 Ejemplo

Calcular el peso de la plancha magnética por kVA de potencia primaria para las columnas de un transformador trifásico de 50 Hz con núcleo de chapa orientada que pueda trabajar a 16 kG en vacío y con una carga específica media lineal de  $q = 500 \text{ Ac/cm}$  a P.C.

Tomemos la ecuación [2.01.23 b]

$$P_{\delta 1} = \frac{22,5}{f} (k_o m V_o) \left( \frac{q_1}{100} \hat{B}_{no} \right) (\text{kVA})$$

de donde el volumen neto de columnas por kVA

$$\frac{k_o m V_o}{P_{\delta 1}} = \frac{22,5}{f} \frac{100}{q_1} \frac{1}{\hat{B}_{no}} = \frac{22,5}{50} \frac{100}{500} \frac{1}{1,6} = 0,0563 \frac{\text{dm}^3}{\text{kVA}}$$

El peso específico de la plancha citada es  $7,65 \text{ kg/dm}^3$  luego se precisan para las columnas (independientemente del yugo)

$$0,0563 \cdot 7,65 = 0,43 \text{ kg/kVA}$$

La cifra es, pues, del orden de  $1/2 \text{ kg/kVA}$  en las columnas.

Las columnas de un transformador de 2500 kVA, por ejemplo, vendrían a pesar alrededor de  $2500 \times 0,43 = 1075 \text{ kg}$ .

## 2.02 CÁLCULO DE LAS MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA

### 2.02.01 Consideraciones generales

Las dimensiones de la máquina habrán de convenir a las características que se espera obtener de ella. Pero el problema es tan complejo por la variedad de condiciones que pueden plantearse y la abundancia de incógnitas que aparecen, que su resolución matemática directa, al menos en el estado actual del cálculo por procedimientos manuales, es inabordable. Sin duda es un futuro próximo, la aplicación de los ordenadores electrónicos que ya empieza a introducirse en esta rama, permitirá plantear y resolver rápidamente un gran número de ecuaciones simultáneas entre los datos y las dimensiones, según hemos ido viendo, con el fin de abreviar o suprimir los tanteos y orientaciones empíricas a los cuales es inevitable acudir todavía y que solamente pueden acortarse con un cierto sentido y experiencia del creador de la máquina.

El procedimiento general a seguir consiste en fijar de antemano el menor número posible de condiciones o exigencias (datos) quedando de este modo libre numerosas variables que como incógnitas convierten el problema en indeterminado. Al progresar el cálculo, estas variables se irán seleccionando con vistas a satisfacer nuevas condiciones, impuestas o favorables, retrocediendo, si es preciso retocar algunos resultados ya logrados, o bien ciertas hipótesis de apoyo no confirmadas, hasta conseguir el conjunto armónico que responda mejor a las cualidades de la máquina.

Para evitar francos desvíos que harían interminables los cálculos, hay que mantener despierto el sentimiento de la influencia ejercida por cada decisión sobre los resultados futuros, es decir: conocer bien las relaciones que ligan las diversas magnitudes con las propiedades electromecánicas y tener presente estas relaciones. Contribuyen a hacer menos penosa la tarea, las múltiples recomendaciones que existen entresacadas de experiencias con máquinas ya construidas, pero, sobre todo cuando se trata de unidades aisladas o construcciones especiales, habrá que comprobar después si el propósito de conseguir las características previstas ha sido realmente logrado. Entre estas características no hay que olvidar el aspecto económico que por sí mismo puede ayudar en la elección de soluciones posibles, técnicamente poco distintas.

El proceso es otro cuando se trata de calcular máquinas similares o series de tipos análogos. En tal caso cabe omitir muchas comprobaciones posteriores, previsible por la simple correlación de datos y resultados. Afortunadamente esto es lo que ocurre la mayoría de las veces en los problemas industriales.

Como datos fundamentales del cálculo hay que partir al menos de la potencia (activa o aparente) de la máquina, de la tensión (en vacío o a plena carga) y además, para las máquinas rotativas, de la velocidad de giro. Pero tampoco éste es el camino único a seguir. Son sumamente interesantes y frecuentes los problemas en los cuales hay que proceder a la inversa: contando con determinados elementos constructivos, costosos en sí —por regla general, modelos de fundición (carcasas, escudos, soportes) o matrices de punzonado— deducir de ello todos los tipos de máquinas que pueden derivarse con ayuda de los mismos y sus combinaciones.

Los puntos de partida son, pues, muy variados y no cabe englobar aquí todos ellos aunque algunos ejemplos nos mostrarán más adelante las directrices de este orden (cálculo de motores de doble jaula o de dos velocidades). Hay que considerar, sin embargo, como básico el proceso de cálculo que partiendo de la potencia, tensión y velocidad de la máquina lleva el establecimiento de todas sus dimensiones. Este es el objeto de los capítulos inmediatos que siguen. Digamos, de paso, que el calentamiento de las máquinas es *siempre* una característica limitativa de la potencia de las mismas, lo cual no excluye el que, ocasionalmente, otras condiciones, puedan limitar antes su potencia nominal: par de arranque, conmutación, variaciones de voltaje o de velocidad, características mecánicas, etc.

Pero si la máquina ha sido racional y económicamente resuelta, cualquiera otra limitación coincidirá muy aproximadamente con el calentamiento máximo admisible.

Es de lamentar que, al mismo tiempo, este calentamiento constituye todavía una de las previsiones menos sujetas a las garantías del cálculo. El tipo constructivo de la máquina determina en buena medida los coeficientes de trabajo que pueden adoptarse, sobre todo por lo que respecta al calentamiento. Cabe distinguir principalmente entre las construcciones abiertas de ventilación natural, hoy casi abandonadas; las construcciones protegidas, con ventilación interior, muy empleadas; las máquinas cerradas, con carcasas lisas o de aletas y ventilación exterior, las más frecuentes para motores asíncronos de pequeña y mediana potencia; y los sistemas especiales con circulación del aire caliente a través de tubos, radiadores, o intercambiadores de calor refrigerados por aire o agua; e incluso sistemas mixtos. Algunas normas (DIN, por ejemplo), tienen clasificadas e identificadas por símbolos especiales las numerosas variantes constructivas y de refrigeración para las máquinas eléctricas (1).

(1) En el cálculo de las máquinas eléctricas hay que tener siempre presentes las Normas o pliegos de condiciones a que deben sujetarse. Pero aquellas son tan numerosas y a veces tan diversas que no es posible recogerlas en un libro de este género. Consúltense, sin embargo, en cada caso.

A las características de potencia, tensión y velocidad determinantes del tamaño y composición de cualquier clase de máquina se le suma en las de corriente continua el fenómeno delicado de la conmutación que resta muchas veces flexibilidad en las adaptaciones de los tipos constructivos a distintas condiciones de servicio.

### 2.02.02 Inducción teórica en el entrehierro en vacío $\hat{B}_{\infty}$ carga lineal específica $q$

Tomemos la ecuación de la potencia en bornes por unidad de velocidad angular, o sea el par en  $\frac{W}{r/m}$ ; [2.01.06 b]

$$M_b = \frac{P_b \times 1000}{N} = \frac{P_b}{\left(\frac{N}{1000}\right)} = \frac{\psi}{60,7} V_{\square} \left(\hat{B}_{\infty} q\right) \left(\frac{W}{r/m}\right) \quad [2.02.02 a]$$

( $P$  en kW,  $V_{\square}$  en  $dm^3$ ,  $q$  en  $Ac/cm$ ,  $\hat{B}_{\infty}$  en T)

El par específico por unidad de volumen prismático del inducido, y que constituye el «coeficiente de utilización» de la máquina, viene dado por

$$C = \frac{M_b}{V_{\square}} = \frac{(P \times 1000) / N}{V_{\square}} = \frac{\psi}{60,7} \left(\hat{B}_{\infty} q\right) \frac{\left(\frac{W}{r/m}\right)}{dm^3} \quad [2.02.02 b]$$

La inducción teórica en el entrehierro  $\hat{B}_{\infty}$  influirá después en la excitación y en el volumen del inductor, en el grado de saturación de la máquina y como consecuencia en la distorsión del campo con la carga, en la estabilidad de la tensión de los generadores y de la velocidad de giro de los motores. Los valores admisibles de  $\hat{B}_{\infty}$  serían en este aspecto bastante uniformes si las características de funcionamiento de las máquinas hubieran de ser parecidas. Pero como la inducción en los dientes trapeziales aumenta muy rápidamente hacia la raíz a medida que el diámetro del inducido disminuye, surge de aquí una condición restrictiva para la inducción en el entrehierro ligada ésta con la de los dientes por meras relaciones geométricas [1.04.17 f].

La fig. 2.02.02 a muestra la dependencia entre  $\hat{B}_{\infty}$  y  $D$  que puede servir de punto de partida en el cálculo de máquinas normales, referida la inducción a la f.e.m. en carga  $E$ . Como para cualquier otro dato empírico de orientación, hay que contar siempre con posibles retoques posteriores si el desarrollo del cálculo, sobre todo por lo que respecta a la inducción en los dientes, señala que así procede hacerlo.

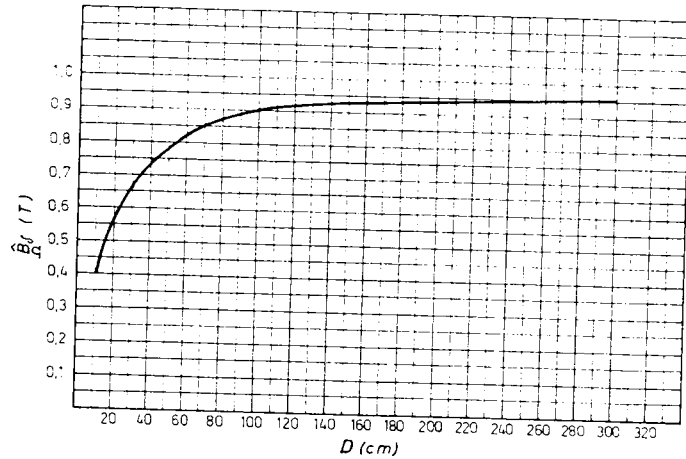


Fig. 2.02.02 a Inducción teórica en el entrehierro  $\hat{B}_d$  con la f.e.m. de P.C.E. (El valor  $\hat{B}_d$  de  $\hat{B}$  a T.N. en bornes se obtendrá multiplicando el de la curva,  $\hat{B}_d$ , por la relación  $\frac{C}{E}$  y resulta proporcionalmente menor en las dinamos y mayor en los motores).

Cuanto a la carga lineal específica  $q$ , afecta proporcionalmente a las reacciones transversal y longitudinal de la máquina; esto último, si hay que prevenir el descalaje de las escobillas cuando no lleva polos auxiliares, [1.07.04 b] y [1.07.07 b]. Pero además influye proporcionalmente sobre la f.e.m. de a.i. en las bobinas de conmutación, [1.08.07 e], y sobre la tensión entre delgas, a través de  $K$ , (párrafo 1.07.03), por lo cual toda recomendación acerca del valor de  $q$ , hecha desde cualquier otro punto de vista, queda subordinada a que su efecto sobre aquellos dos valores sea tolerable, cosa tanto más difícil cuanto más alta es la velocidad de giro. Por otra parte, la restricción que impone sobre el tamaño de los dientes en su raíz la amplitud de la ranura en las máquinas de escaso diámetro (amplitud que aumenta con  $q$ ), fuerza a adoptar también para  $q$  una ley de dependencia respecto a  $D$  muy similar a la de la inducción en el entrehierro. La figura 2.02.02 b muestra una curva que puede servir también de punto de partida para el cálculo, a reserva de verificaciones posteriores.

No se olvide tampoco que  $q$ , junto con la densidad  $\Delta$ , es uno de los factores básicos del calentamiento (párrafo 2.01.08).

Basándose en los resultados obtenidos con máquinas normales se ha trazado la curva (fig. 2.02.02 c)

$$C = \frac{\left(\frac{P_b}{N/1000}\right)}{V_{\square}} = \frac{\psi}{60,7} \left(\hat{B}_d q\right) \left(\frac{W/r.p.m.}{dm^3}\right)$$

del coeficiente de utilización  $C$  en función del diámetro  $D$  de la máquina, a título de confrontación previa.

En las grandes máquinas el par que llega a obtenerse por unidad de volumen es hasta 5 veces mayor que en las pequeñas, lo cual implica una gran economía de inversión. La curva continua vale para máquinas modernas con ventilador, muy bien refrigeradas. En grandes máquinas lentas sin ventilador hay que rebajar los coeficientes eléctrico y magnético de trabajo para que el calentamiento no sea excesivo y entonces el coeficiente de utilización se aproxima a los valores dados por la línea de trazos.

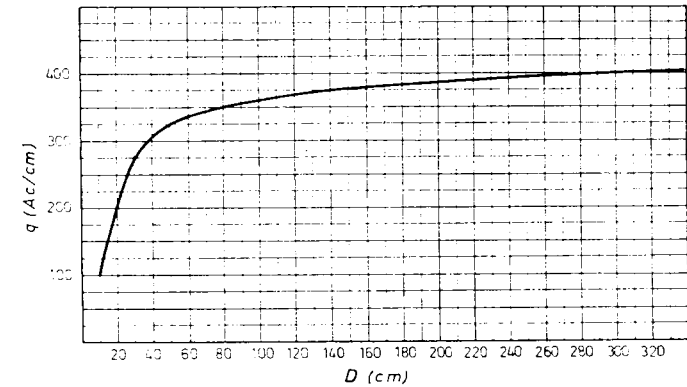


Fig. 2.02.02 b. Carga lineal específica.

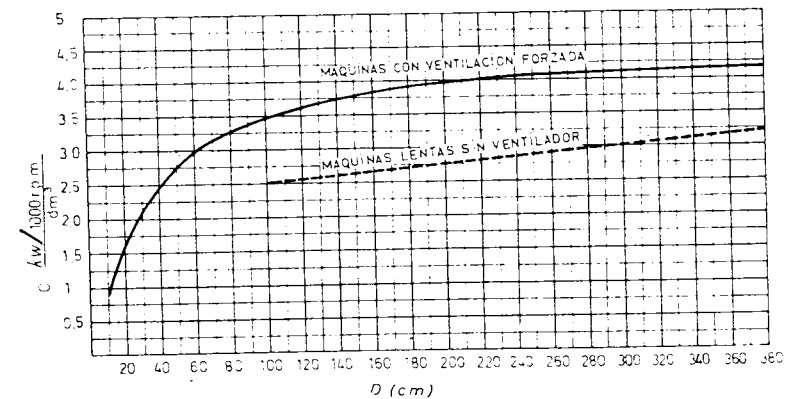


Fig. 2.02.02 c. Coeficiente de utilización de las máquinas de corriente continua referido a la potencia en bornes.

## 2.02.03 Volumen prismático del inducido

Elegido  $C$  se deduce en primera aproximación el volumen prismático del inducido

$$V_{\square} = D^2 L = \frac{\left(\frac{P_b}{N/1000}\right)}{C} \text{ (dm}^3\text{)} \quad [2.02.03 \text{ a}]$$

$$(P_b \text{ en kw, } N \text{ en r/m, } C \text{ en } \frac{\text{W}}{\text{r/m}} \frac{\text{dm}^3})$$

La potencia en bornes  $P_b$  constituye un dato de la máquina, si se trata de un generador, y se calcula suponiendo provisionalmente un rendimiento  $\eta$  si se trata de un motor. La fig. 2.02.03 a facilita datos de referencia para la estimación previa del rendimiento, basados en las normas alemanas y en datos de los fabricantes.

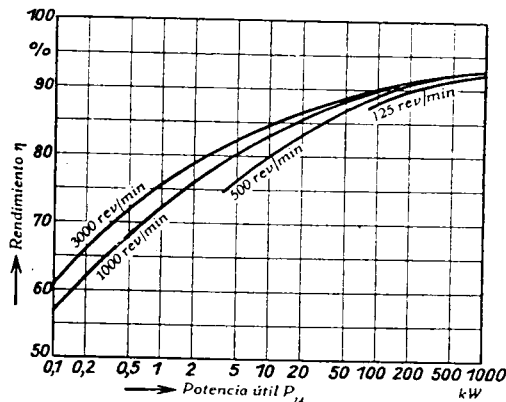


Fig. 2.02.03 a. Rendimientos usuales de las máquinas de corriente continua.

## 2.02.04 Ejemplos

*Ejemplo 1.º* La dinamo de 345 kW, 500 V 985 r/m estudiada en el párrafo 2.01.07, tiene un diámetro de 60 cm. Le corresponde según la fig. 2.02.02 c un coeficiente de utilización de 2,95 kW por cada 1000 r/m y  $\text{dm}^3$  y un volumen prismático de inducido, [2.02.03 a],

$$V_{\square} = D^2 L = \frac{\left(\frac{345}{0,985}\right)}{2,95} = 119 \text{ dm}^3$$

La máquina tiene en realidad  $D = 60 \text{ cm}$  y  $L = 36 \text{ cm}$

$$V_{\square} = 6^2 \cdot 3,6 = 130 \text{ dm}^3$$

un 9 % más del que se considera necesario. Se trata de una dinamo para servicio de laminación sometida a fuertes aumentos de excitación por lo cual se ha elegido un valor reducido de  $\hat{B}_{\delta}$  en carga (0,745 T en lugar de 0,82 según la figura 2.02.02 a). El recubrimiento polar  $\psi$  es algo bajo (sólo del 62 %). En cambio, la carga lineal específica para un servicio de este género es más bien elevada 366 Ac/cm en lugar de 335 que recomienda la fig. 2.02.02 b pero se dotó a la máquina de arrollamiento compensador.

Este ejemplo práctico nos muestra hasta qué punto deben ser sometidos a análisis los datos de orientación facilitados.

*Ejemplo 2.º* Un motor de 24,4 kW servicio unihorario, que absorbe 28,3 kW a P.C. ( $\eta = 0,863$ ), 500 V, 450 r/m, tiene 36 cm de diámetro de inducido y 17,5 cm de longitud, o sea  $V_{\square} = 3,6^2 \cdot 1,75 = 22,7 \text{ dm}^3$

$$C = \frac{\left(\frac{P_b}{N/1000}\right)}{V_{\square}} = \frac{\left(\frac{28,3}{0,45}\right)}{22,7} = 2,77 \frac{\text{W}}{\text{r/m}} \frac{\text{dm}^3}$$

De acuerdo con la fig. 2.02.02 c,  $C$  vendría a ser de  $2,3 \frac{\text{W}}{\text{r/m}} \frac{\text{dm}^3}$

Tratándose de un motor de servicio unihorario, puede forzarse la utilización de la máquina.

La inducción teórica a P.C. es  $\hat{B}_{\delta} = 0,845 \text{ T}$  y la carga lineal específica  $q = 244 \text{ Ac/cm}$  en lugar de 0,70 y 300 respectivamente. Se ha aumentado la inducción y se ha descargado en cambio el cobre. La razón es que estos motores de servicio temporal suelen hallarse sometidos a fuertes sobrecargas pasajeras. El recubrimiento polar vale  $\psi = 0,69$ .

*Ejemplo 3.º* Una dinamo de 60 kW 115 V, 665 r/m, tiene un diámetro de 40 cm y una longitud de 20 cm., o sea, un volumen prismático  $V_{\square} = 4^2 \cdot 2 = 32 \text{ dm}^3$ .

El coeficiente de utilización resulta así

$$C = \frac{\left(\frac{0,665}{60}\right)}{32} = 2,82 \frac{\text{W}}{\text{r/m}} \frac{\text{dm}^3}$$

La cifra que da la figura 2.02.02 c para  $D = 40 \text{ cm}$  es de 2,45. Se trata de una dinamo normal que trabaja en carga con  $\hat{B}_{\delta} = 0,73 \text{ T}$  a P.C. (0,72 T según recomendación de la fig. 2.02.02 a),  $q = 363 \text{ Ac/cm}$  (335 Ac/cm propuestos en la fig. 2.02.02 b). El recubrimiento es  $\psi = 0,6$ .

*Ejemplo 4.º* Un pequeño motor de ventilador cenital absorbe 165 W a 220 V, 150 r/m y tiene un diámetro  $D = 11 \text{ cm}$  y una longitud  $L = 6,6 \text{ cm}$ , o sea  $V_{\square} = 1,1^2 \cdot 0,66 = 0,8 \text{ dm}^3$ .

Su coeficiente de utilización es, pues,

$$C = \frac{\left(\frac{P_b}{N/1000}\right)}{V_{\square}} = \frac{\left(\frac{0,165}{0,150}\right)}{0,8} = 1,375 \frac{\text{W}}{\text{r/m}} \frac{\text{dm}^3}$$

Según la curva fig. 2.02.02 c le corresponderían  $x \left( \frac{W}{r/m} \right) / dm^3$

La inducción en carga dada la fuerte caída interna (188 V) que absorbe más del 50 % de la tensión en bornes, vale 0,555 T (1) (recomendado 0,4 T, fig. 2.02.02 a) y la carga lineal específica  $q = 98,5$  Ac/cm (recomendado; 100 Ac/cm, fig. 2.02.02 b).

Vemos que la concordancia no es grande en cuanto a la inducción; los criterios y las soluciones son discrepantes para motores tan pequeños como estos fraccionales.

**Ejemplo 5** Una dinamo de 4300 kW, 350 V, 150 r/m, tiene un diámetro de entrehierro  $D = 400$  cm y longitud  $L = 60$  cm.

Volumen prismático:  $V_0 = 40^2 \cdot 6 = 9600$  dm<sup>3</sup>

$$C = \frac{\left( \frac{4300}{0,150} \right)}{9600} = 3 \left( \frac{W}{r/m} \right) / dm^3$$

Esta máquina extraordinariamente grande y lenta entra dentro de la categoría de la curva de puntos en la fig. 2.02.02 c.

Según ella,  $C$  podrá llegar a  $3,3 \left( \frac{W}{r/m} \right) / dm^3$

La inducción teórica en el entrehierro con la f.e.m. de P.C., 357,5 V asciende a  $\hat{B}_0 = 0,84$  T (2) (recomendado 0,95 T) y la carga lineal específica vale  $q = 343$  Ac/cm (400, recomendados). El recubrimiento polar es  $\psi = 0,65$ .

Comprobamos en líneas generales la coincidencia bastante satisfactoria entre las recomendaciones expuestas y las máquinas construidas, dentro de un amplio margen de potencias y velocidades, sin perder de vista en cada caso las circunstancias particulares del servicio.

**2.02.05 Diámetro y longitud del inducido. Número de polos**

Admitido el coeficiente de utilización de la máquina  $C \left( \frac{W}{r/m} \right) / dm^3$  y deduci-

do el volumen prismático  $V_{\square}$  por la ecuación  $V_{\square} = \frac{\left( \frac{P_b}{N/1000} \right)}{C} dm^3$ , si- gue el distribuir adecuadamente este volumen adoptando un diámetro apropiado. El diámetro  $D$  debe ser tanto mayor cuanto mayor es la potencia y menor la velocidad de giro. Las soluciones posibles en cada caso son, sin embargo, innumerables y la discrepancia entre máquinas de distinta procedencia

(1) Para  $U = 220$  V,  $\hat{B}_0 = 0,555 \frac{220}{102} = 1,2$  T lo cual sería elevadísimo, pero un motor tan pequeño presenta, incluso en vacío, una fuerte caída de tensión.

(2) Para  $U = 350$  V  $\hat{B}_0 = 0,84 \frac{350}{357,5} = 0,823$  T.

se acumulan por el hecho mismo de que al no fabricarse, por lo general, las máquinas de continua en serie, los constructores tienden a sacar el máximo provecho de los modelos y matrices existentes extendiendo la utilización de cada uno de ellos hasta el límite posible.

Desde el punto de vista económico, las máquinas muy largas con respecto al paso polar utilizan mal la plancha magnética y bien el cobre de los devanados, mejorando la situación para el hierro a expensas del cobre a medida que la superficie de inducido por polo se aproxima al cuadrado.

Nótese, en efecto que las cabezas de bobinas desempeñan un papel meramente pasivo en la máquina.

Por otra parte, la conmutación es más difícil en las máquinas alargadas debido a la fuerte autoinducción de las ranuras.

La relación  $\frac{L}{\tau_p}$  es, pues, índice de la utilización respectiva de ambos materiales activos, cobre y hierro y de la conmutación misma; en realidad no suele

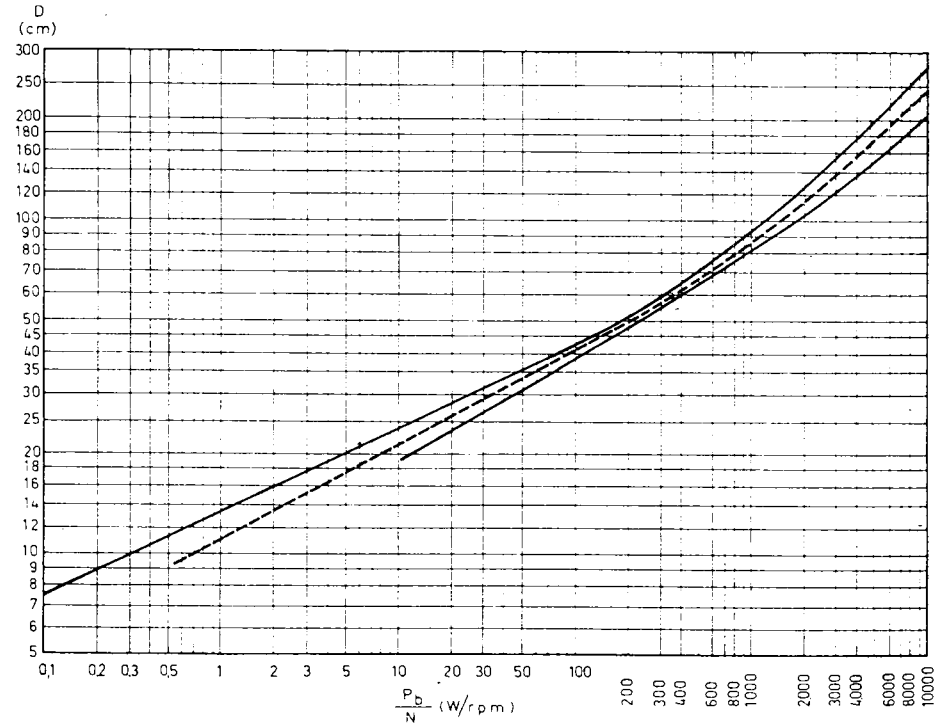


Fig. 2.02.05 a. Diámetro D del inducido en función del par  $\frac{P_b}{N}$ .

rebasar el valor 1 (salvo para las turbodinamos) aunque tampoco desciende mucho por bajo de esta cifra. El elegir dicha relación inferior a la unidad, si bien recarga algo la cantidad de cobre necesaria para el inducido, acerca más a la forma cuadrada la sección de los polos consiguiéndose una mayor economía de cobre inductor cuya influencia en el coste del material supera al otro.

La selección del diámetro apropiado va, pues, ligada a la del número de polos y debe responder a las mejores condiciones tanto eléctricas como económicas, difíciles de satisfacer por meras indicaciones apriorísticas. Si se trata de máquinas importantes o de series de máquinas pequeñas, lo más conveniente será efectuar un cálculo previo paralelo con tres diámetros distintos que difieran entre ellos en un 10 ó un 20 % por ejemplo y decidir la solución más adecuada.

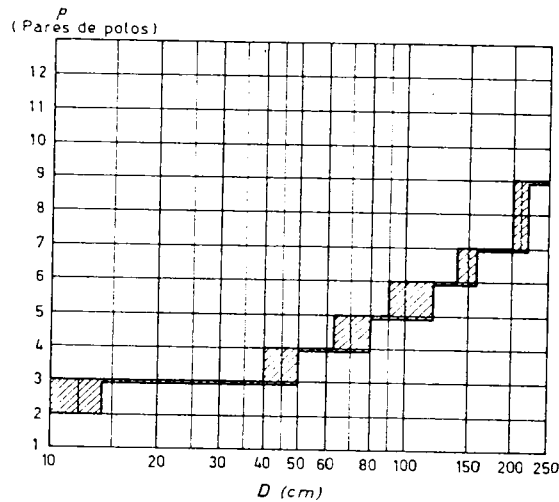


Fig. 2.02.05 b. Pares de polos de la máquina de corriente continua según el diámetro.

A título informativo, la figura 2.02.05 a y b facilitan datos entresacados de distintas construcciones realizadas. En la primera se muestra el diámetro adoptado, en cm, en función del par  $M_b$  expresado en  $\frac{\text{kW}}{\left(\frac{\text{r/m}}{1000}\right)}$

y en la segunda, el número de pares de polo  $p$  según el diámetro  $D$  en cm.

Una vez fijado  $D$ , puede elegirse  $\hat{B}_\delta$  por la fig. 2.02.02 a; calcular  $\hat{B}_{\delta 0} =$

$\hat{B}_\delta \frac{U}{E}$ , adoptar  $q$  de acuerdo con la fig. 2.02.02 b y calcular  $C$  exactamente, [2.02.02 b],

$$C = \frac{\psi}{60,7} \left( \hat{B}_{\delta 0} q \right) \left( \frac{\left( \frac{W}{\text{r/m}} \right)}{\text{dm}^3} \right)$$

Entonces,

$$V_{\square} = \frac{\left( \frac{P_b}{\left( \frac{N}{1000} \right)} \right)}{C} \text{ (dm}^3\text{)}$$

de donde

$$L = \frac{V_{\square}}{D^2} \text{ (dm)} \quad [2.05.05 \text{ a}]$$

( $V_{\square}$  en  $\text{dm}^3$ ,  $D$  en  $\text{dm}$ )

Dentro de la longitud  $L$  se intercalan los canales de ventilación radial; cada paquete individual de chapas no debe rebasar la longitud axial de unos 8 cm. Se exceptúan las máquinas de refrigeración puramente longitudinal poco usadas en corriente continua.

$\psi$  varía entre 0,6 y 0,70 según el espacio a reservar para los polos auxiliares y la importancia que pueda adquirir la dispersión polar la cual aumenta con  $\psi$ . Si la máquina no lleva polos de conmutación,  $\psi = 0,65 \dots 0,75$ .

2.02.06 Ejemplos

Ejemplo 1.º La dinamo de 345 kW, 500 V, 985 r/m del párrafo 2.02.04 a) da

$$\left( \frac{P_b}{\left( \frac{N}{1000} \right)} \right) = \frac{345}{0,985} = 350 \frac{W}{\text{r/m}}$$

para lo cual la fig. 2.02.05 a recomienda  $D = 60$  cm justamente el valor adoptado. A su vez, la fig. 2.02.05 b, para  $D = 60$  cm señala  $2p = 8$  polos. La máquina, sin embargo, tiene solamente 6 polos a pesar de lo cual la relación afectiva  $\frac{L}{\tau_p} = \frac{36}{31,4} = 1,145$  no es baja ni mucho menos.

Según las curvas, para  $D = 60$  cm,  $B_\delta = 0,82$  T (fig. 2.02.02 a).

Suponiendo una caída de tensión de 2,5 %,  $E = 1,025$   $U = 1,025 \cdot 500 = 512,5$  V

$$\hat{B}_{\delta 0} = \hat{B}_\delta \frac{U}{E} = 0,82 \frac{1}{1,025} = 0,8 \text{ T}$$

De acuerdo con la fig. 2.02.02 b,  $q = 335$  Ac/cm.  
El recubrimiento de esta máquina es  $\psi = 0,62$  y se hallaría, exactamente, [2.02.02 b],

$$C = \frac{\psi}{60,7} \left( \hat{B}_{\delta} q \right) = \frac{0,62}{60,7} 0,8 \cdot 335 = 2,74 \left( \frac{W}{r/m} \right) / dm^3$$

de donde, [2.02.03 a],

$$V_{\square} = \frac{\left( \frac{N/1000}{P_{\delta}} \right)}{C} = \frac{\left( \frac{0,985}{345} \right)}{2,74} = 128 \text{ dm}^3$$

Ya hemos visto que el coeficiente de utilización de la máquina construida vale precisamente  $\frac{345/0,985}{6^2 \cdot 3,6} = 2,7 \left( \frac{W}{r/m} \right) / dm^3$  y el volumen,  $V_{\square} = 6^2 \cdot 3,6 = 130 \text{ dm}^3$ . La inducción es inferior (en vacío,  $\hat{B}_{\delta} = 0,723$  T) y la carga específica lineal superior a las recomendadas ( $q = 366$  Ac/m), pero entre ambos factores se compensan dando así un volumen normal.

$$L = \frac{V_{\square}}{D^2} = \frac{127}{6^2} = 3,53 \text{ dm}$$

la longitud real es de 36 cm.

*Ejemplo 2.º* El motor de 165 W absorbidos, 220 V, 150 r/m da

$$\left( \frac{P_{\delta}}{N} \right) = \frac{0,165}{0,150} = 1,1 \frac{W}{r/m}$$

y la fig. 2.02.05 a recomienda por término medio (línea de puntos)  $D = 11$  cm: exactamente el diámetro de la máquina. La inducción aconsejada en carga es, fig. 2.02.02 a,  $\hat{B}_{\delta} = 0,4$  T y la carga lineal específica (fig. 2.02.02 b)  $q = 100$  Ac/cm. Estas máquinas tan pequeñas y lentas experimentan una enorme caída de tensión interior. El cálculo sucesivo nos haría ver que hay que contar con una f.e.m. interna de solamente el 46 % de la tensión aplicada. Así, para  $U$ ,

$$\hat{B}_{\delta} = \hat{B}_{\delta} \frac{U}{E} = 0,4 \frac{1}{0,46} = 0,87 \text{ T}$$

El recubrimiento polar vale  $\psi = 0,72$  y [2.02.02 b],

$$C = \frac{\psi}{60,7} \left( \hat{B}_{\delta} q \right) = \frac{0,72}{60,7} (0,87 \cdot 100) = 1,03 \left( \frac{W}{r/m} \right) / dm^3$$

Por tanto, [2.02.03 a],

$$V_{\square} = \frac{\left( \frac{P_{\delta}}{N/1000} \right)}{C} = \frac{1,1}{1,03} = 1,07 \text{ dm}^3$$

$$L = \frac{V_{\square}}{D^2} = \frac{1,07}{1,1^2} = 0,88 \text{ dm}$$

El motor tiene una longitud  $L = 6,6$  cm porque trabaja con una inducción en carga bastante más elevada que la elegida (0,55 T en lugar de 0,4. En vacío,  $\hat{B}_{\delta} = 0,55/0,46 = 1,2$  T si no hubiese, incluso en estas condiciones, una caída importante). La carga lineal coincide, en cambio, con la admitida (98,5 y 100 Ac/cm respectivamente).

El número de polos es 2.

*Ejemplo 3.º* El generador de 4300 kW, 350 V, 150 r/m, tiene

$$\left( \frac{P_{\delta}}{N} \right) = \frac{4300}{0,150} = 28700 \frac{W}{r/m}$$

es extraordinariamente grande y lento como máquina de corriente continua y cae ya fuera de los límites de la fig. 2.02.05 a. Intentemos extrapolar. El par es 2,87 veces 10000  $\frac{W}{r/m}$  y a este último le corresponden 250 cm de diámetro. Para  $\frac{10000}{2,87} = 3500 \frac{W}{r/m}$  se tendría  $D = 130$  cm. A una relación de 2,87 veces el par, le sigue, pues, otra de  $\frac{250}{150} = 1,67$  en el diámetro. A 28700  $\frac{W}{r/m}$  vendrán a corresponder, pues unos  $250 \times 1,67 = 417$  cm de diámetro. El valor real es de 400 cm bastante coincidente.

Las fig. 2.02.02 a y b nos muestran que la inducción  $\hat{B}_{\delta}$  tiende hacia un límite de 0,95 T y  $q$  hacia los 400 Ac/cm. El recubrimiento polar vale  $\psi = 0,65$ .

Para la tensión en bornes podemos admitir

$$U = 0,98 E$$

y la inducción asociada

$$\hat{B}_{\delta} = \hat{B}_{\delta} \frac{U}{E} = 0,98 \cdot 0,95 = 0,93 \text{ T}$$

Luego, [2.02.02 b],

$$C = \frac{\psi}{60,7} \left( \hat{B}_{\delta} q \right) = \frac{0,65}{60,7} (0,93 \cdot 400) = 3,98 \left( \frac{W}{r/m} \right) / dm^3$$

de donde, [2.02.03 a],

$$V_{\square} = \frac{\left( \frac{P}{N/1000} \right)}{C} = \frac{28700}{3,98} = 7200 \text{ dm}^3$$

y

$$L = \frac{V_{\square}}{D^2} = \frac{7200}{41,7^2} = 4,13 \text{ dm}$$

La dinamo tiene en realidad 400 cm de diámetro por 60 cm de longitud, y es que la inducción en carga  $\hat{B}_a$  se ha elegido, ciertamente, más baja: 0,84 T en lugar de 0,95, y la carga lineal específica de 343 Ac/cm en vez de 400, es decir, se trata de una máquina calculada con un amplio margen de seguridad.

El número de polos es  $2p = 24$ . Con  $D = 400$  cm resulta un paso polar  $\tau_p = 52,4$  cm y la relación  $\frac{L}{\tau_p} = \frac{60}{52,4} = 1,15$  algo elevada, consecuencia de la abundante extensión dada a la longitud del inducido.

### 2.02.07 Número de conductores de la máquina

Establecido el diámetro  $D$  y la carga lineal específica  $q$  de

$$q = \frac{Z I_c}{\pi D} \left( \frac{\text{Ac}}{\text{cm}} \right), \quad [2.02.07 \text{ a}]$$

se deduce la carga eléctrica total

$$Z I_c = \pi D q \text{ (Ac)} \quad [2.02.07 \text{ b}]$$

$Z$  = número total de conductores del inducido

$I_c$  = corriente por conductor en A

$D$  = diámetro del entrehierro en cm

La corriente por conductor es igual a la corriente total del inducido  $I$  (corriente de línea  $\pm$  corriente de excitación shunt) dividida por el número de vías

$$I_c = \frac{I}{2a} \quad [2.02.07 \text{ c}]$$

y depende por tanto del tipo de arrollamiento elegido. El número de conductores varía en razón inversa de  $I_c$

$$Z = \frac{(Z I_c)}{I_c} \quad [2.02.07 \text{ d}]$$

Antes de hallar  $I_c$  y  $Z$  hay que dejar establecido el tipo de bobinado a emplear, lo cual nos fijará determinadas condiciones acerca del número de ranuras y de secciones por ranura y para satisfacerlas habrá que reajustar más o menos la inducción prevista del entrehierro. A este fin sirve la ecuación [2.01.04 e] referida a  $U$

$$U = \left( \frac{\psi n}{382} \right) \left( \frac{N}{1000} \right) \frac{Z_n}{a} (DL) \hat{B}_a \text{ (V)} \quad [2.02.07 \text{ e}]$$

( $D$  y  $L$  en cm,  $\hat{B}_a$  en T,  $N$  en r/m).

### 2.02.08 Arrollamiento del inducido

Con el devanado en doble capa de las máquinas de continua el número de conductores por ranura debe ser par y depende del tipo de arrollamiento a emplear.

Se procurará siempre que sea posible recurrir al bobinado serie u ondulado en dos vías, el más simple y seguro, único que se utiliza en las máquinas de pequeña potencia con respecto a la tensión.

El disponer sólo de dos vías conduce en las máquinas de fuerte intensidad a una corriente por vía muy elevada y a una sección de conductores excesiva. Si el arrollamiento serie resulta por ello inapropiado, se procurará pasar al tipo en paralelo o imbricado sencillo, con conexiones compensadoras, que proporciona tantas vías como polos.

Cuando la máquina es de gran potencia y baja tensión se hace necesario acudir a un arrollamiento imbricado múltiple, nunca de multiplicidad superior a 2, y el número de vías resulta doble del número de polos. Son indispensables las conexiones compensadoras y equipotenciales.

A veces estos devanados se usan para reducir la tensión entre delgas.

Si el número de polos es grande, el salto desde las dos vías del devanado ondulado a las  $2p$  vías del arrollamiento imbricado puede dar origen a soluciones igualmente inadecuadas y entonces cabe adoptar un bobinado en series paralelas con todas sus conexiones de equilibrio. Son los que ofrecen más dificultades de conmutación.

Por último: las dinamos de muy fuerte intensidad o de dos tensiones de línea pueden ser también de dos colectores.

En todos estos casos especiales es importante el conocer a fondo el trazado y los métodos de compensación eléctrica de los arrollamientos para evitar después dificultades de funcionamiento. Remitimos al lector a las obras especializadas del género entre las cuales sobresalen, de las editadas en castellano, la de ARNOLD: «La máquina dinamoeléctrica de Corriente Continua», Edit. Labor, y la de RICHTER: «Devanados de inducido», Edit. Espasa Calpe, clásicas en la materia. Aquí nos ceñiremos a exponer un resumen de las características de cada tipo de bobinado.

Hagamos observar que el número de delgas  $K$ , aparte las exigencias de compatibilidad y simetría del arrollamiento, debe satisfacer a la condición de proporcionar una tensión media entre delgas aceptable (Véanse párrafos 1.07.03 y 2.02.30).



## 2.02.09 Devanado ondulado simple

Número de vías  $2a = 2$  cualquier que sea el número de polos  
[2.02.09 a]

Paso del colector  $y_k = \frac{K \mp 1}{p} = \text{entero}$  [2.02.09 b]

( $K$  = número de delgas)

Secciones por ranura. Sean

$u$  = número de delgas por ranura

= número de secciones por ranura

= número de lados de sección de una capa por ranura

$n$  = número de ranuras.

En un devanado sin secciones muertas,

$$K = n u = p y_k \pm 1$$

de donde

$$y_k = \frac{K \mp 1}{p} = \frac{nu \mp 1}{p}$$

Estas condiciones no siempre pueden satisfacerse en números enteros. Por ejemplo: si el número de pares de polos  $p$  es par, el de delgas  $K$  ha de ser impar y el número de secciones por ranura  $u$  lo mismo que el de ranuras  $n$  no podrán ser pares.

• Con un número par de pares de polos,  $K$ ,  $n$  y  $u$  han de ser impares.

• El valor de  $u$  puede llegar como máximo a 5 y tampoco conviene hacerlo igual a 1, una sección por ranura, a menos de comprometer la conmutación. Las máquinas de 4, 8, 12... polos sólo pueden realizarse con 1, 3 ó 5 secciones por ranura si no se desea recurrir a dejar secciones muertas.

En cambio, el devanado *exapolar* sin secciones muertas no admite tres secciones por ranura ni un número de ranuras divisible por 3, puesto que

$$nu = 3 y_k \pm 1$$

es incompatible si  $n$  o  $u$  son múltiplos de 3.

• Por otra parte, ningún arrollamiento ondulado simple de más de dos polos (1) cabe realizarlo con un número entero de ranuras por polo ni por par de polos (siempre a base de evitar secciones muertas).

(1) Para dos polos no ha lugar a distinguir entre arrollamiento ondulado o imbricado.

En efecto:

$$y_k = \frac{K \mp 1}{p} = \frac{nu \mp 1}{p}$$

de donde el número de ranuras por par de polos

$$\frac{n}{p} = \frac{y_k \pm \frac{1}{p}}{n}$$

El segundo miembro no puede ser entero en cuanto  $p > 1$

Tampoco podrá ser entero el número de ranuras por polo  $\frac{n}{2p}$

$$\frac{n}{2p} = \frac{y_k \pm \frac{1}{p}}{2u}$$

Esto implica que el paso de bobina, si es entero, no podrá ser diametral, (o sea igual al de ranuras por polo).

Hay que tener muy en cuenta estas restricciones al prever el devanado si se quieren evitar complicaciones constructivas.

He aquí, pues, las soluciones posibles

Pares de polos $p$	Sección por ranura $u$
2	1, 3, 5
3	1, 2, 4, 5
4	1, 3, 5
5	1, 2, 3, 4
6	1, 5
7	1, 2, 3, 4, 5
8	1, 3, 5
9	1, 2, 4, 5
10	1, 3

[2.02.09 c]

## Pasos de bobinado

Medido en ranuras, el paso de bobinas o paso posterior  $y_n$ , aunque no llegue a ser diametral, debe aproximarse todo lo posible a un paso polar

$$y_n \approx \frac{n}{2p} = n_p \text{ ranuras} \quad [2.02.09 d]$$

No es indispensable que  $y_n$  sea entero. Un paso fraccionario facilita la conmutación pero complica la construcción de las bobinas. Designado por  $y_f$  el paso frontal (lado colector) en ranuras (fig. 2.02.09 a) y por  $y_2$  en lados de una sola capa,

$$(y_n + y_f) \cdot u = y_1 + y_2 = y_k \quad [2.02.09 \text{ e}]$$

$$y_f = \frac{y_2}{u} \approx y_n \quad [2.02.09 \text{ f}]$$

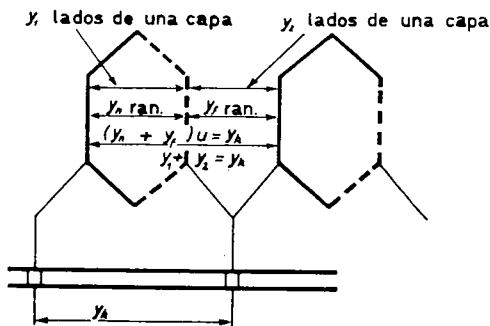


Fig. 2.02.09 a. Pasos de un arrollamiento ondulado simple.

$$y_k = \frac{K \pm 1}{p}; y_n \approx \frac{n}{2p}$$

$$y_1 = \frac{y_k}{u} - y_n; y_1 = u y_n; y_2 = u y_f$$

En lados de una capa, respectivamente, el de bobina o posterior,

$$y_1 = y_n \cdot u \quad (\text{lados}) \quad [2.02.09 \text{ g}]$$

y el anterior,  $y_2 = y_f \cdot u = y_k - y_n \cdot u$  (lados) [2.02.09 h]

La suma algebraica de los dos pasos parciales  $y_1$  e  $y_2$  medidos en lados de una sola capa (o en secciones) es siempre igual al paso del colector  $y_k$  en delgas cualquiera que sea el tipo de bobinado. En este caso,

$$y_k = y_1 + y_2 \text{ lados de una capa} \quad [2.02.09 \text{ i}]$$

La parte anterior de las bobinas (lado colector) desaparece si el arrollamiento ondulado se efectúa con barras.

• *Simetría.* El devanado ondulado simple satisface siempre a las condiciones de simetría por par de vías.

$$\frac{p}{a} = \text{entero}, \quad \frac{K}{a} = \text{entero}, \quad \frac{n}{a} = \text{entero}, \quad [2.02.09 \text{ j}]$$

ya que  $a = 1$

Los devanados serie simples no precisan de conexiones compensadoras.

## 2.02.10 Ejemplos

*Ejemplo 1.º* Una dinamo de 120 V, 12,5 A, 1,5 kW, 1750 r/m, lleva un devanado ondulado simple de

$$2p = 4 \text{ polos}$$

$$2a = 2 \text{ vías}$$

$$n = 33 \text{ ranuras}$$

$$n_p = \frac{33}{4} = 8,25 \text{ ranuras por polo (fraccionario)}$$

$$u = 3 \text{ secciones por ranura (impar, por ser par } p)$$

$$K = nu = 33 \cdot 3 = 99 \text{ delgas}$$

$$y_k = \frac{K \mp 1}{p} = \frac{99 - 1}{2} = 49 \text{ delgas (} 1 \div 50)$$

$$y_n = 8 \text{ ranuras de paso de bobina (} 1 \div 9) < n_p$$

$$y_1 = \frac{y_k}{u} - y_n = \frac{49}{3} - 8 = \left(8 + \frac{1}{3}\right) \text{ ranuras}$$

En lados de una capa,

$$y_1 = u y_n = 3 \cdot 8 = 24 \quad (1 \div 25)$$

y también, en lados de una capa

$$y_2 = y_k - y_1 = 49 - 24 = 25 \quad (25 \div 50)$$

El arrollamiento es de paso acortado y regresivo (sin cruzar).

*Ejemplo 2.º* Un motor de 115 V, 417 A, 48 kW, 1150 r/m, va provisto de un devanado serie de

$$2p = 4 \text{ polos}$$

$$2a = 2 \text{ vías}$$

$$n = 71 \text{ ranuras}$$

$$n_p = \frac{71}{4} = 17,75 \text{ ranuras por polo (fraccionario)}$$

Por excepción, esta máquina iba dispuesta con

$$u = 1 \text{ sección por ranura}$$

$$K = nu = 71 \cdot 1 = 71 \text{ delgas}$$

$$y_k = \frac{K \mp 1}{p} = \frac{71 + 1}{2} = 36 \text{ delgas (} 1 \div 37). \text{ El arrollamiento es cruzado aunque}$$

hubiera podido hacerse también normal tomando  $y_k = \frac{71 - 1}{2} = 35$  delgas.

Pero se trata de un devanado con barras y al elegirlo cruzado, veremos en seguida que hace posible una construcción más regular de pasos posterior y frontal, entonces idénticos.

$y_n = 18$  ranuras ( $1 \div 19$ ) paso alargado en  $\frac{1}{4}$  de ranura. Si se hubiera hecho acortado,  $y_n = 17$  el acortamiento sería de  $\frac{3}{4}$  de ranura ensanchándose innecesariamente la zona de conmutación.

$$y_1 = u y_n = 1 \cdot 18 = 18 \text{ lados de una capa (} 1 \div 19)$$

$$y_2 = y_k - y_1 = 36 - 18 = 18 \text{ lados de una capa (} 19 \div 37), \text{ tal y como habíamos anunciado, igual a } y_1$$

• **Ejemplo 3.º** Un motor de tracción para 1500 V lleva el devanado serie simple constituido por

$$2p = 4 \text{ polos}$$

$$2a = 2 \text{ vías}$$

$$n = 49 \text{ ranuras}$$

$$n_p = \frac{49}{4} = 12,25 \text{ ranuras por polo}$$

$$u = 5 \text{ secciones por ranura}$$

$$K = nu = 49 \cdot 5 = 245 \text{ delgas}$$

$$y_k = \frac{K \mp 1}{p} = \frac{245 - 1}{2} = 122 \text{ delgas}$$

$y_n = \left(12 + \frac{2}{5}\right)$  ranuras. Paso ligeramente alargado en  $\frac{2}{5} - \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$  y fraccionario (escalonado) para asegurar una mejor conmutación. En lados de una capa,

$$y_1 = u y_n = 5 \left(12 + \frac{2}{5}\right) = 62 \text{ lados (1} \div 63)$$

$$y_2 = y_k - y_1 = 122 - 62 = 60 \text{ lados (63} \div 23)$$

• **Ejemplo 4.º** Un motor de 48 kW, 550 V, 98,5 A, 940 r/m, va provisto de un arrollamiento ondulado de

$$2p = 4 \text{ polos}$$

$$2a = 2 \text{ vías}$$

$$n = 41 \text{ ranuras}$$

$$n_p = \frac{41}{4} = \left(10 + \frac{1}{4}\right) \text{ ranuras por polo}$$

$u = 4$  secciones por ranura. Incompatible sin secciones muertas: [2.02.09 c]

$un = 4 \cdot 41 = 164$  secciones. Dejando una de ellas muerta, se adoptó:

$$K = 163 \text{ delgas}$$

$$y_k = \frac{K \mp 1}{p} = \frac{163 - 1}{2} = 81 \text{ delgas (1} \div 82)$$

$y_n = 10$  ranuras (1  $\div$  11)  $< n_p$ . En lados de una capa,

$$y_1 = u \cdot y_n = 4 \cdot 10 = 40 \text{ lados (1} \div 41)$$

$$y_l = \frac{y_k}{u} - y_n = \frac{81}{4} - 10 = \left(10 + \frac{1}{4}\right) \text{ ranuras. En lados de una capa,}$$

$$y_2 = y_k - y_1 = 81 - 40 = 41 \text{ (41} \div 82)$$

La sección muerta se consigue saltando, al conectar el bobinado, dos lados cualesquiera dentro de una misma ranura, superpuestos, es decir, uno en la capa superior y el correspondiente de la capa inferior (1). Cada uno de estos lados pertenece a una vía distinta por lo cual el desequilibrio no se traduce en corrientes circulatorias.

(1) Sólo es posible con devanado de barras. En los de bobinas, los lados no coincidirían de este modo y la supresión afecta entonces a una sola de las dos vías.

## 2.02.II Devanado imbricado simple (fig. 2.02.II a)

$$\text{Número de vías} = \text{Número de polos: } 2a = 2p \quad [2.02.II a]$$

$$\text{Paso del colector } \boxed{y_k = \pm 1} \text{ delga} \quad [2.02.II b]$$

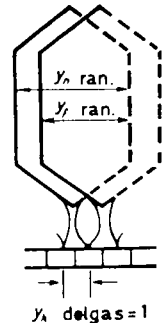


Fig. 2.02.II a. Pasos de un arrollamiento imbricado simple.

$$y_1 - y_2 = y_k = 1$$

• Es realizable con cualquier número de delgas  $K$  y de ranuras  $n$  o de secciones por ranura  $u$ , sin secciones muertas, pero para lograr una simetría en los puntos de bifurcación de las derivaciones (escobillas), deben satisfacerse las siguientes condiciones.

$$\boxed{\frac{K}{a} = \text{entero}} \quad \boxed{\frac{n}{a} = \text{entero}} \quad [2.02.II c]$$

La primera condición  $\frac{p}{a} = \text{entero}$ , [2.02.09 j], se cumple necesariamente puesto que  $p = a$

Si el número de secciones por ranura  $u > 1$ , conviene que el de ranuras por polo  $n_p = n/2p$  no sea entero; es recomendable adoptar, para facilitar la conmutación,

$$\boxed{\frac{n}{p} = \text{impar}} \quad [2.02.II d]$$

### Pasos de bobinado

El paso posterior puede ser diametral si el número de ranuras por polo es entero, lo cual ya hemos dicho que no conviene; o lo más próximo al paso diametral si  $n_p$  es fraccionario

$$\boxed{y_n \approx n_p} \quad \text{ranuras} \quad [2.02.11 \text{ e}]$$

También puede elegirse en cualquier caso por interés de la conmutación, un paso de bobina fraccionario (arrollamiento escalonado) aunque constructivamente sea más laborioso.

El paso frontal siempre retrocede con respecto al de bobina o posterior y la suma algebraica de ambos medidos en lados de una capa ha de valer  $1 = y_k$ .

En lados de una capa

$$y_1 = y_n \cdot u \quad [2.02.11 \text{ f}]$$

$$\boxed{y_2 = y_1 \mp 1} \quad [2.02.11 \text{ g}]$$

### 2.02.12 Ejemplos

*Ejemplo 1.º* La dinamo tantas veces aludida de 345 kW, 500 V, 690 A, 985 r/m, tiene un devanado imbricado simple de

$$2p = 6 \text{ polos}$$

$$2a = 6 \text{ vías}$$

$$n = 75 \text{ ranuras}$$

$$n_p = \frac{75}{6} = 12,5 \text{ ranuras por polo}$$

$$u = 4 \text{ secciones por ranura}$$

$$K = n \cdot u = 75 \cdot 4 = 300 \text{ delgas}$$

$$y_k = +1 \text{ delga}$$

$$y_n = 12 \text{ ranuras } (1 \div 13). \text{ En lados de una capa,}$$

$$y_1 = u \cdot y_n = 4 \cdot 13 = 52 \text{ lados } (1 \div 53)$$

$$y_2 = y_1 - 1 = 51 \text{ lados de ranura } (53 \div 2)$$

El bobinado cumple las condiciones de simetría [2.02.11 b]

$$\frac{K}{a} = \frac{300}{3} = 100 \text{ (entero)}$$

$$\frac{n}{a} = \frac{75}{3} = 25 \text{ (entero)}$$

y además la recomendación [2.02.11 c],  $\frac{n}{p} = \frac{75}{3} = 25 = \text{impar}$ . Es ligeramente atado en  $\frac{1}{2}$  ranura, sin cruzar, ni tampoco escalonado, absolutamente normal.

*Ejemplo 2.º* Un motor de 165 V, 2100 A, 290 CV, 550 r/m, lleva un arrollamiento imbricado simple de

$$2p = 8 \text{ polos}$$

$$2a = 8 \text{ vías}$$

$$n = 96 \text{ ranuras}$$

$$np = \frac{96}{8} = 12 \text{ ranuras por polo (entero en este caso, pero el paso de bobinas, como}$$

veremos, es fraccionario

$$u = 2 \text{ secciones por ranura}$$

$$K = nu = 96 \cdot 2 = 198 \text{ delgas}$$

$$y_k = +1$$

$$y_n = \left(11 + \frac{1}{2}\right) \text{ ranuras. En lados de una capa,}$$

$$y_1 = y_n \cdot u = \left(11 + \frac{1}{2}\right) 2 = 23 \text{ lados } (1 \div 24)$$

$$y_2 = y_1 - 1 = 22 \text{ lados de una capa}$$

Cumple las condiciones de simetría [2.0.11 c]

$$\frac{K}{a} = \frac{198}{4} = 47 = \text{entero}$$

$$\frac{n}{a} = \frac{96}{4} = 24 = \text{entero}$$

pero no la recomendación [2.02.11 b] de que esta última cifra sea impar. Va acertado en  $\frac{1}{2}$  ranura y es escalonado; sin cruzar.

### 2.02.13 Conexiones compensadoras en los arrollamientos imbricados

Todos los arrollamientos de este género han de llevar conexiones compensadoras para derivar a través de ellas y atenuar en parte las corrientes circulatorias provocadas por cualquier desequilibrio eléctrico o magnético y las oscilaciones debidas a las ranuras, sin que tales corrientes se vean obligadas a circular por las escobillas. Estas conexiones deberán unir puntos del devanado entre los cuales no exista, en principio, diferencia de potencial. El paso de las mismas  $y_c$  ha de corresponder, pues, exactamente al número de ranuras por par de polo que, como condición previa de simetría, tiene que ser entero, [2.02.11 c].

En otros términos, valorado en delgas

$$\boxed{y_c = \frac{K}{p} = \frac{K}{a}} \quad \text{delgas} \quad [2.02.13 \text{ a}]$$

Cuanto al número de conexiones, se llega a veces hasta una toma por ranura pero generalmente basta con una cada dos o tres ranuras, si con ello no baja de dos el número de tomas en cada zona interpolar para que las corrientes

compensadoras debidas a las diferencias que puedan existir en los campos de conmutación no influyan sobre los polos principales.

La sección de los aros o puentes colectores de estas conexiones por los cuales circula corriente alterna, acostumbra hacerse igual a la mitad,  $\frac{I}{3}$  ó  $\frac{I}{4}$  de la de los conductores del inducido.

Otro criterio mejor fundado para dimensionar los anillos colectores de compensación puede ser el siguiente.

La corriente de la máquina  $I$  se reparte normalmente por partes iguales,  $\frac{I}{2}$ , entre las dos mitades diametrales del inducido. Si el desequilibrio se produce entre ambas mitades (descentramiento de los cojinetes, por ejemplo) y admitimos que la corriente compensadora puede llegar a ser  $\frac{I}{3}$  de la normal de la máquina, ascenderá a  $\frac{I}{3}$  A, la cual, bifurcándose entre las dos vías que ofrece un aro, da  $\frac{I}{6}$  A por sección del mismo. Tomando una densidad de 3 A/mm<sup>2</sup> la sección del anillo deberá ser

$$s_{ac} = \frac{I}{18} \text{ mm}^2 \quad [2.02.13 \text{ b}]$$

#### 2.02.14 Ejemplos

*Ejemplo 1.º* La dinamo del párrafo 2.02.12 a) de 345 kW, 500 V, 690 A, 985 r/m, 300 delgas, va equipada con una conexión compensadora por ranura de  $4 \times 1,5 = 6 \text{ mm}^2$

La sección de los conductores es de  $13 \times 2,2 = 28,6 \text{ mm}^2$ . Relación:  $\frac{6}{28,6} = 0,21$ .

El paso de conexión es de

$$y_c = \frac{K}{p} = \frac{300}{3} = 100 \text{ delgas (} 2 \div 102, 6 \text{ a } 106, \text{ etc.)}$$

*Ejemplo 2.º* Una dinamo de 1800 kW, 525 V, 3430 A, 94 r/m, 24 polos, 432 ranuras, 3 secciones por ranura, 1296 delgas,  $2,5 \times 15 = 37,5 \text{ mm}^2$  de sección por conductor, lleva una conexión compensadora cada 2 ranuras empalmadas a la distancia del doble paso polar o  $\frac{K}{p} = \frac{1296}{12} = 108$  delgas sobre sendos aros de  $60 \times 3 = 180 \text{ mm}$ .

Esta sección corresponde bien a la fórmula [2.02.13 b]

$$s_{ac} = \frac{I}{18} = \frac{3430}{18} = 190,5 \text{ mm}^2$$

Como existen

$$\frac{432}{12} = 36 \text{ ranuras por par de polos}$$

y se dispone una conexión cada dos ranuras, habrán en total

$$\frac{36}{2} = 18 \text{ anillos de compensación,}$$

cada uno de la sección indicada.

El paso de estas conexiones será, como hemos dicho y según [2.02.13 a],

$$y_c = \frac{K}{p} = \frac{K}{a} = \frac{1296}{12} = 108 \text{ delgas (} 1 \div 109 \text{).}$$

#### 2.02.15 Arrollamientos imbricados múltiples

Sólo interesan prácticamente los arrollamientos dobles que provienen en principio de intercalar entre sí dos de ellos simples.

Si el número de delgas es impar el devanado resulta de simple cierre y si es par, de cierre doble.

Se deben evitar en todo lo posible los primeros.

El número de vías en unos y otros es doble del de polos.

$$a = 2p \quad [2.02.15 \text{ a}]$$

El *paso de colector* consecuencia de hallarse alternadas las delgas respectivas, debe ser

$$y_k = \pm 2 \quad \text{delgas} \quad [2.02.15 \text{ b}]$$

*Número de polos.* En el caso de adoptar un devanado de simple cierre ( $K$ , impar), el número de pares de polos  $p$  debe ser también impar.

Si  $K$  es par (cierre doble)  $p$  puede ser cualquiera.

*Secciones por ranura.* Con simple cierre interesa elegir un número de secciones por ranura,  $u$ , impar y como  $K = nu$  ha de ser impar, el número de ranuras no puede ser par. Si es de doble cierre ( $K$ , par) conviene hacer  $u$  también par y el número de ranuras por polo  $n_p = \frac{n}{2p}$  entero.

*Pasos de bobinado.* El paso de bobina o posterior  $y_n$  se hará aproximadamente igual al número de ranuras por polo

$$y_n \approx n_p \quad \text{ranuras} \quad [2.02.15 \text{ c}]$$

En lados de una capa

$$y_1 = u y_n \text{ lados} \quad [2.02.15 \text{ d}]$$

$$y_2 = y_1 \mp y_k = y_1 \mp 2 \quad \text{[2.02.15 e] lados}$$

Cuando el devanado es de doble cierre ( $K$  y  $n$ , pares;  $n_p$ , entero) se recomienda adoptar los pasos  $y_1$  e  $y_2$ , medidos en lados de una capa, impares a fin de que coincidan sobre un mismo plano radial conductores de uno y otro arrollamiento independiente lo cual tiende a evitar corrientes circulatorias. Lo más apropiado es elegir como paso posterior de bobina  $y_n$  un número fraccionario en media ranura a fin de que las conexiones equipotenciales entre ambos devanados no cierren circuito para las pulsaciones de flujo debidas a los dientes (Véase ARNOLD-LA COUR, La Máq. Din. Eléctrica de Corr. Cont. Edit. Labor. Tomo I, pág. 82 a 85).

### 2.02.16 Doble colector

Disponiendo las delgas de uno de los devanados independientes a un lado de la máquina y situando las del otro devanado al lado opuesto, se obtiene una máquina de dos colectores aislados que pueden acoplarse en serie o en paralelo.

Para poder disponer las conexiones equipotenciales que requiere el buen funcionamiento de este sistema, los pasos en el colector se harán cruzados en uno de ellos y sin cruzar en el otro. Téngase en cuenta también lo dicho anteriormente respecto a los pasos de bobina para los arrollamientos imbricados de doble cierre.

### 2.02.17 Ejemplo

Un turbogenerador de 115 V, 65 kW, 565 A, 3000 r/m, lleva un arrollamiento imbricado doble, doblemente cerrado de las siguientes características

$$2p = 4 \text{ polos}$$

$$2a = 8 \text{ vías}$$

$$n = 50 \text{ ranuras}$$

$$n_p = \frac{50}{4} = 12,5 \text{ ranuras por polo (No cumple la recomendación de que } n_p \text{ sea entero)}$$

$$u = 2 \text{ secciones por ranura (par)}$$

$$K = nu = 50 \cdot 2 = 100 \text{ (par; por eso es de doble cierre)}$$

$$y_k = + 2 \text{ delgas}$$

$$y_n = 12 \text{ ranuras (1 } \div \text{ 13). En lados de una capa,}$$

$$y_1 = 12 \cdot 2 = 24 \text{ (1 } \div \text{ 25). Es ligeramente acortado, en } 1/2 \text{ ranura pero tampoco satisface la recomendación de que } y_1 \text{ medido en lados de bobina sea impar.}$$

$$y_1 = \text{Por tanto, cada plano radial pertenece a un arrollamiento distinto.}$$

$$y_2 = y_1 - y_k = 22 \text{ lados de una capa (25 } \div \text{ 3).}$$

### 2.02.18 Conexiones equipotenciales de los devanados imbricados doble

Cada uno de los dos arrollamientos debe llevar sus propias conexiones compensadoras según el párrafo 2.02.13, pero es necesario asegurar además la repartición de potenciales entre las delgas sucesivas del colector lo cual se logra mediante otras conexiones auxiliares llamadas *equipotenciales*.

Si nos limitásemos a colocar idénticamente los dos arrollamientos intercalando sus lados de bobinas en planos radiales alternados con los mismos pasos de conexión, apenas si habríamos hecho otra cosa que subdividir los conductores y las delgas, como si se tratase, por lo demás, de un arrollamiento único. Para que cada lámina del colector adquiera de por sí un potencial intermedio entre las de las dos delgas adyacentes, es necesario, según se ha anunciado, acudir al escalonamiento de las bobinas guardando determinadas

relaciones en la composición del bobinado (paso en ranuras = entero +  $\frac{1}{2}$ ).

Las conexiones equipotenciales van entonces de un lado a otro del inducido por el interior de la linterna. (Véase ARNOLD: obra citada). Basta disponerlas en número de unas 3 por polo. Las mismas precauciones atañen a las máquinas de dos colectores sobre todo si éstos deben funcionar en paralelo. Los puentes entre las escobillas de uno y otro lado han de poseer las características de conexiones equipotenciales para lo cual es preciso que existan estas condiciones a uno y otro lado de la máquina.

El paso de las conexiones compensadoras será

$$y_c = \frac{K}{p} = \frac{K}{a/2} = \frac{2K}{a} \quad \text{[2.02.18 a]}$$

y las equipotenciales irán entre los aros de compensación elegidos y los que se forman sobre los vértices, en la otra cara de las bobinas terminadas en las dos delgas adyacentes a cada toma del aro de compensación respectivo.

El turbogenerador del párrafo 2.02.17 no lleva más que conexiones compensadoras compuestas por 5 sistemas (una toma cada 5 ranuras). Cada sistema empalma dos delgas con un paso de  $y_c = \frac{2K}{a} = \frac{200}{4} = 50$  delgas, o sea, entre láminas opuestas. Va sin conexiones equipotenciales ya que el paso de ranuras es inadecuado.

Las secciones  $y$ , como para las conexiones compensadoras.

2.02.19 Arrollamientos en series paralelas

Son las de funcionamiento más delicado y su aplicación debe ir acompañada de un concienzudo estudio sobre las condiciones teóricas y prácticas de simetría.

Condiciones de simetría

En tal sentido es ineludible que el arrollamiento satisfaga a estas tres relaciones

$$\boxed{\frac{p}{a} = \text{entero}, \quad \frac{K}{a} = \text{entero}, \quad \frac{n}{a} = \text{entero}} \quad [2.02.19 \text{ a}]$$

Paso en el colector

El número de vías  $2a$  se deriva del de delgas  $K$  y del paso en el colector  $y_k$  debiendo cumplirse la relación

$$K = y p_k \pm a$$

$$\boxed{y_k = \frac{K \mp a}{p}} \quad [2.02.19 \text{ b}]$$

Secciones por ranura

El número de secciones por ranura  $u$  ha de ser siempre  $> 1$ .

De las ecuaciones de simetría, la primera,  $\frac{p}{a} = \text{entero}$ , quedará sentada previamente al elegir el número de polos y el tipo de bobinado. Si se cumple la tercera  $\frac{n}{a} = \text{entero}$ , y puesto que  $u$  es también entero (ausencia de secciones muertas), la segunda de ellas,  $\frac{K}{a} = \text{entero}$  quedará automáticamente satisfecha.

Como la ejecución del bobinado entraña otra condición definida por [b], toda ella en números enteros, la incompatibilidad surge en numerosos casos. Poniendo

$$y_k = u \frac{n}{p} \mp \frac{a}{p} = \text{entero}$$

se ve inmediatamente que si  $a < p$  (únicos casos a considerar en la práctica)  $n$  no ha de ser divisible por  $p$  a menos de introducir secciones muertas. El número de ranuras por par de polos no puede ser entero.

Reuniendo la condición de simetría  $\frac{K}{a} = \frac{nu}{a} = \text{entero}$  con la de que sea  $K = py_k \pm a$  se deriva esta otra general

$$\frac{n}{a} = \frac{\frac{p y_k}{a} \pm 1}{u} = \text{entero}$$

A continuación damos los valores de  $1 < u < 5$  que permiten, de acuerdo con esta fórmula, la ejecución de un arrollamiento simétrico según el número de pares de polos  $p$  de la máquina y el grado de multiplicidad o número de pares de vías  $a$  del devanado. Por  $t$  se indica el m.d.c. de  $a$  y  $y_k$ , y es igual al número de cierres o arrollamientos independientes que resultan.

Pares de polos $p$	Pares de vías $a$ con $t = 1$ (cierre único)		
	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$
3			
4			
5	(5)		
6	(3)		
7	2, 4, 5,	3, 5	
8	(3) (5)		
9	3, 4		3, 5
10	(5)	4, 5	
	3, 4		

[2.02.19 c]

Para  $p = 2$  (4 polos) los dos pares de vías se logran mejor con un devanado imbricado simple y tampoco se acudirá a un arrollamiento en series paralelas cuando el número de vías deba exceder al de polos; la solución será entonces el imbricado doble, sin graduación intermedia, entre  $a = p$  y  $a = 2p$ .

La tabla anterior corresponde a los bobinados en series paralelas de cierre único. Los de cierre múltiple no son convenientes y sólo se utilizan a veces los de  $t = 2$  para máquinas de 5 y 7 pares de polos. He aquí entonces los valores admisibles de  $u$

(1) Las cifras entre paréntesis corresponden a bobinados que aunque no son absolutamente simétricos pueden emplearse prácticamente.

Pares de polos $p$	$t = 2$ (doble cierre), $a = 2$ , $u = 2 \cdot 0 \cdot 4$	
	Secciones por ranuras $u$	
3	2 y 4	
4	2	
5	2 y 4	
6	2	[2.02.19 d]
7	2 y 4	
8	2	
9	2 y 4	
10	2	

El que un arrollamiento en series paralelas de  $2a$  vías sea de cierre único o múltiple depende de la divisibilidad común entre el número de pares de vías  $a$  y el paso  $y_k$  del colector. Si son primos entre sí, el cierre es único y si ambos tienen un m.d.c.  $t$  se obtienen  $t$  cierres independientes.

#### Pasos del bobinado

Como siempre el paso posterior o de bobina

$$y_n \approx n_p = \frac{n}{2p} \text{ ranuras; } \quad [2.02.19 \text{ e}]$$

en lados de una capa,  $y_1 = u y_n$  lados [2.02.19 f]

y puede ser fraccionario (arrollamiento escalonado).

El paso anterior o frontal  $y_2$  en lados de una sola capa será tal que

$$y_2 = y_k - y_1 \text{ lados de una capa} \quad [2.02.19 \text{ g}]$$

#### 2.02.20 Ejemplos

**Ejemplo 1.º** Una dinamo de 115 V, 522 A, 60 kW, 665 r/m, lleva un arrollamiento en dos series paralelas como sigue

$$2p = 8 \text{ polos}$$

$$2a = 4 \text{ vías}$$

$$n = 58 \text{ ranuras; } \frac{n}{p} = \frac{58}{4} = 14,5 \text{ ranuras por par de polos; fraccionario como condición previa de compatibilidad}$$

$$n_p = \frac{58}{8} = 7,25 \text{ ranuras por polo}$$

$$u = 3 \text{ secciones por ranura - Simétrico según [2.02.19 c] ya que } p = 4 \text{ y } a = 2$$

$$K = nu = 58 \cdot 3 = 174 \text{ delgas}$$

$$y_k = \frac{K \mp a}{p} = \frac{174 - 2}{4} = 43 \text{ delgas (1 } \div \text{ 44). Sin cruzar}$$

$y_n = \left(7 + \frac{1}{3}\right)$  ranuras:  $y_1 = 3 \left(7 + \frac{1}{3}\right) = 22$  lados de una capa (1  $\div$  23). Paso fraccionario (escalonado) ligeramente alargado. Alargamiento =  $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$  de ranura

$$y_1 = y_k - y_1 = 43 - 22 = 21 \text{ lados de una capa (23 - 44)}$$

Como  $y_k = 43$  y  $a = 2$  son primos entre sí ( $t = 1$ ), el cierre es único.

**Ejemplo 2.º** Un motor de 860 V, 1180 A, 1270 kW, 43,7 r/m, se ha construido con  $2p = 24$  polos  
 $2a = 6$  vías

$$n = 339 \text{ ranuras; } \frac{n}{p} = \frac{339}{12} = 28,25 \text{ ranuras por par de polos, necesariamente fraccionario}$$

$$n_p = \frac{339}{24} = 14,125 \text{ ranura por polo}$$

$$u = 3 \text{ secciones por ranura}$$

$$K = 339 \cdot 3 = 1017 \text{ delgas}$$

$$y_k = \frac{K \mp a}{p} = \frac{1017 + 3}{12} = 85 \text{ (1 - 86). Cruzado}$$

$y_n = 14$  ranuras (1  $\div$  15);  $y_1 = 3 \cdot 14 = 42$  lados de una capa (1  $\div$  53). Ligeramente acortado. Acortamiento =  $0,125 = \frac{1}{8}$  de ranura.

$y_2 = y_k - y_1 = 85 - 42 = 43$  lados de una capa. Puesto que  $y_k = 85$  y  $a = 3$  son primos entre sí,  $t = 1$  y el devanado es de simple cierre.

**Ejemplo 3.º** Una dinamo de 500 V, 1000 A, 500 kW, 100 r/m, va equipada con un arrollamiento en cuatro series paralelas a saber:

$$2p = 12 \text{ polos}$$

$$2a = 8 \text{ vías}$$

$$n = 338 \text{ ranuras; } \frac{n}{p} = \frac{338}{6} = \left(56 + \frac{1}{3}\right) \text{ ranuras por par de polo; fraccionario (condición necesaria)}$$

$$n_p = \frac{n}{2p} = \frac{338}{12} = \left(28 + \frac{1}{6}\right) \text{ ranuras por polo}$$

$$u = 2 \text{ secciones por ranura}$$

$$K = 338 \cdot 2 = 676 \text{ delgas}$$

$$y_k = \frac{K \mp a}{p} = \frac{676 - 4}{6} = 112 \text{ (1 } \div \text{ 113); sin cruzar}$$

$y_n = 28$  ranuras (1  $\div$  29). Acortado en  $\frac{1}{6}$  de ranura

$$y_1 = u y_n = 2 \cdot 28 = 56 \text{ lados de una capa (1 } \div \text{ 57)}$$

$$y_2 = y_k - y_1 = 112 - 56 = 56 \text{ lados de una capa (57 } \div \text{ 113)}$$

El m.d.c. de  $y_k = 112$  y  $a = 4$  es  $t = 4$ . El arrollamiento es, pues, de 4 cierres independientes, solución pocas veces empleada.

**Ejemplo 4.º** Se ha construido también un generador de 630 V, 1750 A, 1100 kW, 94 r/m, con 5 series paralelas de cierre único, dotado de 355 ranuras y 3 secciones por ranura (1065 delgas).

Dejamos al lector hallar las restantes características. Los pasos parciales de bobinado no afectan a la compatibilidad del mismo, pero influyen sobre la disposición de las conexiones equipotenciales. Es un punto a comprobar antes de dar por definitivo el arrollamiento.



## 2.02.21 Conexiones de equilibrio en los devanados series paralelas

El número de puntos de conexión para cada serie o aro equipotencial ha de ser igual al número de pares de vías y se dispondrá también una toma por ranura, por cada dos ranuras o por cada tres. Los aros equipotenciales sirven a la vez para sacar al exterior los terminales de alterna en el caso de las conmutatrices. El paso del potencial o distancia entre segmentos equipotenciales vale  $\frac{K}{a}$ , cociente que por exigencia de simetría ha de ser entero, [2.02.19 a].

Estas conexiones meramente equipotenciales no compensan las irregularidades de flujos polares como sucede, por el contrario, con las conexiones del otro género (compensadoras) que tienden por su efecto a nivelar también las asimetrías magnéticas y los esfuerzos radiales.

Por ejemplo, la dinamo de 115 V, 522 A, 60 kW, 665 r/m, lleva 10 conexiones equipotenciales de 10 mm<sup>2</sup> (sección de las barras del inducido 18,2 y 25,2 mm<sup>2</sup>) con un paso de

$$\frac{K}{a} = \frac{174}{2} = 87 \text{ (1 } \div \text{ 88) delgas}$$

como sigue:

1 - 88	40 - 127	79 - 166	75 - 162	114 - 27
153 - 66	149 - 62	14 - 101	53 - 140	49 - 136

## 2.02.22 Número de ranuras

Dentro de los espacios interpolares no deben quedar menos de 3 ranuras, o mejor 4 como mínimo, para que el campo principal en la zona de conmutación no sea excesivamente variable. Ello equivale a decir que el número de ranuras por polo

$$n_p = \frac{n}{2p} > \frac{3 \dots 4}{(1 - \psi)} \quad [2.02.22 \text{ a}]$$

## 2.02.23 Dimensiones de los dientes

El grueso tangencial de los mismos debe corresponder a las inducciones admisibles y por otra parte ha de quedar espacio de ranuras suficiente para alojar los conductores y el aislamiento adecuado. La coordinación de ambas exigencias requiere por lo general algunos tanteos preliminares atendiendo a la densidad de corriente que debe admitirse (párrafo 2.02.25).

La inducción máxima aparente en la raíz de los dientes  $B'_{iM}$  suele dejarse entre 1,8 y 2,21 T a P.C. (corrigiéndose, aproximadamente en la relación  $\frac{U}{E}$  y por el factor  $1/K_M$ , estimado, mientras se calcula con la tensión  $U$  en los bornes y onda rectangular). Para muy buenas calidades de chapa y en motores de tracción, por ejemplo, se llegan a rebasar estos valores hasta el 20 %. Cuanto mayor sea la inducción elegida mayor será la excitación necesaria y la estabilidad de tensión en los generadores a expensas de aumentar el coste del circuito eléctrico inductor. Aumentan las pérdidas en el hierro pero se dispone de mayor sección para el cobre lo que permite rebajar la densidad de corriente y el calentamiento o incrementar la potencia aunque aumentando también el coste.

El elevar exageradamente la inducción en los dientes mejora en general la calidad pero no implica economía en las máquinas de corriente continua ni en los alternadores. Es distinto en los motores asíncronos donde empeora el cos  $\varphi$  aunque contribuye a abaratar el coste. La diferencia radica en que la excitación para estos últimos no hay que añadirla en forma de arrollamiento adicional sino que la toma de la red por el mismo devanado de carga y con un desfase de 90° respecto a la corriente activa, lo cual hace menos sensible su influencia en la corriente total. Deducida por estimación porcentual de las caídas óhmicas, la inducción teórica aparente  $\hat{B}'_{dM0}$  admisible en la raíz del diente con la tensión en vacío, se deriva en primera aproximación el grueso circular necesario,  $t_0$  mediante la ecuación [1.04.17 h] prescindiendo momentáneamente del coeficiente de corrección por amplitud relativa de la onda de campo,  $K_M$ , para lo cual basta escribir

$$t_0 = K_{Fe} \tau_d \frac{\hat{B}_{\delta 0}}{\hat{B}'_{dM0}} \quad [2.02.23 \text{ a}]$$

$$\text{con, [1.04.17 j]}, \quad K_{Fe} = \frac{L}{k_{Fe}(L - n_c \epsilon_c)} = \frac{L}{L_{Fe}} \quad [2.02.23 \text{ b}]$$

Las inducciones aparente y real en carga  $\hat{B}'_{dM}$  y  $\hat{B}_{dM}$  se determinan más tarde al calcular la excitación necesaria.

La profundidad de ranura será la necesaria para alojar el bobinado. Con objeto de no entorpecer la conmutación, la relación entre la altura  $h_i$  y el ancho  $a$  de ranura no ha de ser excesivo.

$$\frac{h_i}{a} < 3,5 \dots 4,5 \quad [2.02.23 \text{ c}]$$

El grueso mínimo del diente  $t_0$  viene a resultar alrededor de  $0,45 \tau_d$ . (Véase también más adelante el párrafo 2.07.12 sobre los motores asíncronos de anillos rozantes).

2.02.24 Ejemplos

He aquí una recensión de datos sobre características de ranurado en varias máquinas típicas de corriente continua

Tipo de máquina	Inducción $\hat{B}_{dM}$ a P. C. (T)	Diámetro $D$ del inducido (cm)	Profund. de ranura $h_i$ (mm)	Luz de la ranura $a$ (mm)	$\frac{h_i}{a}$	Número de ranuras $n$	
Mot. 8,5 W,	900 r/m	1,75	4,13	9	6,9/3,3	1,7	12
» 7,5 kW,	1440 »	2,05	19,5	25	8	3,13	33
Din. 60 »	665 »	2,10	40,0	35	7,4	4,73	58
» 345 »	985 »	2,09	60,0	35	12,0	2,91	75
» 1150 »	735 »	2,19	105,0	35,8	10,6	3,38	116
» 4300 »	150 »	1,96	400,0	40	13,0	3,08	420

2.02.25 Dimensiones de los conductores

Conocida la corriente por conductor  $I_c$  basta fijar la densidad  $\Delta$  admisible para deducir la sección  $s$ , cuya distribución entre altura y grueso, si se trata de barras, deberá acomodarse, según el número de conductores por ranura y el aislamiento individual y de conjunto, dentro del espacio reservado para las mismas.

La densidad de corriente junto con la carga lineal específica  $q$  son factores determinantes del calentamiento (párrafo 2.01.08). Como  $q$  ya ha sido fijado,

queda un margen, en cierto modo limitado, para  $\Delta$ . La dificultad reside en conocer con precisión las condiciones de enfriamiento de la máquina.

Los métodos descritos en el capítulo 1.11 de estudios térmicos pueden servir al fin de comprobar más tarde las elevaciones de temperatura locales, pero no ofrecen un punto de partida para elegir la densidad de corriente. El camino más simple y seguro es recurrir a la experiencia adquirida con máquinas de construcción similar; los resultados se presentan a estos efectos de alguna de las siguientes maneras:

a) Como relación entre el producto  $(q\Delta)$ ,  $\frac{Ac}{cm} \times \frac{A}{mm^2}$ , admisible por cada  $^{\circ}C$  de elevación de temperatura prevista, y la velocidad periférica del inducido en m/s (párr. 2.01.08).

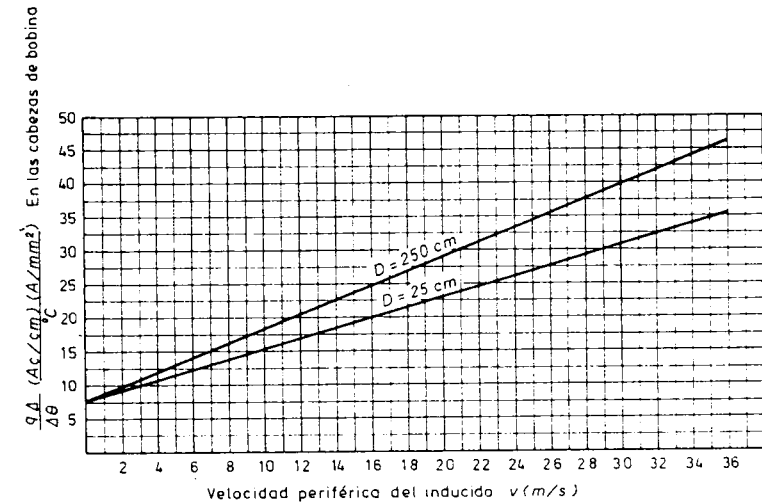


Fig. 2.02.25 a. Calentamiento de las cabezas de bobina (Máquinas abiertas o bien ventiladas).

La fig. 2.02.25 a muestra un gráfico de este género para máquinas muy abiertas sin ventilación adicional y pueden aplicarse a las máquinas semi-cerradas, con ventilación propia. Los incrementos de temperatura se refieren a las mediciones por termómetro en las cabezas de bobinas. Según la longitud de la máquina habrá que contar con 10 a 15  $^{\circ}C$  más de aumento para la temperatura media del arrollamiento.

b) Como expresión directa de la densidad de corriente admisible  $\Delta$ , según la relación  $\frac{l_m}{L}$  entre la longitud media por conductor  $l_m$  y la del inducido  $L$ , y en función de la velocidad periférica del mismo  $v$ , m/s.

La fig. 2.02.25 b muestra estos datos.

Al calcular de acuerdo con ellos la sección del cobre y deducir las dimensiones de las ranuras compatibles con la inducción apropiada en los dientes, hay que procurar no exagerar la altura radial de las barras para evitar pérdidas adicionales por corrientes parásitas y una reactancia excesiva de ranuras que haría más difícil la conmutación. Sirva de orientación la curva de la fi-

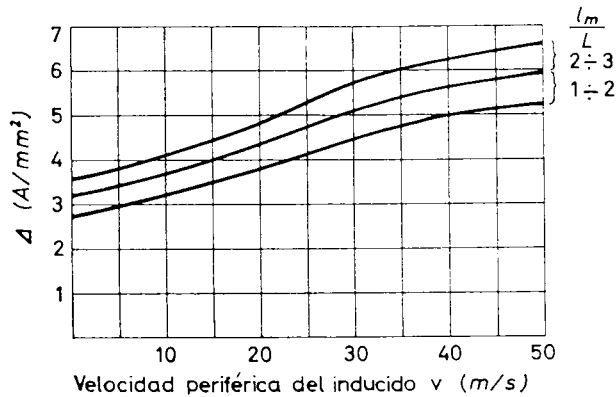


Fig. 2.02.25 b. Densidad de corriente  $\Delta$  admisible en el inducido en función de la velocidad tangencial  $v$  de la armadura.

gura 2.02.25 c que nos da el valor máximo de la altura por barra  $h_b$  en función también de la velocidad periférica  $v$  del inducido. Dentro de estos límites de  $h_b$  son válidos los datos de la fig. 2.02.25 b.

En algunos casos se disponen las barras exteriores de menor altura radial que las de la capa inferior.

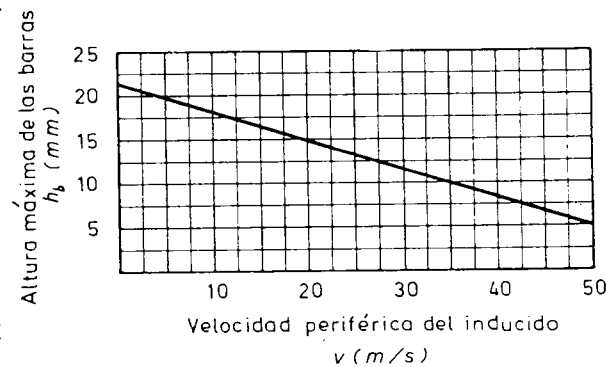


Fig. 2.02.25 c. Altura máxima  $h_b$  de las barras en función de la velocidad periférica  $v$  del inducido.

### 2.02.26 Ejemplos

*Ejemplo 1.º* Motor de 4 kW, 120 V, 33 A, 1330 r/m (antiguo)

Diámetro del inducido  $D = 19$  cm

Velocidad periférica  $v = 13,2$  m/s

Carga lineal específica  $q = 80$  Ac/cm

Densidad de corriente  $\Delta = 2,9$  A/mm<sup>2</sup>

$(q\Delta) = 80 \cdot 2,9 = 232$

$\left(\frac{q\Delta}{\Delta\theta}\right) = 20$  para  $v = 13,2$  m/s, (según la figura 2.05.25 a)

$\Delta\theta = \frac{232}{20} = 11,6$  °C en las conexiones frontales

La elevación de temperatura real de la máquina era de 44 °C por termómetro en el punto más caliente. Su ventilación es muy poco eficaz.

Según la fig. 2.02.25 b para  $v = 13,2$  m/s podría admitirse  $\Delta = 4$  A/mm<sup>2</sup>.

*Ejemplo 2.º* Generador de 345 kW, 500 V, 690 A, 985 r/m.

Diámetro del inducido  $D = 60$  cm

Longitud  $L = 36$  cm

Velocidad periférica  $v = 31$  m/s

Longitud media de un conductor  $l_m = 80$  cm

Carga lineal específica  $q = 366$  Ac/cm

Densidad de la corriente  $\Delta = 4$  A/mm<sup>2</sup>

$(q\Delta) = 366 \cdot 4 = 1464$

$\left(\frac{q\Delta}{\Delta\theta}\right) = 32,5$  (para  $v = 31$  m/s, fig. 2.02.25 a)

$\Delta\theta = \frac{1464}{32,5} = 45$  °C en las conexiones frontales; aprox. 60 °C de elevación media

de temperatura lo cual viene a corresponder al calentamiento efectivo de la máquina.

Según la fig. 2.02.25 b, para  $v = 31$  m/s podrá admitirse con  $\frac{l_m}{L} = \frac{80}{36} = 2,22$ , una densidad  $\Delta \approx 5,3$  A/mm<sup>2</sup>. La máquina trabaja con menos densidad de corriente para prever las frecuentes sobrecargas con que debe funcionar esta dinamo de laminación.

La altura de las barras de acuerdo con la figura 2.02.25 c no debe rebasar los 11 mm. En este caso son de 13 × 2,2 mm y el pequeño exceso resulta permisible al ser más baja la densidad de corriente.

*Ejemplo 3.º* Generador de 4000 kW, 350 V, 12300 A, 150 r/m.

Diámetro del inducido  $D = 400$  cm

Longitud  $L = 60$  cm

Velocidad periférica  $v = 31,4$  m/s

Longitud media por conductor  $l_m = 138$  cm

Carga lineal específica  $q = 343$  Ac/cm

Densidad de corriente  $\Delta = 3,66$  A/mm<sup>2</sup>

$(q\Delta) = 343 \cdot 3,66 = 1255$

Para  $v = 31,4$  m/s y según la fig. 2.02.25 a,  $\left(\frac{q\Delta}{\Delta\theta}\right) = 47,5$  °C.

$$\Delta\theta = \frac{1255}{47.5} = 26,5 \text{ }^\circ\text{C en las conexiones frontales o sea}$$

26,5 + (10...15)  $\approx$  40  $^\circ\text{C}$  de calentamiento medio; muy moderado, pues.

Según la fig. 2.02.25 b con  $v = 31,4$  m/s y una relación de la longitud media de conductor  $l_m$  a la del inducido  $L$  igual a  $\frac{138}{60} = 2,3$  podría llegarse a  $A \approx 4,5$  A/mm<sup>2</sup> si la altura de barra no rebasaba (fig. 2.0 = 25c)  $h_b = 11$  mm. Los conductores son realmente de 15 mm de alto por 5 de grueso (dos en paralelo).

### 2.02.27 Aislamiento de conductores y ranuras

Los hilos redondos con esmalte de barniz sintético, cuyo espesor aumenta el diámetro del conductor alrededor de 0,1 mm se emplean hoy, casi exclusivamente, en todas las máquinas pequeñas hasta algunas decenas de kW. Las barras se aíslan con doble capa o con trenza de algodón solapando o 1/2 lo que añade un grueso total a cada barra de 0,3 a 0,5 mm. En los aislamientos de clase B, se acude a la cinta de micanita (incremento de espesor, 0,5... 0,6 mm) y en los de mayor resistencia térmica, a la trenza de vidrio con el mismo incremento de dimensiones. La envoltura de cinta se sustituye a veces por láminas de prespán o micaseda rodeando a los conductores, alternadas o en zig-zag. Se añade un encintado para sujetar las barras que forman cada lado de bobina y, conjuntamente, los que van en una misma ranura.

Como la tensión de las máquinas de continua es siempre relativamente baja (rara vez se llega a los 1500 V), el aislamiento de ranura desempeña sobre todo un papel mecánico. La tensión de ensayo no rebasa casi nunca los 3 kV.

Hasta 400 V de tensión nominal en motores y generadores pequeños bobinados con hilo, basta una simple lámina de prespán con placa de poliéster de 0,25 a 0,4 mm de grueso combinado. En las ranuras con barras hay que contar con 0,6 a 0,8 mm de leatheroid, prespán o micafolio según la clase térmica del aislamiento.

El separador entre capas es de los mismos materiales y gruesos que el de ranura. En ciertas ocasiones el encintado final de los lados de bobina suplente al aislamiento de aquéllas.

La acomodación de los conductores y aislantes en el ranurado obligará comúnmente a una serie de tanteos para conservar la sección necesaria de cobre y la inducción adecuada en los dientes. Hay que contar en la profundidad de la ranura con el espacio reservado para los zunchos o las cuñas de sujeción y dejar un juego en ambos sentidos, tangencial y radial, de 0,3 a 0,8 mm, según la amplitud de las dimensiones.

Más adelante, al exponer el cálculo completo de una máquina, veremos el proceso de ajuste para acomodar los conductores en las ranuras.

### 2.02.28 Altura radial del núcleo

Se dispondrá la altura suficiente para que la inducción en carga  $\hat{B}_n$  se halle comprendida entre 1,2 y 1,5 T. No conviene rebasar este valor porque, siendo el flujo alterno, las pérdidas por histéresis y corrientes de FOUCAULT se hacen bien patentes. Como el cómputo inicial lo haremos a base de la in-

ducción  $\hat{B}_{\Omega 0}$  para la tensión  $U$ , hay que considerar, como en los dientes, la influencia de las caídas de tensión al decidir la magnitud aconsejable de  $\hat{B}_{no}$ . De hecho convendrá inclinarse más bien del lado superior, 1,5 T, para los motores y del lado inferior, 1,2 T, para los generadores aceptando, las pequeñas discrepancias que puedan surgir al calcular después las inducciones en carga.

Así, [1.04.21 f],

$$h_n = \left( \frac{\psi K_{Fe}}{1,27} \right) \frac{D}{\hat{p}} \left( \frac{\hat{B}_{\Omega 0}}{\hat{B}_{no}} \right) \text{ (cm)} \quad [2.02.28 \text{ a}]$$

$\left( \frac{\hat{B}_{\Omega 0}}{\hat{B}_{no}} \right)$  y  $\hat{B}_{no}$  en las mismas unidades y lo mismo para  $D$  y  $h_n$ ;

y, [2.02.23 b],

$$K_{Fe} = \frac{L}{k_{Fe} (L - n_c \epsilon_c)}$$

### 2.02.29 Ejemplo

En la dinamo de 345 kW, 500 V, 690 A, 985 r/m, 6 polos tenemos (párrafo 2.02.06):  $D = 60$  cm,  $\psi = 0,62$ ,  $B_{\Omega 0} = 0,723$  T,  $p = 3$  pares de polos,  $L = 36$  cm con  $n_c = 4$  canales de ventilación de  $\epsilon_c = 1$  cm por canal.

Adoptemos, por ejemplo  $\hat{B}_{no} = 1,15$  T en vacío. Según [2.02.23 b],

$$K_{Fe} = \frac{L}{k_{Fe} (L - n_c \epsilon_c)} = \frac{36}{0,9 (36 - 4 \cdot 1)} = 1,25$$

y [2.02.26 a],

$$h_n = \frac{\psi K_{Fe} D}{1,27 \hat{p}} \frac{\hat{B}_{\Omega 0}}{\hat{B}_{no}} = \frac{0,62 \cdot 1,25}{1,27} \frac{60}{3} \frac{0,723}{1,15} = 7,68 \text{ cm}$$

Por razones puramente de aprovechamiento de ciertos elementos constructivos previos, esta máquina tiene una altura de núcleo  $h_n = 13$  cm, lo que reduce la inducción casi a la mitad.

## 2.02.30 Colector

El número de delgas  $K$  está íntimamente ligado al tipo de arrollamiento debiendo cumplir los requisitos exigidos por éste (véanse párrafos 2.02.08 a 2.1), pero además hay que atender a determinadas condiciones eléctricas y mecánicas.

El diámetro del colector  $D_K$  será siempre inferior al del fondo de las ranuras para poder soldar fácilmente las aletas o conductores que provienen del bobinado. Se adoptará normalmente

$$D_K \approx 0,6 \dots 0,8 D < D - 2h_t \quad [2.02.30 a]$$

La velocidad periférica  $v_K$  no debe pasar de 35 m/s y a ser posible quedará por bajo de los 30 m/s. Una velocidad excesiva provoca elevadas pérdidas por rozamientos de las escobillas y dificultades mecánicas y de conmutación.

El grueso de las delgas en la superficie descontando la lámina separadora de mica (0,6 ... 1 mm; normal, 0,8 mm) no será inferior a 2,5 mm con inducidos hasta de 50 cm de diámetro o 4 mm con diámetros superiores.

La tensión media por delga

$$u_K = \frac{U}{\left(\frac{K}{2p}\right)} \left(\frac{V}{\text{delga}}\right) \quad [2.02.30 b]$$

no excederá de 16 V (y con más seguridad, de 14 V) en máquinas sin arrollamiento compensador, o 20 V en máquinas con arrollamiento de compensación, para evitar la tendencia a los aros de fuego («flash over»).

En algunos generadores con portaescobillas aislantes (de porcelana) se ha llegado hasta 25 V por delga.

La longitud  $L_K$  del colector ha de ser suficiente para dar cabida a las filas de escobillas (véase párrafo 2.02.32) y ofrecer a la vez suficiente superficie de ventilación (párr. 2.02.34).

## 2.02.31 Limitaciones en las máquinas de corriente continua

La tensión por delga  $u_K$  constituye la principal limitación a que se halla sometida la construcción de grandes máquinas de corriente continua, las cuales, por esta causa, quedan muy por bajo, cuanto a potencias y tensiones, de los valores que se pueden alcanzar con las máquinas rotatorias de corriente alterna, así como éstas, a su vez, no llegan al nivel conseguido en los transformadores.

Además  $u_K$  condiciona el número máximo de polos y de vías y el diámetro mínimo del inducido en los casos límites.

Como, [2.01.04 a],

$$U = \frac{p}{a} \frac{N}{60} Z \hat{\Phi}_{\infty} \quad (V)$$

$$(\hat{\Phi}_{\infty} \text{ en Wb, } N \text{ en r/m})$$

deberá llegarse cuando más a, [2.02.30 b],

$$u_K = \frac{U}{\left(\frac{K}{2p}\right)} = \frac{2p^2}{a} \frac{N}{60} \frac{Z}{K} \hat{\Phi}_{\infty} \leq 20 \text{ V}$$

Poniendo como mínimo  $\frac{Z}{K} = 2$  conductores por delga (secciones de una sola espira)

$$\frac{p^2}{a} \leq \frac{10 \cdot 60}{2N \hat{\Phi}_{\infty}} = \frac{300}{N \hat{\Phi}_{\infty}}$$

Con un devanado ondulado simple ( $a = 1$ )

$$p \leq \sqrt{\frac{300/N}{\hat{\Phi}_{\infty}}}$$

Con otro, imbricado ( $a = p$ )

$$p \leq \frac{300/N}{\hat{\Phi}_{\infty}}$$

muy superior para estos últimos. Aun así, el producto ( $p\hat{\Phi}_{\infty}$ ), Wb, no puede pasar de  $\frac{300}{N}$  o el flujo total que cruza el entrehierro  $2p\hat{\Phi}_{\infty}$  y que representaremos por  $\hat{\Phi}_{\infty}^{\circ}$

$$\hat{\Phi}_{\infty}^{\circ} \leq \frac{600}{N} \text{ (Wb)}$$

En tales condiciones veamos cuál es la potencia límite. Según [2.01.05 j],

$$\boxed{P_{b \text{ lim}}} = \overset{\circ}{\Phi}_{\text{so}} \overset{\circ}{I} \frac{N}{60} = \frac{600}{N} \overset{\circ}{I} \frac{N}{60} = \boxed{10 \overset{\circ}{I}} \quad (\text{W}) \quad [2.02.31 \text{ a}]$$

$$(\overset{\circ}{I} \text{ en A, } \overset{\circ}{\Phi}_{\text{so}} \text{ en Wb})$$

independientemente de la tensión, de la velocidad de giro  $N$  y de las inducciones que pudieran elegirse.

Pero la corriente total  $\overset{\circ}{I}$  de la máquina en sentido axial (número de amperios conductores  $\frac{ZI}{2a}$ ) viene dada también por

$$\overset{\circ}{I} = \pi D q \quad (\text{A})$$

$$(D \text{ en cm, } q \text{ en Ac/cm})$$

y la velocidad periférica

$$v = \frac{\pi D N}{60} \quad (\text{cm/s})$$

$$P_{b \text{ lim}} = 10 \pi \frac{60 v}{\pi N} q = 600 \frac{v}{N} q \quad (\text{W})$$

$$(v \text{ en cm/s})$$

Poniendo  $v$  en m/s y  $P_{b \text{ lim}}$  en kW

$$P_{b \text{ lim}} = 60 \frac{v}{N} q \quad (\text{kW})$$

$$(v \text{ en m/s, } N \text{ en r/m, } q \text{ en Ac/cm})$$

El valor de  $q$  viene limitado por la f.e.m. de conmutación y el calentamiento (fig. 2.02.02 b) a un máximo de unos 500 Ac/cm y la velocidad, también por razones mecánicas y de conmutación, a unos 40 m/s. Luego,

$$\boxed{P_{b \text{ lim}}} = 60 \frac{40}{N} 500 = \boxed{\frac{1.200.000}{N}} \quad (\text{kW}) \quad [2.02.31 \text{ b}]$$

La potencia límite crece en razón inversa de la velocidad de giro. A 1000 r/m, no se puede pasar de 1200 kW y de 12000 kW a 100 r/m, cifras muy bajas comparadas con las de los alternadores.

En las turbodínamos con métodos constructivos especiales se alcanzan velocidades periféricas  $v$  hasta de 80 m/s y así es posible duplicar la potencia límite la cual vendrá a ser no obstante para 3000 r/m no más de 800 kW.

En cambio, los turboalternadores se construyen ya en unidades hasta de unos 600.000 kVA.

### 2.02.32 Escobillas

La sección de escobillas por fila o por polo  $S_{ep}$  se deduce de la densidad de corriente  $\Delta_e$  admisible en los contactos, que será por término medio de unos 7 A/cm<sup>2</sup>. Por hilera de escobillas, ya que la polaridad es alternativa y con tantas filas como polos,

$$I_{ep} = \frac{I}{p} \quad (\text{A/fila de escobillas}) \quad [2.02.32 \text{ a}]$$

y

$$S_{ep} = \frac{I}{p \Delta_e} \quad (\text{cm}^2/\text{fila}) \quad [2.02.32 \text{ b}]$$

Esta sección se repartirá entre una o más escobillas por fila. Las dimensiones de cada pieza están normalizadas para evitar una multiplicidad excesiva de variantes en los portaescobillas y no conviene pasar de unos 25 mm en sentido tangencial y 40 mm como máximo en sentido axial, por carbón, a fin de asegurar el asiento sobre toda la superficie de contacto. (Véase también párr. 2.02.34).

### 2.02.33 Ejemplos

*Ejemplo 1.º* Una dinamo de 825 kW, 825 V, 1000 A, 750 r/m, 6 polos, lleva 10 carbones de 20 × 40 mm por polo

$$\Delta_e = \frac{I}{p S_{ep}} = \frac{1000}{3 (10 \times 2 \times 4)} = 4,2 \text{ A/cm}^2$$

*Ejemplo 2.º* Un generador de 4300 kW, 350 V, 12300 A, 150 r/m, 24 polos, ya provisto de 15 escobillas por polo cada una de 30 × 30 mm

$$\Delta_e = \frac{I}{p S_{ep}} = \frac{12300}{12 (15 \times 3 \times 3)} = 7,6 \text{ A/cm}^2$$

*Ejemplo 3.º* Una dinamo de 345 kW, 500 V, 690 A, 985 r/m, 6 polos, dispone de 6 carbones por polo de 16 × 32 mm cada uno

$$\Delta_e = \frac{I}{p S_{ep}} = \frac{690}{3 (6 \times 1,6 \times 32)} = 7,4 \text{ A/cm}^2$$

## 2.02.34 Longitud y calentamiento del colector

En general, la longitud del colector se desprende del calentamiento admisible (máximo 60 °C sobre el ambiente), y se procura acomodar a ella el número de portaescobillas por fila, de lo cual se deriva la longitud axial de cada escobilla; el grueso tangencial ha de completar la sección necesaria de carbones por polo a condición de no recubrir menos de 2 ni más de 4 delgas. Si es preciso, para lograrlo, se efectúan algunos retoques sobre la longitud o el diámetro del colector.

Desde hace muchos años vienen empleándose con éxito para el cálculo del calentamiento de los colectores de delgas en condiciones normales de ventilación fórmulas experimentales como ésta:

$$\Delta\theta_K = \frac{p_{eJ} + p_{e\mu}}{S_K (0,66 + 0,066 v_K)} \quad (^\circ\text{C}) \quad [2.02.34 \text{ a}]$$

$p_{eJ}$  = pérdidas por efecto JOULE en las escobillas en  $W = 2i_e I$

$p_{e\mu}$  = pérdidas por rozamiento de los carbonos en  $W$

$S_K$  = superficie cilíndrica del colector en  $\text{dm}^2$

$v_K$  = velocidad tangencial en  $\text{m/s}$

El coeficiente de ventilación depende mucho de esta velocidad y viene a ser, de acuerdo con la ecuación anterior

$$k_{vK} = 0,66 + 0,066 v_K \quad \left( \frac{W}{\text{dm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}} \right) \quad [2.02.34 \text{ b}]$$

Del valor de  $S_K$  necesario para mantener la elevación de temperatura  $\Delta\theta_K$  por bajo del límite admisible, se deriva la longitud  $L_K$ , conocido previamente el diámetro del colector.

$$S_K = \pi D_K L_K \quad (\text{dm}^2) \quad [2.02.34 \text{ c}]$$

( $D_K$  y  $L_K$  en  $\text{dm}$ )

## 2.02.35 Ejemplos

*Ejemplo 1.º* La dinamo de 345 kW, 500 kV, 690 A, 985 r/m, tantas veces mencionadas tiene unas pérdidas en el colector de  $p_{eJ} + p_{e\mu} = 2762 \text{ W}$  (párrafo 1.10.59). El diámetro  $D_K$  vale 450 mm y la longitud  $L_K = 230 \text{ mm}$ .

La velocidad periférica es  $v_K = 23,2 \text{ m/s}$

Tenemos así una superficie cilíndrica

$$S_K = \pi D_K L_K = \pi \cdot 4,5 \cdot 2,3 = 32,5 \text{ dm}^2$$

El coeficiente de ventilación asciende a, [2.02.34 b],

$$k_{vK} = 0,66 + 0,066 v_K = 0,66 + 0,066 \cdot 23,2 = 2,19 \frac{W}{\text{dm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

El incremento de temperatura, pues, [2.02.34 a],

$$\Delta\theta_K = \frac{p_{eJ} + p_{e\mu}}{S_K k_{vK}} = \frac{2762}{32,5 \cdot 2,19} = 39 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Se midieron unos 40 °C.

*Ejemplo 2.º* El generador de 4300 kW, 350 V, 12300 A, 150 r/m, alcanza unas pérdidas en el colector de  $p_{eJ} + p_{e\mu} = 41000 \text{ W}$ . Se tiene, además,  $D_K = 2300 \text{ mm}$ ,  $L_K = 780 \text{ mm}$  (en dos mitades sucesivas de 390 mm cada una)

$$v_K = \frac{\pi D_K N}{60} = \frac{\pi \cdot 2,3 \cdot 150}{60} = 18 \text{ m/s}$$

$$A_K = \pi D_K L_K = \pi \cdot 23 \cdot 7,8 = 560 \text{ dm}^2$$

$$k_{vK} = 0,66 + 0,066 v_K = 0,66 + 0,066 \cdot 18 = 1,85 \frac{W}{\text{dm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

$$\Delta\theta = \frac{p_{eJ} + p_{e\mu}}{A_K k_{vK}} = \frac{41000}{560 \cdot 1,85} \approx 40 \text{ } ^\circ\text{C}$$

La separación del colector en dos mitades unidas por puentes a guisa de aletas de ventilación reducirá algo este aumento de temperatura.

2.02.36 Dimensiones complementarias. Longitud de las cabezas de bobinas  $L_{cb}$ . Vuelo  $\psi$  de las mismas

Todos los arrollamientos de inducido para máquinas de continua (excepto los de potencia fraccional), son de dos capas y cabezas de bobinas en horquilla.

## a) Cabezas de bobinas

Para ellas, hemos dado la fórmula aproximada de la longitud media de cabezas de bobina por conductor, [1.06.09 g]

$$L_{cb} \approx \frac{5 D_m}{2\phi} \quad [2.02.36 \text{ a}]$$

Si se quiere evitar la introducción del diámetro medio de las ranuras  $D_m$  puede ponerse también

$$L_{cb} \approx \frac{4,5 D}{2p} + 3 \text{ (cm)} \quad [2.02.36 \text{ b}]$$

Otra fórmula que pretende ser más exacta es

$$L_{cb} = \frac{\pi D_o}{2p \sqrt{1 - \left(\frac{a}{\tau_o}\right)^2}} + 3 h_t \quad [2.02.36 \text{ c}]$$

$D_o$  = diámetro en el fondo de las ranuras

$a$  = ancho de ranura

$h_t$  = profundidad de las mismas

$\tau_o$  = paso mínimo de ranuras

(Todas las longitudes en la misma unidad).

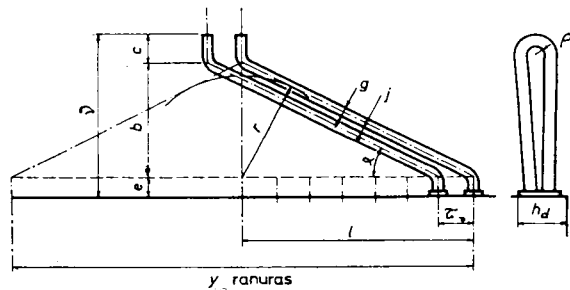


Fig. 2.02.36 a. Vuelo de las cabezas de bobinas.

De todos modos la longitud media de las cabezas de bobinas sólo puede hallarse con exactitud efectuando el dibujo constructivo del arrollamiento.

Los ejemplos a continuación (párr. 2.02.37), mostrarán las concordancias o las diferencias que se aprecian para tres máquinas de tamaños muy distintos.

b) *Vuelo de las cabezas de bobinas.* Es una dimensión constructiva que interesa para determinar la posición axial del colector, ventiladores y cojinetes o escudos.

Refiriéndonos a la fig. 2.02.36 a y designando por  $y_n$  el paso del bobinado contado en número de ranuras  $\tau_o$  el paso mínimo de ranuras  $h_t$  la profundidad de las mismas y  $g$  el grueso tangencial de una cabeza de bobina  $\approx a$  el ancho de ranura

$r$  el radio de tangencia que define la inclinación de las cabezas de bobina  
 $\rho$  el radio interno de curvatura en el vértice para el cambio de capa  
 $j$  el juego o relleno tangencial entre cabezas de bobina, que suele variar alrededor de 1 mm en el fondo

(Todas estas dimensiones en la misma unidad)

$$r = \frac{y_n}{2} (g + j) \quad [2.02.36 \text{ d}]$$

$$l = \frac{y_n}{2} \tau_o \quad [2.02.36 \text{ e}]$$

$$b = l \operatorname{tg} \alpha = l \frac{r}{\sqrt{l^2 - r^2}} \quad [2.02.36 \text{ f}]$$

$$c \approx \rho + \frac{h_t}{2} \quad [2.02.36 \text{ g}]$$

$$v = e + b + c \quad [2.02.36 \text{ h}]$$

En el caso de los devanados imbricados y en el de los arrollamientos serie, de hilo, sólo cabe tomar para  $y_n$  el paso de bobinas posterior y cuando se trate de bobinados ondulados de barras el vuelo será distinto a uno y otro lado si los pasos de ranura posterior y anterior lo son también, calculándose entonces con los valores respectivos de  $y_n$  e  $y_f$ , (párr. 2.02.09).

### c) Conexiones frontales del arrollamiento de compensación

Estas conexiones se extienden entre cada dos mitades de otras tantas expansiones polares sucesivas, fig. 2.02.36 b. Si  $z_{dc}$  es el número de barras

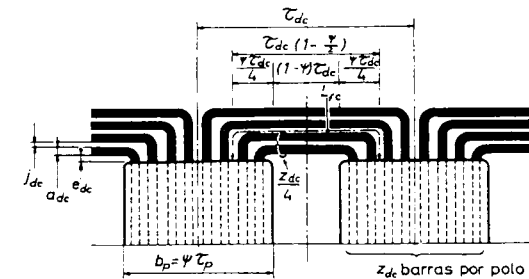


Fig. 2.02.36 b. Arrollamiento compensador.



por polo, la longitud media de dichas conexiones puede expresarse, de acuerdo con dicha figura por la fórmula aproximada

$$L_{fc} \approx \tau_{dc} \left( 1 - \frac{\psi}{2} \right) + \frac{z_{dc}}{4} (a_{dc} + j_{dc}) + e_{dc} \quad [2.02.36 \text{ i}]$$

(Todas las longitudes en la misma unidad)

$\tau_{dc}$  es el paso polar en el diámetro medio  $D_{dc}$  del devanado compensador

$$D_{dc} \approx D + 2 h_{dc} \quad [2.02.36 \text{ j}]$$

$h_{dc}$  = altura radial de las barras de compensación

### 2.02.37 Ejemplos

*Ejemplo 1.º* El generador de 345 kW 500 V, 6 polos, 985 r/m, tiene un diámetro de entrehierro  $D = 60$  cm, longitud  $L = 36$  cm,  $n = 75$  ranuras, de profundidad  $h_t = 3,5$  cm y anchura  $a = 1,2$  cm. El paso de bobinas  $y_n = 12$  ranuras y el radio de curvatura en el vértice  $\rho = 0$  (barras soldadas, paralelamente, con casquillos). Calcular la longitud media por conductor y el vuelo de las cabezas de bobina.

El arrollamiento es imbricado.

El diámetro medio de las ranuras vale, pues,

$$D_m = D - h_t = 60 - 3,5 = 56,5 \text{ cm};$$

el mínimo,

$$D_o = D - 2 h_t = 60 - 2 \cdot 3,5 = 53 \text{ cm}.$$

El paso de ranuras mínimo

$$\tau_o = \frac{\pi D_o}{n} = \frac{\pi \cdot 53}{75} = 2,22 \text{ cm}$$

a) Según la fórmula [2.02.36 a] la longitud de las cabezas de bobinas será

$$L_{cb} = \frac{5 D_m}{2p} = \frac{5 \cdot 56,5}{6} = 47 \text{ cm}$$

según la [2.02.36 b],

$$L_{cb} = \frac{4,5 D}{2p} + 3 \text{ cm} = \frac{4,5 \cdot 60}{6} + 3 = 48 \text{ cm}$$

y según [2.02.36 c],

$$\begin{aligned} L_{cb} &= \frac{\pi D_o}{2p \sqrt{1 - \left(\frac{a}{\tau_o}\right)^2}} + 3 h_t = \\ &= \frac{\pi \cdot 53}{6 \sqrt{1 - \left(\frac{1,2}{2,22}\right)^2}} + 3 \cdot 3,5 = 43,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

La longitud media por conductor resulta así

$$l_m = 36 + 47 = 83 \text{ cm} \quad \circ$$

$$36 + 48 = 84 \text{ cm} \quad \circ$$

$$36 + 43,5 = 79,5 \text{ cm}$$

La longitud real  $l_m$  asciende a 80 cm.

b) Calculemos [2.02.36 d a h], fig. 2.02.36 a,

$$r = \frac{y_n}{2} (g + j)$$

Supondremos  $g = a = 1,2$  cm y  $j = 0,1$  cm;  $y_n = 12$  ranuras

$$r = \frac{12}{2} (1,2 + 0,1) = 7,8 \text{ cm}$$

$$l = \frac{y_n}{2} \tau_o = \frac{12}{2} 2,22 = 13,3 \text{ cm}$$

$$b = l \frac{r}{\sqrt{l^2 - r^2}} = 13,3 \frac{7,8}{\sqrt{13,3^2 - 7,8^2}} = 9,6 \text{ cm}$$

El casquillo no será más corto que  $\frac{1}{2} h_t$ ; pongamos

$$c \approx 2 \text{ cm}$$

y supongamos  $e = 2$  cm

El vuelo,

$$v = e + b + c = 2 + 9,6 + 2 = 14 \text{ cm}$$

Tal viene a ser el valor real de  $v$  en la máquina.

*Ejemplo 2.º* Un motor de 7,5 kW, 440 V, 4 polos, 1440 r/m, tiene un diámetro del inducido  $D = 19,5$  cm, longitud  $L = 14,5$  cm,  $n = 33$  ranuras de  $h_t \times a = 2,5 \times 0,8$  cm, devanado ondulado con bobinas de hilo; paso de bobinas  $y_n = 8$  ranuras.

Calcular la longitud media por conductor y el vuelo de las cabezas de bobina.

$$\begin{aligned} a) \quad D_m &= D - h_t = 19,5 - 2,5 = 17 \text{ cm} \\ D_o &= D - 2h_t = 19,5 - 2 \cdot 2,5 = 14,5 \text{ cm} \\ \tau_o &= \frac{\pi D_o}{n} = \frac{\pi \cdot 14,5}{33} = 1,38 \text{ cm} \end{aligned}$$

de lo cual se deduce la longitud de las cabezas de bobinas;  
Según [2.02.36 a],

$$L_{cb} = \frac{5 D_m}{2 p} = \frac{5 \cdot 17}{4} = 21,2 \text{ cm}$$

Según [2.02.36 b],

$$L_{cb} = \frac{4,5 D}{2 p} + 3 \text{ cm} = \frac{4,5 \cdot 19,5}{4} + 3 = 24,9 \text{ cm}$$

Según [2.02.36 c],

$$L_{cb} = \frac{\pi D_o}{2 p \sqrt{1 - \left(\frac{a}{\tau_o}\right)^2}} = \frac{\pi \cdot 14,5}{4 \sqrt{1 - \left(\frac{0,8}{1,38}\right)^2}} + 3 \cdot 2,5 = 21,5 \text{ cm}$$

La longitud media por conductor

$$l_m = 14,5 + 21,2 = 35,7 \text{ cm} \quad \circ$$

$$14,5 + 24,9 = 39,4 \text{ cm}$$

$$14,5 + 21,5 = 36 \text{ cm}$$

La longitud real es 37,5 cm.

b) Calculemos nuevamente [2.02.36 d a h], fig. 2.02.36 a,

$$r = \frac{y_n}{2} (g + j)$$

tomando  $g < a = 0,7 \text{ cm}$  y  $j = 0,1 \text{ cm}$ , con  $y_n = 8 \text{ ranuras}$

$$r = \frac{8}{4} (0,7 + 0,1) = 3,2 \text{ cm}$$

$$l = \frac{y_n}{2} \tau_o = \frac{8}{2} \cdot 1,38 = 5,52 \text{ cm}$$

$$b = l \frac{r}{\sqrt{l^2 - r^2}} = 5,52 \frac{3,2}{\sqrt{5,52^2 - 3,2^2}} = 3,92 \text{ cm}$$

$$c = e + \frac{h_t}{2};$$

poniendo  $e = 5 \text{ mm}$

$$c = 0,5 + \frac{2,5}{2} = 1,75 \text{ cm}$$

y con  $e \approx 1 \text{ cm}$ ,

$$v = e + b + c = 1 + 3,92 + 1,75 = 6,7 \text{ cm}$$

El vuelo efectivo es de 6 cm.

*Ejemplo 3.º* El generador de 4300 kW, 350 V, 24 polos, 150 r/m, tiene las siguientes dimensiones:

Diámetro del inducido  $D = 400 \text{ cm}$

Longitud  $L = 60 \text{ cm}$

Número de ranuras  $n = 420$  de  $h_t \times a = 4 \times 1,3 \text{ cm}$

Devanado imbricado con paso  $y_n = 14 \text{ ranuras}$

a) La longitud media por conductor se deduce como sigue

$$D_m = D - h_t = 400 - 4 = 396 \text{ cm}$$

$$D_o = D - 2 h_t = 400 - 2 \cdot 8 = 392 \text{ cm}$$

$$\tau_o = \frac{\pi D_o}{n} = \frac{\pi \cdot 392}{420} = 2,93 \text{ cm}$$

De acuerdo con [2.02.36 a],

$$L_{cb} = \frac{5 D_m}{2 p} = 5 \frac{396}{24} = 82,5 \text{ cm};$$

según [2.02.36 b],

$$L_{cb} = \frac{4,5 D}{2 p} + 3 = \frac{4,5 \cdot 400}{24} + 3 = 78 \text{ cm},$$

y por la fórmula [2.02.36 c],

$$L_{cb} = \frac{\pi D_o}{2 p \sqrt{1 - \left(\frac{a}{\tau_o}\right)^2}} + 3 h_t = \frac{\pi \cdot 392}{24 \sqrt{1 - \left(\frac{1,3}{2,93}\right)^2}} + 3 \cdot 4 = 69,4 \text{ cm}$$

La longitud media por conductor

$$l_m = L + L_b = 60 + 82,5 = 142,5 \text{ cm} \quad \circ$$

$$60 + 78 = 138 \text{ cm} \quad \circ$$

$$60 + 69,4 = 129,5 \text{ cm}$$

la longitud real asciende a 138 cm.

b) El vuelo de las cabezas de bobinas se desprende de lo siguiente: [2.02.36 d a h], fig. 2.02.36 a,

$$r = \frac{y_n}{2} (g + j);$$

Asignado al grueso  $g$  de la bobina aislada 1,3 cm (ranura  $a = 1,3$  cm) y al juego  $j$ , relleno de cartón aislante, 2 mm

$$r = \frac{14}{2} (1,3 + 0,2) = 10,5 \text{ cm}$$

$$l = \frac{y_n}{2} \tau_o = \frac{14}{2} 2,93 = 20,51 \text{ cm}$$

$$b = l \frac{r}{\sqrt{l^2 - r^2}} = 20,51 \frac{10,5}{\sqrt{20,51^2 - 10,5^2}} = 12,2 \text{ cm}$$

poniendo para el casquillo  $c \approx \frac{h_t}{2} = \frac{4}{2} = 2$  cm y para el saliente recto de barras  $e \approx 3$  cm,

$$v = e + b + c = 3 + 12,2 + 2 = 17,5 \text{ cm}$$

Este es exactamente el vuelo de las cabezas en la máquina en cuestión.

*Ejemplo 4.º* El devanado compensador de una dinamo de 825 kW, 825V, 750 r/m, está formado a razón de 24 barras por expansión polar, cada barra de  $3,5 \times 70$  mm. La máquina tiene 6 polos y el inducido es de diámetro  $D = 120$  cm y longitud  $L = 30$  cm y el recubrimiento polar  $\psi = 0,7$ .

Calcular el peso de dicho arrollamiento.

La longitud media de una conexión frontal viene dada por [2.02.36 i]

$$L_{cf} = \left(1 - \frac{\psi}{2}\right) \tau_{dc} + \frac{z_{dc}}{4} (a_{dc} + j_{dc}) + e_{dc}$$

siendo el paso polar para este arrollamiento, [2.02.36 j],

$$\tau_{dc} = \frac{\pi(D_c + 2h_{dc})}{2p} = \frac{\pi(120 + 2 \cdot 7)}{6} = 70 \text{ cm}$$

Como grueso de las barras aisladas podemos tomar  $3,5 + 1 = 4,5$  mm =  $a_{dc}$  y la separación entre ellas  $j_{dc} = 5$  mm. El saliente  $e_{dc}$ , reservando espacio para el bobinado de los polos auxiliares en su vuelo frontal, no será inferior a 10 cm.

$$L_{fc} = \left(1 - \frac{0,7}{2}\right) 70 + \frac{24}{4} (0,45 + 0,5) + 10 =$$

$$= 45,5 + 5,7 + 10 = 61,2 \text{ cm}$$

la longitud media por barra

$$l_m = L + L_{fc} = 30 + 61,2 = 91,2 \text{ cm}$$

El peso por barra con la longitud en m, la sección en mm<sup>2</sup> y el peso específico en kg/dm<sup>3</sup>

$$0,912 \cdot (3,5 \times 70) \cdot 8,9 = 1970 \text{ g}$$

y para el conjunto de  $6 \times 24 = 144$  barras

$$144 \cdot 1,97 = 284 \text{ kg}$$

Los puentes entre grupos de barras polares son despreciables en estos arrollamientos.

### 2.02.38 Longitud radial del entrehierro

La tensión magnética para el entrehierro y dientes ( $\hat{\theta}_\delta + \hat{\theta}_d$ ) constituye, junto con la carga lineal específica del inducido  $q$ , factor decisivo en la distorsión del campo principal en carga, salvo que la máquina lleve devanado compensador. La distorsión influye sobre la tensión máxima entre delgas y ya hemos visto que esta tensión no debe, exceder de ciertos límites (párr. 2.02.30).

Cuando no hay polos auxiliares, la deformación admisible del campo principal es todavía menor a fin de conservar la inducción necesaria de conmutación en las zonas interpolares.

Estas condiciones determinan el valor del entrehierro que hay que prever ateniéndose a las siguientes consideraciones.

En las máquinas sin polos auxiliares, estableceremos la condición de que la f.m.m. para un entrehierro y un diente sea superior, como mínimo, en 70 % a la de reacción transversal sobre el pico polar

$$\hat{\theta}_\delta + \hat{\theta}_d \geq 1,7 \frac{b_p q}{2}; \quad [2.02.38 a]$$

admitiendo aproximadamente que  $\hat{\theta}_\delta + \hat{\theta}_d = 1,2 \hat{\theta}_\delta$  y como, [1.04.11 a],

$$\hat{\theta}_\delta = 0,8 \hat{B}_\delta \delta = 0,8 (K_M K_L K_C \hat{B}_\Omega \delta),$$

si suponemos además  $K_M K_L K_C \approx 1,15$ ,

$$\hat{\theta}_\delta = 0,8 \cdot 1,15 \hat{B}_\Omega \delta = 0,92 \hat{B}_\Omega \delta$$

( $\hat{B}_\Omega$  en G,  $\delta$  en cm)

Deberá cumplirse, pues, [a],

$$1,2 \cdot 0,92 \hat{B}_\Omega \delta \geq 1,7 \frac{b_p q}{2} \quad o$$

$$\delta \geq \frac{\psi \tau_p q}{1,3 \hat{B}_{\Omega \delta}} \quad (\text{cm}) \quad \approx \frac{\psi \tau_p q}{1,3 \hat{B}_{\Omega \delta 0}} \quad (\text{cm}) \quad [2.02.38 \text{ b}]$$

Si la máquina lleva polos auxiliares,  $\delta$  puede reducirse en un 25 % y hacer

$$\delta \geq \frac{\psi \tau_p q}{1,75 \hat{B}_{\Omega \delta}} \quad (\text{cm}) \quad \approx \frac{\psi \tau_p q}{1,75 \hat{B}_{\Omega \delta 0}} \quad (\text{cm}) \quad [2.02.38 \text{ c}]$$

(Estas recomendaciones son, pues, válidas también tomando para  $\hat{B}_{\Omega \delta}$  la inducción en vacío  $\hat{B}_{\Omega \delta 0}$ ).

Si además existe devanado de compensación, el entrehierro máximo viene fijado solamente por la necesidad de evitar una pulsación excesiva de flujo que provocaría elevadas pérdidas en las superficies polares, así como por razones mecánicas. Basta tomar entonces

$$\delta \geq \frac{\tau_p}{65 \dots 100} \quad (\text{cm}) \quad [2.02.38 \text{ d}]$$

( $\tau_p$  en cm)

### 2.02.39 Ejemplos

*Ejemplo 1.º* La dinamo de 345 kW, 500 V, 985 r/m, posee las siguientes características (párr. 2.02.06 ejemplo 1.º)

$$\hat{B}_{\Omega \delta 0} = 7230 \text{ G}, \quad q = 366 \text{ Ac/cm}, \quad \psi = 0,62, \quad \tau_p = 31,4 \text{ cm}$$

y lleva polos de conmutación y devanado compensador. Omitiendo este último, debería cumplirse, según [2.02.38 c],

$$\delta \geq \frac{\psi \tau_p q}{1,75 \hat{B}_{\Omega \delta 0}} = \frac{0,62 \cdot 31,4 \cdot 366}{1,75 \cdot 7230} = 0,560 \text{ cm}$$

Con el devanado de compensación, [2.02.38 d],

$$\delta \geq \frac{\tau_p}{65 \dots 100} = \frac{31,4}{65 \dots 100} = 0,483 \dots 0,3134 \text{ cm}$$

de un orden parecido al anterior. La máquina lleva en realidad entrehierro de 0,55 cm.

*Ejemplo 2.º* Al pequeño motor de 165 W absorbidos, 220 V, 150 r/m, de los ejemplos 2.02.04, 4.º y 2.02.06, 2.º le corresponderán para  $U = 220 \text{ V}$ ,  $B_{\Omega \delta 0} = 12000 \text{ G}$ ; carga lineal específica  $q = 98,5 \text{ Ac/cm}$ ,  $\psi = 0,72$  y  $\tau_p = 86,3 \text{ mm}$ , [2.02.38 b],

$$\delta \geq \frac{\psi \tau_p q}{1,3 \hat{B}_{\Omega \delta 0}} = \frac{0,72 \cdot 86,3 \cdot 98,5}{1,7 \cdot 12000} = 0,039 \text{ cm}$$

El motor tiene  $\delta = 0,6 \text{ mm}$ .

*Ejemplo 3.º* La dinamo de 4300 kW, 350 V, 150 r/m ya tratada en los párrafos 2.02.04, 5.º y 2.02.06, 3.º funciona con  $\hat{B}_{\Omega \delta 0} = 0,98 \cdot 0,84 = 0,823 \text{ T}$  en vacío;  $q = 343 \text{ Ac/cm}$ ,  $\tau_p = 52,4 \text{ cm}$ ,  $\psi = 0,65$ . Le corresponde, como mínimo, un entrehierro, teniendo en cuenta que lleva polos de conmutación [2.02.38 c],

$$\delta \geq \frac{\psi \tau_p q}{1,75 \hat{B}_{\Omega \delta 0}} = \frac{0,65 \cdot 52,4 \cdot 343}{1,75 \cdot 8230} = 0,81 \text{ cm}$$

Entrehierro real, 0,6 cm.

### 2.02.40 Polos principales

El recubrimiento polar  $\psi$  ya se habrá elegido previamente según que la máquina lleve polos auxiliares o no (párrafo 2.02.05).

Con ello, el arco polar

$$b_p = \psi \tau_p$$

Cuanto al núcleo del polo, la solución más económica, tanto por lo que se refiere al hierro de que está construido como a las bobinas inductoras, sería adoptar una sección circular pero esto es raras veces posible si la inducción ha de mantenerse en una cifra conveniente. En general, los polos son de sección rectangular.

La longitud del núcleo polar  $L_{np}$  se toma igual o algo inferior a la de la expansión  $L_p$ . El hacer  $L_{np} < L_p$  tiene la ventaja de dejar asiento frontal en las expansiones para las bobinas de excitación. La anchura del polo  $b_{np}$  deberá proporcionar una sección neta del núcleo  $S_p$  tal, que mantenga la inducción media a plena carga  $B_p$  entre 1,4 y 1,7 T. Esta inducción se sobrentiende que incluye el flujo de dispersión polar. Admitiendo un cierto valor equivalente  $B_{p0}$  en vacío, supuestas las caídas internas del inducido, y el coeficiente de dispersión también en vacío  $\sigma_{p0}$

$$S_p = \frac{\sigma_{p0} \hat{\Phi}_{\Omega \delta 0}}{B_{p0}} \quad (\text{m}^2) \quad [2.02.40 \text{ a}]$$

$$(\hat{\Phi}_{\Omega \delta 0} \text{ en Wb}, B_{p0} \text{ en T}).$$

Si el polo es macizo

$$S_p = L_{np} b_{np} \quad [2.02.40 \text{ b}]$$

Si es de planchas de 1 mm de grueso  $S_p = k_{Fe} L_{np} b_{np} \approx 0,95 L_{np} b_{np}$  [2.02.40 c]

En función de la inducción teórica en el entrehierro (onda de campo rectangular), se tiene para la anchura del polo, [1.04.23 f]

$$b_p = \frac{\sigma_{po} \psi K_p D \hat{B}_{\Omega \delta o}}{0,636 p B_{po}} \quad [2.02.40 d]$$

( $\hat{B}_{\Omega \delta o}$  y  $B_{po}$  en las mismas unidades, así como  $D$  y  $b_p$ )

donde, [1.04.23 e],

$$K_p = \frac{L}{k_{Fe} L_{np}} \quad [2.02.40 e]$$

y, [1.04.23 d],

$$\sigma_{po} = 1 + \frac{\Phi_{\sigma po}}{\hat{\Phi}_{\delta o}} \quad [2.02.40 f]$$

Al efectuar el cálculo de  $b_p$  según la ecuación [d] partiendo de la inducción  $\hat{B}_{\Omega \delta o}$  para la tensión nominal en vacío, habrá que fijar  $B_{po}$  en consonancia, previendo, como hemos advertido, la influencia ulterior de las caídas internas y de la reacción de inducido sobre la f.e.m.  $E$  y por tanto sobre  $\hat{B}_{\Omega \delta}$  y  $B_p$ . También será necesario estimar a priori  $\sigma_{po}$ . En todo caso, el cómputo final de  $B_p$  en carga nos dirá si debemos modificar algo  $b_p$ .

La longitud  $h_p$  del núcleo polar entre la expansión y el yugo ha de ser suficiente para alojar la bobina polar cuyas dimensiones por el momento se desconocen. En el anteproyecto puede partirse de la fórmula empírica

$$h_p = \frac{\tau_p}{3} + (0 \dots 10) \text{ cm} \quad [2.02.40 g]$$

El suplemento de 0 cm, para las máquinas bipolares, y de 10 cm a partir de 16 polos.

### 2.02.41 Ejemplo

Volvamos sobre el generador de 345 kW 500 V, 690 A, 985 r/m, 6 polos. Teníamos para el mismo (párrafo 2.02.06 Ejemplo 1º)

$$\hat{B}_{\Omega \delta o} = 0,723 \text{ T en vacío, } D = 60 \text{ cm, } L = 36 \text{ cm, } p = 3 \text{ pares de polos}$$

$$\psi = 0,62$$

Fijaremos para  $L_{np}$  el mismo valor  $L$  del inducido ya que con los polos de plancha resulta complicado extender axialmente las expansiones polares. Sea  $B_{po} = 1,5 \text{ T}$  la inducción polar admisible en vacío.

Según [2.02.40 e],

$$K_p = \frac{L}{k_{Fe} L_{np}} = \frac{36}{0,95 \cdot 36} \parallel \frac{1}{0,95}$$

Tomando  $\sigma_{po} \approx 1,10$  tendremos, [2.02.40 d],

$$b_{np} = \frac{\sigma_{po} \psi K_p D \hat{B}_{\Omega \delta o}}{0,636 p B_{po}} = \frac{1,10 \cdot 0,62 \cdot 60 \cdot 0,723}{0,95 \cdot 0,636 \cdot 3 \cdot 1,5} = 10,9 \text{ cm}$$

La máquina tiene en realidad  $b_{np} = 11,5 \text{ cm}$ . El coeficiente de dispersión en carga vale, párrafo 1.09.07 c,  $\sigma_p = 1,135$ .

### 2.02.42 Dimensiones del yugo

El yugo suele hacerse siempre macizo por razones estructurales y económicas. Sólo algunas máquinas de rápida regulación, por lo general auxiliares dentro de un sistema, se construyen con yugo de planchas. La sección  $S_y$  debe ser suficiente para que la inducción en carga se halle comprendida entre 1,2 y 1,6 T con hierro forjado o acero fundido eligiéndose las cifras más reducidas en las máquinas con polos de conmutación a fin de no saturar el circuito magnético de los mismos que se cierra también por el yugo. Si por excepción se hiciera éste de fundición (hierro fundido), se limitarían aquellas cifras a 0,5... 0,6 T. De acuerdo con tales datos se fijará la inducción aproximada en vacío  $B_{y0}$ , contando con las caídas de tensión y la dispersión polar.

La longitud del yugo  $L_y$  se elige arbitrariamente según el tipo de construcción sea más o menos cerrado. En general, convendrá que proteja al mismo tiempo a las bobinas inductoras. La altura radial del yugo  $h_y$  deberá ser entonces, [1.04.26 f],

$$h_y = \frac{\sigma_{po} \psi K_y D \hat{B}_{\Omega \delta o}}{1,27 p B_{y0}} \quad [2.02.42 a]$$

con, [1.04.26 e];

$$\boxed{K_y = \frac{L}{L_y}} \quad [2.02.42 \text{ b}]$$

supuesto el yugo macizo ( $k_{Fe} = 1$ ).

Para  $\sigma_{po}$  se tomará en principio el mismo valor que en los polos.

Uteriormente el cálculo revelará los valores reales de  $\sigma_p$  y de la inducción  $B_y$  en carga sin que por esto se rectifiquen las dimensiones deducidas a base de los valores supuestos, a menos que las discrepancias fuesen anormalmente elevadas.

#### 2.02.43 Ejemplo

La dinamo del ejemplo anterior, 2.02.41 de 345 kW, 500 V, 690 A, 985 r/m, 6 polos, para la cual, como hemos visto,  $\hat{B}_{\Omega o} = 0,723$  T en vacío,  $D = 60$  cm,  $p = 3$  pares de polos,  $\psi = 0,62$  y  $L = 36$  cm debe trabajar con una inducción en el yugo que fijaremos en  $B_{yo} = 1,1$  T para la f.e.m. de 500 V (un 2,5 % más, en carga).

La longitud  $L_y$  se hace igual a 43 cm a fin de cubrir las bobinas inductoras sirviendo a la vez de asiento a los escudos laterales.

Tomamos como en 2.02.41  $\sigma_{po} = 1,10$ .

La altura necesaria será, pues, [2.02.42 a],

$$h_y = \frac{\sigma_{po} \psi K_y D \hat{B}_{\Omega o}}{1,27 p B_{yo}}$$

con, [2.02.42 b],

$$K_y = \frac{L}{L_y} = \frac{36}{43} = 0,838$$

de donde

$$h_y = \frac{1,10 \cdot 0,62 \cdot 0,838 \cdot 60 \cdot 0,723}{1,27 \cdot 3 \cdot 1,1} = 5,93 \text{ cm}$$

La máquina tiene una altura  $h_y = 6,5$  cm y como  $\sigma_p$ , en realidad resulta ser 1,135 en carga, la inducción en estas condiciones no será muy distinta de 1,1 T.

#### 2.02.44 Comprobación de la conmutación

En el párrafo 1.08.07 se dedujo, [1.08.07 e], para la f.e.m. media en la bobina que conmuta, ya en función del parámetro  $q$ ,

$$\boxed{e_x = N_B L \left( \frac{q}{100} \right) \left( \frac{v}{100} \right) \zeta} \quad (V) \quad [2.02.44 \text{ a}]$$

$$N_B = \text{número de espiras por sección} = \frac{Z}{2K}$$

$Z$  = número total de conductores del inducido

$K$  = número de delgas del colector

$L$  = longitud del inducido en m

$q$  = carga lineal específica en Ac/cm

$v$  = velocidad periférica del inducido en m/s

$\zeta$  = coeficiente de PICHELMACHER

Este último varía entre 6 y 12 según el perfil de la ranura y es tanto mayor cuando más estrecha ésta y cuando más largas las conexiones frontales con respecto al paso polar. El valor  $\zeta = 10$  suele ser bastante aproximado en términos generales. Precisando algo más, [1.08.07 g]

$$\zeta = 1,2 \frac{h_t}{a} + 2 \left( \frac{l_m}{L} - 1 \right) + \frac{50}{\frac{q}{100} L N_B v} \quad [2.02.44 \text{ b}]$$

$h_t$  = profundidad de la ranura en cm

$a$  = anchura » » » » »

$l_m$  = longitud media de un conductor en m.

$L$  = » del inducido en m

$N_B$  = número de espiras por bobina

$v$  = velocidad periférica del inducido en m/s

$q$  = carga lineal específica en Ac/cm

$e_x$  no debe rebasar los 2 V en máquinas sin polos auxiliares y 6 V en máquinas provistas de ellos.

Además, el entrehierro ha de tener, como mínimo, el valor que se desprende de las ecuaciones deducidas en el párrafo 2.02.38.

#### 2.02.45 Ejemplos

*Ejemplo 1.º* El motor de 165 W absorbidos, 220 V, 150 r/m, tratado en el párrafo 2.02.06 b), tiene  $Z = 9024$  conductores activos (más 192 conductores muertos) y  $K = 47$  delgas, o sea

$$N_B = \frac{Z}{2K} = \frac{9024}{2 \cdot 47} = 96 \text{ espiras por sección}$$

en ranuras trapezoidales semicerradas para las cuales con paso de bobina acortado podemos admitir  $\zeta = 10$ . La longitud del inducido es  $L = 0,066$  m y el diámetro  $D = 0,11$  m, al cual corresponde una velocidad tangencial

$$v = \frac{\pi D N}{60} = \frac{\pi \cdot 0,11 \cdot 150}{60} = 0,865 \text{ m/s}$$

La corriente absorbida es de 0,74 A y el número de vías  $2a = 2$ , la corriente por conductor  $I_c = \frac{0,74}{2} = 0,37$  A y la carga lineal específica

$$q = \frac{(9024 + 192) \cdot 0,37}{\pi \cdot 11} = 98,5 \text{ Ac/cm}$$

(la f.e.m.  $e_x$  no será menor porque existan conductores muertos).

Según esto, la f.e.m. de reactancia por bobina, [2.02.44 a],

$$e_x = N_B L \left( \frac{q}{100} \right) \left( \frac{v}{100} \right) \zeta = 96 \cdot 0,066 \cdot 0,985 \cdot \frac{0,865}{100} 10 = 0,545 \text{ V}$$

valor muy reducido, como es natural en una máquina lenta tan pequeña.

*Ejemplo 2.º* La dinamo del mismo párrafo 2.02.06 3º) de 4300 kW, 350 V, 12300 A, 150 r/m, tiene un diámetro  $D$  de 4 m y una longitud  $L$  de 0,6 m,  $K = 420$  delgas y  $Z = 840$  conductores. El número de vías es  $2a = 24$ . Paso acortado. Dimensiones de las ranuras  $h_i \times a = 40 \times 13$  mm, longitud media por conductor  $l_m = 1,38$  m.

Calcular la f.e.m. media de a.i. por cada bobina que conmuta.

$$N_B = \frac{Z}{2K} = \frac{840}{2 \cdot 420} = 1 \text{ espira/sección}$$

$$q = \frac{Z \left( \frac{I}{2a} \right)}{\pi D} = \frac{840 \cdot \frac{12300}{24}}{\pi \cdot 400} = 343 \text{ Ac/cm}$$

$$v = \frac{\pi D N}{60} = \frac{\pi \cdot 4 \cdot 150}{60} = 31,4 \text{ m/s}$$

y tomando para  $\zeta$  la expresión [2.02.44 b]

$$\begin{aligned} \zeta &= 1,2 \frac{h_i}{a} + 2 \left( \frac{l_m}{L} - 1 \right) + \frac{50}{\left( \frac{q}{100} \right) L N_B v} \\ &= 1,2 \frac{40}{13} + 2 \left( \frac{1,38}{0,6} - 1 \right) + \frac{50}{3,43 \cdot 0,6 \cdot 1 \cdot 31,4} \\ &= 3,7 + 2,6 + 0,77 = 7,07 \end{aligned}$$

de donde, [2.02.44 a],

$$e_x = N_B L \left( \frac{q}{100} \right) \left( \frac{v}{100} \right) \zeta = 1 \cdot 0,6 \cdot 3,043 \cdot 0,314 \cdot 7,07 = 4,55 \text{ V}$$

perfectamente normal para una máquina provista de polos auxiliares.

*Ejemplo 3.º* Un generador de 825 kW, 825 V, 1000 A, 750 r/m, con polos auxiliares y devanado de compensación tiene  $2p = 6$  polos,  $2a = 6$  vías,  $D = 1,2$  m,  $L = 0,3$

m,  $Z = 564$  conductores de inducido,  $K = 282$  delgas; ranura de  $h_i \times a = 42 \times 11,2$  mm, longitud media por conductor  $l_m = 1,25$  m.

Calcular la f.e.m. media de a.i. por bobina. Según [2.02.44 a],

$$e_x = N_B L \left( \frac{q}{100} \right) \left( \frac{v}{100} \right) \zeta;$$

$$N_B = \frac{Z}{2K} = \frac{564}{2 \cdot 282} = 1 \text{ espiras por sección,}$$

$$q = \frac{Z \frac{I}{2a}}{\pi D} = \frac{564 \cdot \frac{1000}{6}}{\pi \cdot 120} = 249 \text{ Ac/cm,}$$

$$v = \frac{\pi D N}{60} = \frac{\pi \cdot 1,2 \cdot 750}{60} = 47 \text{ m/s;}$$

Según [2.02.44 b],

$$\begin{aligned} \zeta &= 1,2 \frac{h_i}{a} + 2 \left( \frac{l_m}{L} - 1 \right) + \frac{50}{\left( \frac{q}{100} \right) L N_B v} \\ &= 1,2 \frac{42}{11,2} + 2 \left( \frac{1,25}{0,3} - 1 \right) + \frac{50}{2,49 \cdot 0,3 \cdot 1 \cdot 47} \\ &= 4,5 + 6,34 + 1,42 = 12,26 \end{aligned}$$

Por tanto,

$$e_x = 1 \cdot 0,3 \cdot 2,49 \cdot 0,47 \cdot 12,26 = 4,3 \text{ V}$$

Esta máquina está prevista para sobrecargas temporales que alcanzan el triple de la nominal, con lo cual  $e_x$  asciende hasta unos 13 V, lo que hace indispensable el complemento del devanado compensador y un ajuste muy preciso del entrehierro de los polos de conmutación o bien de la corriente en los mismos mediante un shunt inductivo.

## 2.02.46 Cálculo de los polos auxiliares

El arco de la expansión polar de los mismos  $b_{pa}$ , más el ensanchamiento del flujo a su paso por el entrehierro, ha de cubrir la zona de conmutación  $z_a$ ; al mismo tiempo debe de abarcar en lo posible un número exacto de pasos de ranura  $\tau_b$ , [1.08.12 c]

$$\boxed{b_{pa} \approx z_a - 2 \delta_a} \quad [2.02.46 a]$$

Según [1.08.12 b]

$$z_a = \left[ b_e + \left( u - \frac{a}{p} \right) \tau_K \right] \frac{D}{D_K} + (n_p - y_n) \tau_\delta \quad (\text{cm}) \quad [2.02.46 \text{ b}]$$

$b_e$  = anchura tangencial de una escobilla en cm

$u$  = número de lados de sección por ranura =  $\frac{K}{n}$

$a$  = pares de vías

$p$  = pares de polos

$\tau_K$  = paso de una delga en el colector =  $\frac{\pi D_K}{K}$

$D_K$  = diámetro del colector en cm

$D$  = » del inducido en cm

$n_p$  = número de ranuras por polo =  $\frac{n}{2p}$

$y_n$  = paso posterior de bobina medido en ranuras

$\tau_\delta$  = paso de una ranura en el entrehierro en cm =  $\frac{\pi D}{n}$

$K$  = número de delgas

$n$  = » » ranuras

La inducción media en el entrehierro de conmutación debe hacerse igual a, [1.08.10 b],

$$B_{\delta a} = \frac{L}{L_{pa}} \frac{\zeta}{2} q \quad (\text{G}) \quad [2.02.46 \text{ c}]$$

$L_{pa}$  = longitud del polo auxiliar en el entrehierro en la misma unidad que  $L$

$L$  = longitud del inducido

$q$  = carga lineal específica en Ac/cm

$\zeta$  = coeficiente de PICHELMACHER (párrafo 2.02.44 y ecuación [2.02.44 b]).

Si la longitud  $L_{pa}$  del polo auxiliar en el entrehierro es igual a la del inducido  $L$ ,  $B_{\delta a} = \frac{\zeta}{2} q$  (G).

Como consecuencia, el flujo de conmutación en el entrehierro, [1.08.13 d],

$$\Phi_{\delta a} = \beta_{pa} L_{pa} B_{\delta a} \quad (\text{M}) \quad [2.02.46 \text{ d}]$$

tomando para el arco polar efectivo  $\beta_{pa}$ , [1.08.12 d],

$$\beta_{pa} = b_{pa} + 2 \delta_a \quad [2.02.46 \text{ e}]$$

El coeficiente de dispersión  $\sigma_{pa}$  para los polos auxiliares se adoptará

$$\sigma_{pa} = 2 \dots 5 \quad [2.02.46 \text{ f}]$$

con lo cual el flujo polar, [1.08.13 e],

$$\Phi_{pa} = \sigma_{pa} \Phi_{\delta a} \quad [2.02.46 \text{ g}]$$

Admitiendo una inducción muy baja para evitar la saturación,

$$B_{pa} = 5 \dots 10 \text{ (kG)} \quad [2.02.46 \text{ h}]$$

tendremos la sección necesaria del polo, [1.08.19 b],

$$S_{na} = \frac{\Phi_{pa}}{B_{pa}} \quad (\text{cm}^2) \quad [2.02.46 \text{ i}]$$

( $\Phi_{pa}$  en M,  $B_{pa}$  en G)

Dando al núcleo polar una longitud  $L_{na} \leq L_{pa}$  resulta una anchura necesaria, [1.08.13 c],

$$b_{na} = \frac{S_{na}}{k_{Fe} L_{na}} \quad (\text{cm}) \quad [2.02.46 \text{ j}]$$

Con planchas de 1 mm,  $k_{Fe} = 0,95$ ; con núcleo macizo,  $k_{Fe} = 1$

• El entrehierro  $\delta_a$  de los polos auxiliares se hará siempre mayor que el de los polos principales  $\delta$ , con vistas a disminuir la saturación del circuito magnético de aquéllos (párr. 1.08.11), procurando, además, en lo posible que el arco polar efectivo  $\beta_{pa}$ , [e], resulte un múltiplo del paso de ranuras  $\tau_\delta$  (párrafo 1.08.12).

$$\delta_a = 1,2 \dots 2 \delta \quad [2.02.46 \text{ k}]$$

#### 2.02.47 Ejemplo

Calcular los polos auxiliares para la dinamo del párrafo 2.02.45 ejemplo 2°. Los datos son:

$P = 4300 \text{ kW}$ ,  $U = 350 \text{ V}$ ,  $I = 12300 \text{ A}$ ,  $N = 150 \text{ r/m}$ ,  $2p = 24$  polos,  $2a = 24$  vías;  $D = 400 \text{ cm}$ ,  $L = 60 \text{ cm}$ ,  $D_K = 230 \text{ cm}$ ;  $n = 420$  ranuras,  $u = 1$  sección ranura,  $K = 420$  delgas, paso de bobina  $y_n = 17$  ranuras, coeficiente de PICHELMACHER  $\zeta = 7,07$ , carga lineal específica  $q = 343 \text{ Ac/cm}$ . Arco de escobillas  $b_e = 3 \text{ cm}$ , entrehierro principal  $\delta = 0,6 \text{ cm}$ .



Anchura de la zona de conmutación [2.02.46 b];

$$z_a = \left[ b_s + \left( u - \frac{a}{p} \right) \tau_K \right] \frac{D}{D_K} + (n_p - y_n) \tau_\delta \text{ (cm)}$$

$$\tau_K = \frac{K}{\pi D_K} = \frac{\pi \cdot 230}{420} = 1,72 \text{ cm}$$

$$n_p = \frac{n}{2p} = \frac{420}{24} = 17,5 \text{ ranuras/polo}$$

$$\tau_\delta = \frac{\pi D}{n} = \frac{\pi \cdot 400}{420} = 2,99 \text{ cm}$$

$$z_a = \left[ 3 + \left( 1 - \frac{24}{24} \right) 1,72 \right] \frac{400}{230} + (17,5 - 17) 2,99 = 6,72 \text{ cm}$$

Entrehierro de los polos auxiliares. Se ha tomado el doble del entrehierro principal, [2.02.46 k],

$$\delta_a = 1,2 \dots 2 \delta = 2 \cdot 0,6 = 1,2 \text{ cm}$$

Arco de la pieza polar, [2.02.46 a]:

$$b_{pa} \approx z_a - 2\delta_a = 6,72 - 2 \cdot 1,2 = 4,32 \text{ cm}$$

Se ha tomado  $b_{pa} = 5 \text{ cm}$  lo que viene a dar una zona de influencia  $\beta_{pa} = b_{pa} + 2\delta_a = 5 + 2 \cdot 1,2 = 7,4 \text{ cm}$ , algo mayor que la de conmutación y casi de 2,5 veces el paso de ranuras  $\tau_\delta = 2,99 \text{ cm}$  de donde se deriva una cierta oscilación del flujo de conmutación, la cual, sin embargo, no será excesiva dada la magnitud del entrehierro comparada con la del paso mismo de ranura.

Inducción en el entrehierro de conmutación, [2.02.46 c],

$$B_{\delta_a} = \frac{L}{L_{pa}} \frac{\zeta}{2} q$$

Como la longitud del polo auxiliar en el entrehierro se tomará  $L_{pa} = 54 \text{ cm}$  en lugar de 60 cm para el inducido,

$$B_{\delta_a} = \frac{60}{54} \frac{7,07}{2} 343 = 1350 \text{ G}$$

Flujo de conmutación, [2.02.46 d],

$$\Phi_{\delta_a} = \beta_{pa} L_{pa} B_{\delta_a} = 7,4 \cdot 54 \cdot 1350 = 540\,000 \text{ M.}$$

Coefficiente de dispersión: adoptado, [2.02.46 f],  $\sigma_{pa} = 4$ .

Flujo por polo auxiliar [2.02.46 g],

$$\Phi_{pa} = \sigma_{pa} \Phi_{\delta_a} = 4 \cdot 540\,000 = 2\,160\,000 \text{ M.}$$

Inducción admitida  $B_{pa} = 8,45 \text{ kG}$  [2.02.46 h]

Sección del polo auxiliar [2.02.46 i]

$$S_{na} = \frac{\Phi_{pa}}{B_{pa}} = \frac{2\,160\,000}{8450} = 256 \text{ cm}^2$$

Fijada la longitud  $L_{na}$  en  $54 \text{ cm} = L_{pa} < L$  resulta la anchura de los polos de planchas [2.02.46 j] con  $k_{pe} = 0,95$

$$b_{na} = \frac{S_{na}}{k_{pe} L_{na}} = \frac{256}{0,95 \cdot 54} = 5 \text{ cm}$$

### 2.02.48 Cálculo de las bobinas de excitación para los polos auxiliares

La f.m.m. por bobina  $\theta_a$  debe contrarrestar la de reacción transversal por polo, a menos que exista devanado de compensación que anule ya una parte de ésta, y mantener además el flujo de conmutación.

Para máquinas sin devanado compensador, [1.08.10 e],

$$\theta_{ba} = \frac{q \tau_p}{2} + K_{La} K_{Ca} B_{\delta_a} \delta_a \quad (\text{Av/polo}) \quad [2.02.48 \text{ a}]$$

y con arrollamiento de compensación, [1.08.15 c],

$$\theta_{ba} = (1 - \psi) \frac{q \tau_p}{2} + K_{La} K_{Ca} B_{\delta_a} \delta_a \quad (\text{Av/polo}) \quad [2.02.48 \text{ b}]$$

$K_{Ca}$  es el coeficiente de CARTER para el entrehierro de los polos auxiliares [1.08.11 c],

$$K_{Ca} = \frac{\tau_\delta}{\tau_\delta - \frac{(a_\delta/\delta_a)^2}{5 + (a_\delta/\delta_a)} \delta_a} \approx \frac{\tau_\delta}{\tau_\delta + \delta_a - \frac{3}{4} a_\delta} = f\left(\frac{a_\delta}{\tau_\delta}, \frac{\delta_a}{a_\delta}\right) \text{ seg. fig. 1.04.10 b}$$

[2.02.48 c]

A su vez  $K_{La}$  es el factor de corrección por longitud axial efectiva

$$K_{La} = \frac{L_{pa}}{L_{\delta a}} : L_{\delta a} = L_{pa} - n_c \varepsilon_{\delta a} \text{ y } \varepsilon_{\delta a} \text{ según fig. 1.04.09 b ó c} \quad [2.02.48 \text{ d}]$$

La corriente por bobina depende del número de vías  $\alpha_{ba}$  en que se ha dividido aquéllas; sea  $I_{ba}$ . Entonces,

$$I_{ba} = \frac{I}{\alpha_{ba}} \quad [2.02.48 \text{ e}]$$

y el número de espiras necesario, [1.08.11 f],

$$N_{ba} = \frac{\theta_{ba}}{I_{ba}} \text{ (Av/polo auxiliar)} \quad [2.02.48 \text{ f}]$$

Queda por fijar la sección del conductor  $s_a$  que se establecerá a base del calentamiento. En principio puede admitirse una densidad de corriente  $\Delta_a = 2,5 \dots 5 \text{ A/mm}^2$  según la eficacia del sistema de ventilación y el tipo de aislamiento empleado, a reserva de ulteriores comprobaciones sobre la capacidad de disipación térmica, como enseguida expondremos

$$s_a = \frac{I_{ba}}{\Delta_a} \text{ (mm}^2\text{)} \quad [2.02.48 \text{ g}]$$

Esta sección será circular o rectangular según su magnitud y se fijarán las dimensiones transversales de acuerdo con el número de espiras a todo lo largo del polo auxiliar, dejando si es posible, espacios de circulación de aire entre las espiras cuando el bobinado es de barras; a veces por conveniencia de distribución, las bobinas de los polos auxiliares se concentran del lado del entrehierro.

Para comprobar de otro modo si la densidad de corriente adoptada es correcta, puede calcularse el calentamiento de las bobinas inductoras, recurriendo al coeficiente de ventilación  $K_v$ , mediante la ecuación normal, [1.11.17 f]

$$\Delta\theta_{ba} = \frac{p_{ba}}{K_v S_{va}} \text{ (}^\circ\text{C)} \quad [2.02.48 \text{ h}]$$

$p_{ba}$  = pérdida por efecto JOULE en una bobina auxiliar, en W  
 $S_{va}$  = superficie lateral de la misma en  $m^2$

$K_v$  = coeficiente de ventilación en  $\frac{W}{m^\circ C}$  el cual depende del tipo de construcción más o menos compacto de las bobinas auxiliares,

con canales de refrigeración o sin ellos, y de la velocidad periférica del inducido.

La fig. 2.02.48 a muestra unas curvas experimentales de  $K_v$  que pueden tomarse como punto de partida a falta de ensayos directos sobre máquinas de la misma construcción.

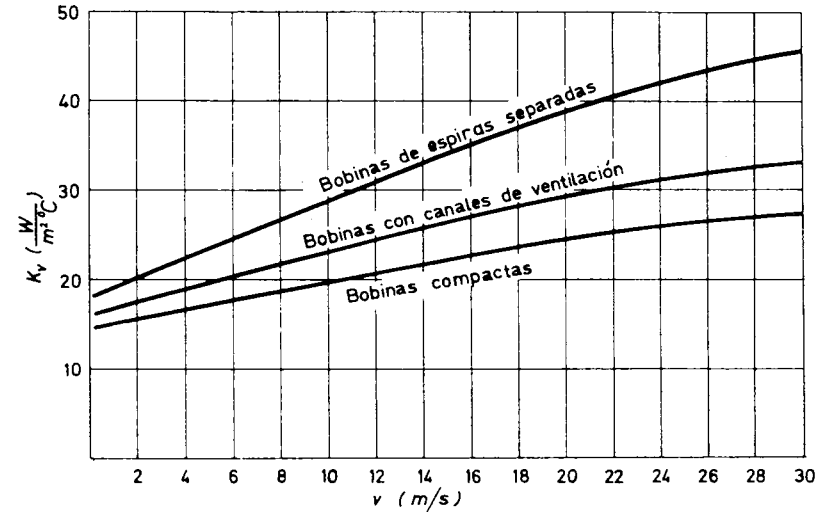


Fig. 2.02.48 a. Coeficiente de ventilación de las bobinas de los polos auxiliares (Para máquinas con intensa circulación de aire aumentar  $K_v$  en  $\approx 20\%$ ).

#### 2.02.49 Ejemplo

Calcular las bobinas de los polos auxiliares para la máquina del ejemplo 2.02.47 cuyos datos son

$$P = 4300 \text{ kW}, U = 350 \text{ V}, I = 12300 \text{ A}, N = 150 \text{ r/m},$$

$$2p = 24 \text{ polos}, q = 343 \text{ Ac/cm}, D = 400 \text{ cm}, \tau_p = 52,4 \text{ cm}, L = 60 \text{ cm},$$

$$\delta_a = 1,2 \text{ cm}, B_{\delta a} = 1350 \text{ G}, a_s = 1,3 \text{ cm}, \tau_s = 2,99 \text{ cm}.$$

Las longitudes axial del entrehierro y núcleo de los polos auxiliares eran iguales

$$L_{pa} = L_{na} = 54 \text{ cm} \text{ y la anchura de éstos } b_{na} = 5 \text{ cm}; n_c = 8 \text{ canales de } \varepsilon_s = 1 \text{ cm}.$$

$$\text{Según [2.02.48 d], } K_{La} = \frac{L_{pa}}{L_{\delta a}} = \frac{L_{pa}}{L_{pa} - n_c \varepsilon_{\delta a}}$$

Para  $\varepsilon_s = 10 \text{ mm}$  y  $\delta_a = 12 \text{ mm}$ , la figura 1.04.09 b nos da  $\varepsilon_{\delta a} = 1,8 \text{ mm}$  y

$$K_{La} = \frac{540}{540 - 8 \cdot 1,8} = 1,025$$

Para  $K_{ca}$  tenemos, [2.02.48 c],

$$K_{ca} = \frac{\tau_\delta}{\tau_\delta - \frac{(a_\delta/\delta_a)^2}{5 + (a_\delta/\delta_a)} \delta_a} = \frac{2,99}{2,99 - \frac{(1,3)^2}{5 + \frac{1,3}{1,2}}} = 1,08$$

y sin arrollamiento de compensación, [2.02.48 a],

$$\theta_{ba} = \frac{q \tau_p}{2} + K_{La} K_{ca} B_{ba} \delta_a \text{ Av/polo}$$

$$= \frac{343 \cdot 52,4}{2} + 1,025 \cdot 1,08 \cdot 1350 \cdot 1,2 = 9000 + 1800 = 10800 \text{ Av/polo}$$

Vemos que la excitación necesaria para mantener el flujo de conmutación en estas máquinas grandes es una fracción relativamente pequeña de la que se necesita para compensar la reacción transversal.

Si disponen las bobinas en dos vías

$$I_{ba} = \frac{I}{2} = \frac{12300}{2} = 6150 \text{ A/vía}$$

El número de espiras por polo

$$N_{ba} = \frac{\theta_{ba}}{I_{ba}} = \frac{10800}{6150} = 1,76 \text{ espiras por polo.}$$

Si se adoptan  $N_{ba} = 2$  espiras por polo para dejar un margen de ajuste a la f.e.m. de conmutación variando adecuadamente el entrehierro. Admitiendo una densidad de corriente de unos 2,5 A/mm<sup>2</sup> precisaremos de una sección

$$s_a = \frac{I_{ba}}{\Delta_a} = \frac{6150}{2,5} = 2460 \text{ mm}^2$$

que se ha resuelto con 4 cobres en paralelo, bobinados de canto a manera de espiras sueltas, de 40 × 15 mm, lo que da un total 2400 mm<sup>2</sup> de sección y una densidad de 2,56 A/mm<sup>2</sup>. Longitud radial total aproximada, unos 20 cm.

Calculemos el calentamiento previsible. Con una longitud axial  $l_{ma} = 54$  cm, anchura  $b_{na} = 5$  cm por polo y el bobinado de barra en una capa de 40 m de grueso más 5 mm para aislantes y juego resultan una espira media  $l_{ma}$  y un desarrollo exterior  $l_{ma}$  respectivamente

$$l_{ma} \approx 2(54 + 5) + \pi \cdot 4,5 = 132 \text{ cm} = 1,32 \text{ m}$$

$$l_{sa} = l_{ma} + \pi \cdot 4 = 1,32 + 0,125 = 1,445 \text{ m}$$

La superficie lateral con 20 cm de altura,

$$S_{sa} = 1,445 \cdot 0,2 = 0,289 \text{ m}^2$$

En caliente a 80 + 40 = 120 °C,  $\rho = 0,0248 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$  (tabla 1.01.16 b) y la resistencia por bobina auxiliar  $R_{ba}$ ,

$$R_{ba} = \frac{\rho N_{ba} l_{ma}}{s_a} = \frac{0,0248 \cdot 2 \cdot 1,32}{2400} = 27,3 \times 10^{-6} \Omega/\text{bobina}$$

la caída de tensión

$$R_{ba} I_{ba} = 27,3 \cdot 10^{-6} \cdot 6150 = 0,168 \text{ V}$$

y la pérdida

$$p_{ba} = 0,168 \cdot 6150 = 1030 \text{ W/bobina}$$

(Las conexiones entre bobinas que ofrecen una resistencia apreciable, en este caso un 33 % de la resistencia de estas últimas, no interviene, naturalmente en el cálculo del calentamiento de los bobinados propiamente dichos)

$$v = \frac{\pi D N}{60} = \frac{\pi \cdot 0,4 \cdot 150}{60} = 31,4 \text{ m/s}$$

Para  $v = 31,4$  m/s y considerando la buena ventilación de las espiras podemos tomar en la curva superior de la fig. 2.02.48 a

$$K_v = 45 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

Entonces, [2.02.48 h],

$$\Delta\theta_{ba} = \frac{p_{ba}}{K_v S_{sa}} = \frac{1030}{45 \cdot 0,289} = 79 \text{ } ^\circ\text{C.}$$

próximos a los 80 °C admisibles.

## 2.02.50 Arrollamiento de compensación

• Debe contrarrestar la reacción transversal, bajo las expansiones polares, para lo cual, el número de barras que han de alojarse en cada polo es de [1.08.15 a]

$$z_{dc} = \frac{\psi \tau_p q}{I_{dc}} \text{ (barras/polo)} \quad [2.02.50 a]$$

La corriente por barra  $I_{dc}$  depende del número de vías  $\alpha_{dc}$  en que venga dividir este circuito. Si  $I$  es la corriente total de la máquina

$$I_{dc} = \frac{I}{\alpha_{dc}} \text{ A/cm} \quad [2.02.50 b]$$

Cuanto a la sección de cada barra,

$$s_{dc} = \frac{I_{dc}}{\Delta_{dc}} \quad [2.02.50 c]$$

• tomándose una densidad de corriente  $\Delta_{dc}$  del mismo orden que para los polos auxiliares.

A la expresión [a] puede dársele también esta otra forma teniendo en cuenta que los amperios conductores de inducido y del bobinado de compensación son iguales en la extensión del arco polar

$$\psi \left( \frac{Z I}{2p \ 2a} \right) = z_{dc} \frac{I}{\alpha_{dc}}$$

$$z_{dc} = \frac{\psi Z \alpha_{dc}}{2p \ 2a} \quad (\text{barras/polo}) \quad [2.02.50 \ d]$$

El alojamiento de estos conductores en la expansión polar se procurará hacerlo de modo que la inducción en los dientes semicerrados no resulte superior a la de los núcleos polares.

**2.02.51 Ejemplo**

Una dinamo de 825 kW, 825 V, 1000 A, 750 r/m, 2p = 6 polos, 2a = 6 vías tiene un diámetro de inducido D = 120 cm y Z = 564 conductores. El recubrimiento polar ψ vale 0,7.

Calcular el arrollamiento de compensación

$$r_p = \frac{\pi D}{2p} = \frac{\pi \cdot 120}{6} = 62,28 \text{ cm}$$

$$q = \frac{Z \frac{I}{2a}}{\pi D} = \frac{564 \frac{1000}{6}}{\pi \cdot 120} = 250 \text{ Ac/cm}$$

Con α<sub>dc</sub> = 2 vías en el circuito de dicho devanado

$$I_{dc} = \frac{I}{\alpha_{dc}} = \frac{1000}{2} = 500 \text{ A/vía}$$

y según [2.02.50 a] el número de barras por polo

$$z_{dc} = \frac{\psi r_p q}{I_{dc}} = \frac{0,7 \cdot 62,28 \cdot 250}{500} = 22 \text{ barras/polo}$$

De la misma manera, según [2.02.50 d],

$$z_{dc} = \frac{\psi Z \alpha_{dc}}{2p \ 2a} = \frac{0,7 \cdot 564 \cdot 2}{6 \cdot 6} = 22 \text{ barras/polo}$$

Admitiendo una densidad de corriente Δ<sub>dc</sub> de unos 2 A/mm<sup>2</sup>

$$s_{dc} = \frac{I_{dc}}{\Delta_{dc}} = \frac{500}{2} = 250 \text{ mm}^2$$

La máquina lleva 24 barras por polo de 240 mm<sup>2</sup> cada una.

**2.02.52 Calentamiento del inducido**

Como contrastación del valor adoptado para la densidad de corriente en el inducido Δ puede calcularse el calentamiento probable del arrollamiento según las condiciones de ventilación basándose en datos experimentales sobre la potencia a eliminar por unidad de superficie de refrigeración. La dificultad reside principalmente en determinar cuáles son las superficies activas de ventilación S<sub>v</sub> y en qué grado influyen según su posición u orientación dentro de la máquina. Sólo cabe acudir a ciertos valores medios dominantes, utilizando una expresión de la forma

$$\Delta\theta = \frac{p_J + p_{Fe}}{K_v S_v} \quad (^\circ\text{C}) \quad [2.02.52 \ a]$$

medidos por termómetro en el centro de la máquina

- p<sub>J</sub> = pérdidas por efecto JOULE en el bobinado del inducido en W
- p<sub>Fe</sub> = » totales en el hierro de la armadura, en W
- S<sub>v</sub> = superficie básica de ventilación en m<sup>2</sup> considerada como tal la superficie cilíndrica del bobinado, fig. 2.02.52 a

$$S_v = \pi D (L + 2 \nu)$$

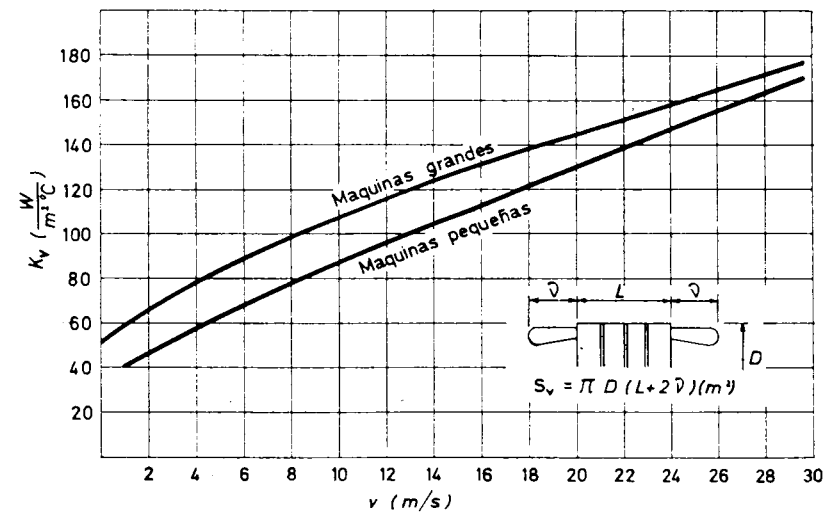


Fig. 2.02.52 a. Coeficiente de ventilación de los inducidos de continua. Máquinas abiertas, sin ventilador.

$K_v$  = coeficiente experimental de ventilación en  $\frac{W}{m^2 \text{ } ^\circ C}$  función de la velocidad tangencial  $v$  del inducido y del tipo constructivo. La fig. 2.02.52 a muestra los valores de  $K_v$  para máquinas abiertas de ventilación natural, grandes y pequeñas, que vienen a estar comprendidos entre 50 y 150  $\frac{W}{m^2 \text{ } ^\circ C}$

La elevación media de temperatura suele ser unos 10 a 15  $^\circ C$  superior. Si se trata de máquinas con ventilador propio, el sistema para obtener el calentamiento aproximado de los conductores del inducido consiste en calcular el caudal de aire circulante y la elevación de temperatura máxima del mismo en función de las pérdidas a evacuar.

El calentamiento del cobre  $\Delta\theta_c$  viene a ser de 3 a 4 veces el del aire mismo  $\Delta\theta_a$ .

Si el ventilador tiene un diámetro  $D_v$  (m) y su velocidad periférica es

$$v_v = \frac{\pi D_v N}{60} \text{ (m/s)}$$

creará una presión del aire  $f_a$ , [1.10.60 i],

$$f_a = \eta_f \frac{\gamma_a}{g} v_v \text{ (kg./m}^2\text{)} \quad [2.02.52 \text{ b)}$$

y con una superficie útil, [1.10.60 k y l],

$$\left. \begin{aligned} S_a &= 0,8 (\pi D_v l_v) \text{ (m}^2\text{) en los centrífugos} \\ S_a &= 0,67 \left( \frac{\pi D_v^2}{4} \right) \text{ (m}^2\text{) } \gg \gg \text{ axiales} \end{aligned} \right\} \quad [2.02.52 \text{ c)}$$

promoverá un caudal de aire, [1.10.60 j],

$$Q_a = \sqrt{\eta_f} v_v S_a \text{ (m}^3\text{/s)} \quad [2.02.52 \text{ d)}$$

cuya elevación de temperatura será, [1.10.60 b),

$$\Delta\theta_a = \frac{p_a}{\gamma_a c_a Q_a} \text{ (}^\circ C\text{)} \quad [2.02.52 \text{ e)}$$

En estas ecuaciones,

$\eta_f$  = rendimiento manométrico del ventilador

$$\left. \begin{aligned} \eta_f &\approx \frac{1}{3,5} \text{ para los centrífugos} \\ \eta_f &\approx \frac{1}{12,5} \gg \gg \text{ axiales de 6 polos} \\ \eta_f &\approx \frac{1}{20} \gg \gg \text{ los de 4 polos} \end{aligned} \right\} \quad [2.02.52 \text{ f)}$$

$$c_a = \text{calor específico del aire} \approx \frac{1000 \text{ J}}{\text{kg } ^\circ C} \quad [1.10.60 \text{ m)}$$

$\gamma_a$  = peso específico del aire a la temperatura media de servicio

$$\gamma_a = 1,292 \frac{273}{273 + \theta} \text{ y para } \theta = 50 \text{ }^\circ C, \gamma_a = 1,09 \text{ kg/m}^3 \quad [2.02.52 \text{ g)}$$

$l_v$  = longitud axial del ventilador en m

$p_a$  = pérdidas a absorber por el aire en W

El calentamiento medio de los conductores alcanzará, según lo dicho, a

$$\Delta\theta_c = 3 \dots 4 \Delta\theta_a \quad [2.02.52 \text{ h)}$$

El calor específico del aire viene a resultar por unidad de volumen

$$c'_a = 1000 \cdot 1,09 = 1090 \text{ (J m}^3 \text{ } ^\circ C\text{)} \quad [2.02.52 \text{ i)}$$

Para las máquinas cerradas con ventilación exterior, de aletas o lisas, o por tubos hay que referirse a ensayos sobre otras muy similares ya que las condiciones varían grandemente con el tamaño, potencia, velocidad y disposiciones constructivas. A título de orientación, la potencia que puede obtenerse de un tipo determinado con respecto a la del mismo tipo ventilado interiormente viene a ser

- un 100 % en las máquinas pequeñas (hasta unos 10 CV) con aletas y ventilación exterior
- un 80 a 60 % en máquinas como las anteriores pero de mayores potencias, entre 20 y 200 CV.
- un 60 % en las máquinas lisas pequeñas ventiladas exteriormente.
- un 40 % en las máquinas pequeñas cerradas sin ventilación adicional.

## 2.02.53 Ejemplos

*Ejemplo 1.º* Una dinamo abierta de 1800 kW, 525 V, 3430 A, 94 r/m, tiene un diámetro de inducido  $D = 3,4$  m y longitud  $L = 0,46$  m. El vuelo de las cabezas de bobina es  $v = 20$  cm por cada lado. Las pérdidas en el hierro ascienden a  $p_{Fe} = 25$  kW y en el cobre del inducido  $p_j = 34$  kW. La densidad de corriente es  $\Delta = 3,82$  A/mm<sup>2</sup> y la carga lineal específica  $q = 347$  Ac/cm.

Comparar los calentamientos que se deducen según las figs. 2.02.25 a y 2.02.52 a. El producto  $q \Delta = 3,82 \cdot 347 = 1325$

$$\text{La velocidad tangencial del inducido } v = \frac{\pi D N}{60} = \frac{\pi \cdot 3,4 \cdot 94}{60} = 16,75 \text{ m/s}$$

Según la fig. 2.02.25 a,  $\frac{q \Delta}{\Delta \theta} \approx 27,5$  para  $v = 16,75$  m/s y  $D \gg 250$  cm.

$$\Delta \theta = \frac{q \Delta}{\left(\frac{q \Delta}{\Delta \theta}\right)} = \frac{1325}{27,5} = 48,5 \text{ °C en las conexiones frontales}$$

o sea, unos 60 °C de incremento medio de temperatura.

Por otra parte, tenemos

$$\text{para } v = 16,75 \text{ m/s, } K_v = 140 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ °C}} \text{ (fig. 2.02.52 a)}$$

La superficie de ventilación

$$S_v = \pi D (L + 2v) = \pi \cdot 3,4 (0,46 + 2 \cdot 0,2) = 9,2 \text{ m}^2$$

$$\text{Pérdidas en el inducido } p_j + p_{Fe} = 34 + 25 = 59 \text{ kW}$$

y aplicando la fórmula [2.02.52 a],

$$\Delta \theta = \frac{p_j + p_{Fe}}{K_v S_v} = \frac{59000}{140 \cdot 9,2} \approx 46 \text{ °C}$$

medidos por termómetro en el centro de la máquina, lo que vendría a suponer también unos 56 °C como incremento medio de temperatura.

La concordancia es bastante satisfactoria.

*Ejemplo 2.º* Una dinamo de 330 kW, 500 V, 660 A, 214 r/m, tiene un rendimiento a P.C. del 91 % y va equipada con un ventilador de 1,6 m de diámetro  $\times$  65 mm de longitud axial.

Deducir el calentamiento medio de los conductores del inducido.

La potencia absorbida valdrá

$$P_a = \frac{330}{0,91} = 363 \text{ kW}$$

y las pérdidas totales ascienden, pues, a

$$363 - 330 = 33 \text{ kW}$$

Podemos suponer que un 10 % de las mismas se disipen directamente por radiación y convección natural quedando para ser absorbidas por el aire de ventilación.

$$p_a = 0,9 \cdot 33 = 29,7 \text{ kW}$$

Tenemos:

Velocidad tangencial del ventilador

$$v_v = \frac{\pi D_v N}{60} = \frac{\pi \cdot 1,6 \cdot 214}{60} = 18 \text{ m/s}$$

Superficie útil del mismo [2.02.52 c]

$$S_a = 0,8 (\pi D_v l_v) = 0,8 \cdot \pi \cdot 1,6 \cdot 0,065 = 0,262 \text{ m}^2$$

Caudal de aire [2.02.52 d]. Tomando, [2.02.52 f],  $\eta_f = \frac{1}{3,5}$

$$Q_a = \sqrt{\eta_f} v_v S_a = \sqrt{\frac{1}{3,5}} 18 \cdot 0,262 = 2,52 \text{ m}^3/\text{s}$$

Calentamiento del aire [2.02.52 e]. Con  $\gamma_a = 1,09 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , [2.05.52 g], y  $c_a = 1000 \frac{\text{J}}{\text{kg °C}}$ , [2.02.52 e].,

$$\Delta \theta_a = \frac{p_a}{\gamma_a c_a Q_a} = \frac{29700}{1,09 \cdot 1000 \cdot 2,52} \approx 11 \text{ °C.}$$

Para el cobre del inducido, por término medio, tendremos, [2.02.52 h]

$$\Delta \theta_c = (3 \dots 4) \Delta \theta_a \approx 40 \text{ °C.}$$

## 2.02.54 Calentamiento de las bobinas de excitación principales

El estudio del circuito magnético a P.C. estableciendo las inducciones correspondientes y los efectos de la reacción de inducido, según la máquina lleve o no polos auxiliares y devanado de compensación, conduce a la excitación a prever en los polos principales la cual se reparte entre el devanado shunt y el devanado serie, si existe, de acuerdo con el grado de compoundaje deseado, como se expuso en el párrafo 1.09.02 y ejemplo 1.09.07.

De este modo se llega a unos amperios vueltas respectivos por polo  $\theta_{b \text{ sh}}$  y  $\theta_{br}$ .

La sección del hilo en la bobina shunt viene dada por [1.09.06 b],

$$\boxed{S_{b \text{ sh}} = p l_{m \text{ sh}} \frac{\theta_{b \text{ sh}}}{U_{b \text{ sh}}}} \text{ (mm)} \quad [2.02.54 a]$$

$$\left(\rho \text{ en } \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}, l_{m,sh} \text{ en m}, \theta_{b,sh} \text{ en Av/bobina}, U_{b,sh} \text{ en V/bobina}\right)$$

El número de espiras por bobina  $N_{b,sg}$  se deduce admitiendo previamente una densidad de corriente  $\Delta_{b,sh}$  lo que nos conducirá a adoptar una corriente

$$I_{b,sh} = s_{b,sh} \Delta_{b,sh} \quad (\text{A}) \quad [2.02.54 \text{ b}]$$

y un número de espiras

$$N_{b,sg} = \frac{\theta_{b,sh}}{I_{b,sh}} \text{ espiras/bobina} \quad [2.02.54 \text{ c}]$$

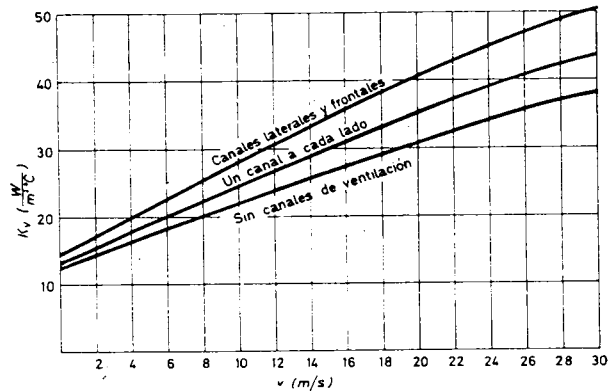


Fig. 2.02.54 a. Coeficiente de ventilación para las bobinas de los polos principales.

Los valores convenientes de la densidad  $\Delta_{b,sh}$  para máquinas de corriente continua de polos fijos suelen hallarse comprendidos entre 1,5 y 2 A/mm<sup>2</sup>. Se procede a una comprobación ulterior del calentamiento previsible utilizando coeficientes de ventilación experimentales  $K_v$   $\left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}\right)$  según la fig. 2.02.54 a siempre que no se dispone de experiencias mejor relacionadas con el tipo constructivo de la máquina, en cuestión. Designando por  $S_{v,sh}$  la superficie lateral de ventilación en m<sup>2</sup> y por  $p_{b,sh}$  las pérdidas por bobina en W, el calentamiento medio de los conductores será

$$\Delta\theta_{sh} = \frac{p_{b,sh}}{K_v S_{v,sh}} \quad (^\circ\text{C}) \quad [2.02.54 \text{ d}]$$

Para la excitación serie la corriente por bobina  $I_{bs}$  viene fijada por la nominal de la máquina y el número de vías en que se subdivide este circuito. El número de espiras por bobina

$$N_{bs} = \frac{\theta_{bs}}{I_{bs}} \quad [2.02.54 \text{ e}]$$

y la sección del conductor

$$s_{bs} = \frac{I_{bs}}{\Delta_{bs}} \quad [2.02.54 \text{ f}]$$

La densidad admisible  $\Delta_{bs}$  es del mismo orden que en las bobinas shunt, si se construyen análogamente de hilo, o algo superior si se hacen de barras bien ventiladas.

#### 2.02.55 Ejemplo

Calcular el calentamiento aproximado de las bobinas principales shunt de la máquina de 345 kW, 500 V, 690 A, 985 r/m, 6 polos, 600 mm diámetro de inducido y velocidad periférica  $v$  de 30,9 m/s varias veces considerada. Excitación propia a 400 V, normal, 66,7 V/bobina.

El estudio para estas bobinas se efectuó en el ejemplo 1.09.07, llegándose a las siguientes cifras

$$\begin{aligned} N_{b,sh} &= 1533 \text{ espiras por bobina} \\ s_{b,sh} &= 2,0 \text{ mm}^2 \\ \Delta_{b,sh} &= 4600 \text{ Av/bobina} \\ l_{m,sh} &= 1,136 \text{ m de espira media} \\ g_{b,sh} &= 4 \text{ cm de grueso de bobina.} \end{aligned}$$

La longitud de las bobinas principales descontando los espacios extremos para el aislamiento viene a ser, fig. 1.04.25 a,

$$h_{b,sh} = 156,5 - 11,5 = 145 \text{ mm} \equiv 0,145 \text{ m.}$$

Las pérdidas por bobina en condiciones normales de carga y tensión, y en caliente, pueden deducirse como sigue

$$I_{b,sh} = \frac{\theta_{b,sh}}{N_{b,sh}} = \frac{4600}{1533} = 3 \text{ A}$$

$$\left(\Delta_{b,sh} = \frac{I_{b,sh}}{s_{b,sh}} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ A/mm}^2\right)$$

En caliente (a 40 + 80 = 120 °C)  $\rho = 0,0248 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$  (tabla 1.01.16 b). La resistencia de una bobina

$$R_{b,sh} = \frac{\rho l_{m,sh} N_{b,sh}}{s_{sh}} = \frac{0,0248 \cdot 1,136 \cdot 1533}{2} = 21,6 \Omega/\text{bobina}$$

Tensión por bobina a T.N. y P.C.

$$U_{b,sh} = R_{b,sh} I_{b,sh} = 21,6 \times 3 = 64,8 \text{ V.}$$

(Entre los 6 polos en serie requieren, pues,  $6 \times 64,8 = 388,8 \text{ V}$ . La diferencia hasta 400 V viene del redondeo a 1,6 mm en el diámetro del hilo; quedan, además, como reserva para sobreexcitación otros 100 V que se consume normalmente en el reostato de campo, ya que la máquina autoexcitada es de 500 V.

Pérdidas por bobina

$$p_{b,sh} = U_{b,sh} I_{b,sh} = 64,8 \cdot 3 = 195 \text{ W/bobina}$$

Si la espira media vale 1,136 m y el grueso de la bobina es de 5 cm, el desarrollo exterior sube a

$$l_{M,sh} = 1,136 + \pi \cdot 0,04 = 1,293 \text{ m}$$

Superficie de ventilación

$$S_{v,sh} = l_{M,sh} h_{b,sh} = 1,293 \cdot 0,145 = 0,188 \text{ m}^2/\text{bobina}$$

Para  $v = 30,9 \text{ m/s}$  y bobinas sin canales de ventilación, la fig. 2.02.54 a nos da

$$K_v = 39 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

Luego, [2.02.54 d].

$$\Delta\theta_{sh} = \frac{p_{b,sh}}{K_v S_{v,sh}} = \frac{195}{39 \cdot 0,188} = 26,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Como el calentamiento supuesto al fijar  $p$  para las pérdidas era de  $80 \text{ } ^\circ\text{C}$ , la elevación de temperatura será aún inferior.

En efecto: el calentamiento de estas bobinas era prácticamente muy bajo porque la densidad de  $1,5 \text{ A/mm}^2$  es reducida dadas las buenas condiciones de ventilación de la máquina. Se hizo así para prever fuertes sobreexcitaciones pasajeras durante el servicio de laminación a que iba destinada.

## 2.03 CÁLCULO DE UNA MÁQUINA DE CORRIENTE CONTINUA

### 2.03.01. Pauta de cálculo

Reuniremos en un ejemplo el proceso íntegro de cálculo de una máquina de corriente continua con polos auxiliares y devanado de compensación. Al mismo tiempo, daremos el resumen de fórmulas y gráficos que deberán utilizarse para otras variantes distintas del tipo de máquina propuesto.

Los resultados empíricos que se ofrecen como orientación general no siempre se han seguido al pie de la letra en el ejemplo; así debe hacerse cuando sean de presumir divergencias por las particularidades o el conocimiento más exacto de la máquina.

Tomaremos como ejemplo la dinamo, tantas veces referida, de las siguientes características, como máquina de excitación independiente.

### 2.03.02. Datos

- 001) Potencia útil  $P = 345 \text{ kW}$
- 002) Tensión en los bornes  $U = 500 \text{ V}$
- 003) Velocidad de giro  $N = 985 \text{ r/m}$
- 004) Excitación; Independiente
- 005) Polos auxiliares: Sí
- 006) Devanado de compensación: Sí
- 007) Construcción: Protegida, autoventilada
- 008) Aislamientos  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Inducido} \quad \text{Clase } B \\ \text{Inductores} \quad \text{, } B \end{array} \right. \quad \Delta\theta = 80 \text{ } ^\circ\text{C}$
- 009) Servicio: Continuo
- 010) Rendimiento previsto (motores)  $\eta = \dots$
- 011) Potencia en bornes: Generadores  $P_b = P = 345 \text{ kW}$

$$\text{Motores } P_b = \frac{P}{\eta} = \dots$$

(fig. 2.02.03 a)



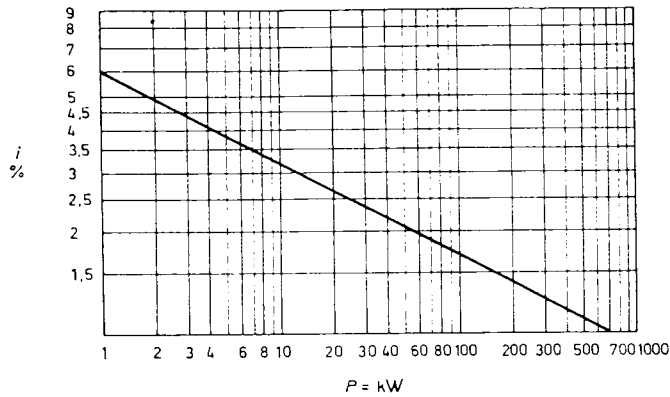


Fig. 2.03.02 a. Corriente aproximada de excitación shunt.

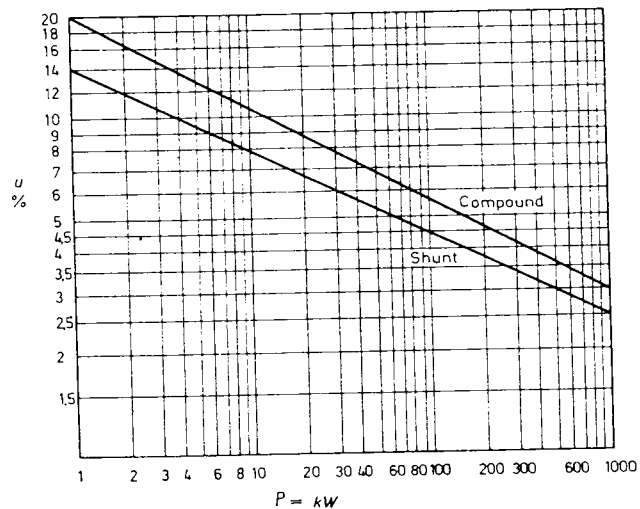


Fig. 2.03.02 b. Caída de tensión aproximada en el circuito del inducido.

- 012) Corriente de línea  $I = \frac{P_b}{U} = \frac{345}{0,5} = 690 \text{ A}$
- 013) Corriente en el circuito derivación  $I_{sh} = \dots \% =$  (fig. 2.03.02 a)
- 014) Corriente de inducido  
 Gener. excit. independiente =  $I = 690 \text{ A}$   
 Maq. shunt o compound  $I \pm I_{sh} = \dots$

- 015) Caída de tensión prevista en el circuito de inducido  
 $u = 2,5 \% U = 2,5 \frac{500}{100} = 12,5 \text{ V}$  (fig. 2.03.02 b)
- 016) F.e.m. prevista  
 $E = U \pm u = 500 + 12,5 = 512,5 \text{ V}$
- 017) Par «en bornes»  $M_t = \frac{P_b}{\left(\frac{N}{1000}\right)} = \frac{345}{0,985} = 350 \frac{\text{W}}{\text{r/m}}$  (párrafo 2.01.06)
- 018) Tensión de la excitatriz  $U_{ex} = 120 \text{ V}$

2.03.03 Sistema inducido

a) Armadura. Valores provisionales

- 021) Diámetro del inducido  $D = 60 \text{ cm}$  (fig. 2.02.05 a)
- 022) Número de polos. Recomendado,  $2p = 8$  polos (fig. 2.02.05 b)  
 Pero se decide adoptar  $2p = 6$  polos para mayor holgura de los polos de conmutación y menor trabajo en el devanado compensador.
- 023) Inducción en el entrehierro. En carga  $\hat{B}_{\delta} = 0,82 \text{ T}$  (fig. 2.02.02 a)  
 En vacío,  $\hat{B}_{\delta 0} = \hat{B}_{\delta} \frac{U}{E} = 0,82 \frac{500}{512,5} = 0,8 \text{ T}$
- 024) Carga lineal específica  $q = 335 \text{ Ac/cm}$  (fig. 2.02.02 b)
- 025) Recubrimiento polar  $\psi = 0,62$  (párr. 2.02.05)
- 026) Constante de inducido

$$C = \frac{M_b}{V_{\square}} = \frac{\left(\frac{P_b}{N/1000}\right)}{V_{\square}} = \frac{\psi}{60,7} (\hat{B}_{\delta 0} q) = \quad [2.02.02 \text{ b}]$$

$$= \frac{0,62}{60,7} (0,08 \cdot 335) = 2,74 \frac{\left(\frac{\text{W}}{\text{r/m}}\right)}{\text{dm}^3}$$

$$\left(\text{Normal, } C = 2,95 \frac{\left(\frac{\text{W}}{\text{r/m}}\right)}{\text{dm}^3}\right) \quad [2.02.02 \text{ c}]$$

- 027) Volumen prismático de inducido  
 $V_{\square} = \frac{M_b}{C} = \frac{350}{2,74} = 128 \text{ dm}^3$  [2.02.02 b]
- 028) Longitud del inducido  
 $L = \frac{V_{\square}}{D^2} = \frac{128}{6^2} = 3,55 \text{ dm}$  [2.02.03 a]
- 029) Tipo de arrollamiento: Imbricado simple (párr. 2.02.08)

$$030) \text{ Número de vías } \boxed{2a} = 2p = \boxed{6} \quad [2.02.11 a]$$

$$031) \text{ Corriente por vía } \boxed{I_c} = \frac{I}{2a} = \frac{690}{6} = \boxed{115 \text{ A}}$$

032) Número de conductores del inducido

$$Z = \frac{\pi D q}{I_c} = \frac{\pi \cdot 60 \cdot 335}{115} = 550 \text{ cond.} \quad [2.02.07 b]$$

b) *Armadura. Valores adoptados*

$$041) \text{ Diámetro del inducido } \boxed{D = 60 \text{ cm}}$$

$$042) \text{ Longitud del inducido } \boxed{L = 36 \text{ cm}}$$

$$043) \text{ Número de canales de ventilación radial } \boxed{n_c = 4 \text{ canales}}$$

$$044) \text{ Longitud axial por canal } \boxed{\varepsilon_c = 1 \text{ cm}}$$

$$045) \text{ Longitud bruta de hierro } \boxed{L_A} = L - n_c \varepsilon_c = 36 - 4 \cdot 1 = \boxed{32 \text{ cm}} \quad [1.04.17 d]$$

$$046) \text{ Longitud neta de hierro } \boxed{L_{Fe}} = k_{Fe} L_A = 0,9 \cdot 32 = \boxed{28,8 \text{ cm}}$$

$$047) \text{ Número de polos } \boxed{2p = 6 \text{ polos}}$$

$$048) \text{ Paso polar } \boxed{\tau_p} = \frac{\pi D}{2p} = \frac{\pi \cdot 60}{6} = \boxed{31,4 \text{ cm}}$$

$$049) \text{ Velocidad periférica del inducido } \boxed{v} = \frac{\pi D N}{60} = \frac{\pi \cdot 0,6 \cdot 985}{60} = \boxed{30,9 \text{ m/s}}$$

c) *Arrollamiento*

051) *Ondulado simple en dos capas*

$$052) \text{ Pares de vías } a = 1 \quad [2.02.09 a]$$

053) Número de ranuras  $n =$   
Comprobaciones:

$$054) \text{ Ranuras por polo } n_p = \frac{n}{2p} = \dots \geq \frac{3 \dots 4}{1 - \psi} \quad \left. \vphantom{\frac{n}{2p}} \right\} (2.02.22 a) \text{ y (párr. 2.02.09)}$$

$$055) \text{ " " par de polos } \frac{n}{p} = \text{(fraccionario)} \quad \left. \vphantom{\frac{n}{p}} \right\}$$

$$056) \text{ Pares de polos } p = \dots \quad \left. \vphantom{p} \right\} [2.02.09 c]$$

057) Secciones por ranura  $u = \dots$  (compatible)

058) Número de delgas  $K = nu = \dots$

$$059) \text{ Paso en el colector } y_k = \frac{K \mp 1}{p} = \dots \quad [2.02.09 b]$$

060) Comprobación:

$$\text{Tensión por delga } u_k = \frac{U}{K/2p} = \dots \left. \vphantom{\frac{U}{K/2p}} \right\} \begin{array}{l} \leq 14 \dots 16 \text{ V (sin dev. de compens.)} \\ \leq 20 \text{ V (con dev. de compens.)} \end{array} \quad \left. \vphantom{\frac{U}{K/2p}} \right\} (\text{párr. 2.02.30})$$

061) Paso de bobina: en ranuras  $y_n \approx \frac{n}{2p} = \dots$

$$062) \text{ : en lados de una capa } y_1 = y_n u = \dots \quad [2.02.09 g]$$

$$063) \text{ Paso frontal: en ranuras } y_l = \frac{y_k}{u} - y_n = \dots \quad [2.02.09 f]$$

$$064) \text{ : en lados de una capa } y_2 = y_k - y_1 = \dots \quad [2.02.09 h]$$

071) *Imbricado simple en dos capas*

$$072) \text{ Pares de polos } \boxed{p = 3}$$

$$073) \text{ Pares de vías } \boxed{a = p = 3} \quad [2.02.11 a]$$

$$074) \text{ Número de ranuras } \boxed{n = 75}$$

075) Comprobaciones:

$$\text{Ranuras por polo } n_p = \frac{n}{2p} = \frac{75}{6} = 12,5 \geq \frac{3 \dots 4}{1 - \psi} = \frac{3 \dots 4}{1 - 0,62} = 7,9 \dots 10,5 \quad [2.02.22 a]$$

$$\text{Ranuras por par de polos } \frac{n}{p} = \frac{75}{3} = 25 \text{ entero e impar (prefer.)} \quad [2.02.11 c y d]$$

$$076) \text{ Secciones por ranura } \boxed{u = 4}$$

$$077) \text{ Número de delgas } \boxed{K} = n u = 75 \cdot 4 = \boxed{300}$$

$$078) \text{ Paso en el colector } \boxed{y_k} = \pm 1 = \boxed{+1} \quad [2.02.11 b]$$

079) Comprobación:

$$\text{Tensión por delga } u_k = \frac{U}{K/2p} = \frac{500}{300/6} = \boxed{10 \text{ V}} \left. \vphantom{\frac{U}{K/2p}} \right\} \begin{array}{l} \leq 14 \dots 16 \text{ V (sin} \\ \text{dev. de compens.)} \\ \leq 20 \text{ V (con} \\ \text{dev. de compens.)} \end{array} \quad \left. \vphantom{\frac{U}{K/2p}} \right\} (\text{párr. 2.02.30})$$

$$080) \text{ Paso de bobina: en ranuras } \boxed{y_n} \approx \frac{n}{2p} = \frac{75}{6} = 12,5 \approx \boxed{12 (1 a 13)} \quad [2.02.11 e]$$

$$081) \text{ : en lados de una capa } \boxed{y_1} = y_n u = 12 \cdot 4 = \boxed{48 (1 a 49)} \quad [2.02.11 f]$$

$$082) \text{ Paso frontal: en lados de una capa } \boxed{y_2} = y_1 \mp 1 = 48 - 1 = \boxed{47 (49 a 2)} \quad [2.02.11 g]$$

$$083) \text{ Paso de las conexiones compensadoras } \boxed{y_c} = \frac{K}{p} = \frac{300}{3} = \boxed{100} \quad [2.02.13 a]$$

$$084) \text{ Número de conexiones compensadoras } = \boxed{1/\text{ranura}} \quad (\text{párr. 2.02.13})$$

085) Sección de las conexiones compensadoras

[2.02.13 b] y (párr. 2.02.13)

$$s_{ac} = \frac{I}{18} = \frac{690}{18} = 38 \text{ mm}^2$$

$$s_{ac} = \frac{s_c}{3 \dots 4} = \frac{28,6}{3 \dots 4} = 9,6 \dots 7,2 \text{ mm}^2 \quad (\text{Véase 171})$$

Adoptado  $s_{ac} = 6 \text{ mm}^2$

091) *Imbricado doble en dos capas*

092) Pares de polos  $p =$

[2.02.15 a]

093) Pares de vías  $a = 2p = \dots$

094) Número de ranuras  $n = \dots$

095) Comprobaciones:

$$\text{Ranuras por polo } n_p = \frac{n}{2p} = \dots \geq \frac{3 \dots 4}{1 - \psi} = \dots \quad [2.02.22 a]$$

Arrollamiento de simple cierre,  $n = \text{impar}$   
 de doble ,  $n_p = \text{entero}$  } [párr. 2.02.15]

096) Secciones por ranura  $u = \dots$

097) Comprobaciones:

Arrollamiento de simple cierre  $u = \text{impar}$   
 Arrollamiento de doble cierre  $u = \text{par}$  } (párr. 2.02.15)

098) Número de delgas  $K = n u = \dots$

099) Comprobaciones:

Arrollamiento de simple cierre  $K = \text{impar}$   
 de doble ,  $K = \text{par}$  } (párr. 2.02.15)

100) Paso en el colector  $y_k = \pm 2$

[2.02.15 b]

101) Comprobación:

$$\text{Tensión por delga } u_k = \frac{U}{K/2p} = \dots \left\{ \begin{array}{l} \leq 14 \dots 16 \text{ V (sin dev. de compens.)} \\ \leq 20 \text{ V (con dev. de compens.)} \end{array} \right\} \text{ (párr. 2.02.30)}$$

$$102) \text{ Paso de bobinas: en ranuras } y_n \approx \frac{n}{2p} = \dots \quad [2.02.15 c]$$

103) Comprobación:

Arrollamiento de doble cierre  $y_n = \text{entero} + 1/2$  (párr. 2.02.15)

104) Paso de bobinas: en lados de una capa  $y_1 = y_n u = \dots$  [2.02.15 d]

105) Comprobación:

Arrollamiento de doble cierre  $y_1 = \text{impar}$  (párr. 2.02.15)

106) Paso frontal: en lados de una capa  $y_2 = y_1 \mp 2 = \dots$  [2.02.15 e]

107) Paso de las conexiones compensadoras  $y_c = \frac{2K}{a} = \dots$  delgas [2.02.18 a]

108) Número de conexiones por cada ranura = ... (párr. 2.02.13)

109) Sección de las conexiones compens. y equipotenc. [2.02.13 b] y párr. 2.02.13

$$s_{ac} = \frac{I}{18} = \dots \text{ mm}^2$$

$$s_{ac} = \frac{s_c}{3 \dots 4} = \dots \text{ mm}^2 \quad (\text{Véase 171})$$

110) Número de conexiones equipotenciales

(párr. 2.02.18)

111) *Ondulado múltiple (serie-paralelo) en dos capas*

112) Pares de polos  $p =$

113) Pares de vías  $a =$

preferible  $a = 2$

114) Condición de simetría  $\frac{p}{a} = - = \dots$  entero [2.02.19 a]

115) Número de ranuras  $n =$

116) Comprobaciones:

$$\text{Ranuras por polo } n_p = \frac{n}{2p} = \dots \geq \frac{3 \dots 4}{1 - \psi} \quad [2.02.22 a]$$

Condición de simetría  $\frac{n}{a} = \dots$  (entero)

117) Secciones por ranura  $n = \dots$  (compatible) { [2.02.19 c]  
[2.02.19 d]

118) Comprobación:  $1 < u < 5$  (párr. 2.02.19)

119) Número de delgas  $K = n u = \dots$

120) Paso en el colector  $y_k = \frac{K \mp a}{p} = - = \dots$  [2.02.19 b]

121) Comprobaciones:

$$\text{Tensión por delga } u_k = \frac{U}{K/2p} = \dots \left\{ \begin{array}{l} \leq 14 \dots 16 \text{ V (sin dev. de compens.)} \\ \leq 20 \text{ (con dev. de compens.)} \end{array} \right\} \text{ (párr. 2.02.30)}$$

122) Número de cierres  $t = \text{m.d.c. de } \left\{ \frac{a}{y_k} \right\} = \dots$

Preferible:  $t = 1$   
 En máquinas de 5 y 7 pares de polos  $t = 1$  ó 2 } (párr. 2.02.19)

123) Paso de bobina: en ranuras  $y_n \approx \frac{n}{2p} = \dots$  [2.02.19 e]

- 124) en lados de una capa  $y_1 = y_n u = \dots$  [2.02.19 f]  
 125) Paso frontal en lados de una capa  $y_2 = y_k - y_1 = \dots$  [2.02.19 g]  
 126) Paso de las conexiones de equilibrio  $y = \frac{K}{a} = \dots$  (párr. 2.02.21)  
 127) Número de conexiones = ... por cada ranura (párr. 2.02.13)  
 128) Sección de las conex. de equil.  $s_{oe} = \frac{I}{18} = \dots \text{ mm}^2$  [2.02.13 b] y (párr. 2.02.13)

$$s_{oe} = \frac{s_c}{3 \dots 4} = \dots \text{ mm}^2 \quad (\text{Véase 171})$$

d) Inducción  $\hat{B}_{\Omega^0}$  en vacío y carga lineal específica  $q$  resultantes

- 131) Conductores por sección o por delga (par: mínimo, 2). (Véase 032)

$$Z_x = \frac{Z}{K} = \frac{550}{300} = 1,84$$

Adoptado  $Z_x = 2 \text{ cond/delga}$

- 132) Conductores totales definitivos

$$Z = K Z_x = 300 \cdot 2 = 600 \text{ conduct.}$$

- 133) Conductores por ranura (número par)

$$Z_n = \frac{Z}{n} = \frac{600}{75} = 8 \text{ cond./ran.}$$

- 134) Inducción teórica resultante en el entrehierro, en vacío

$$\begin{aligned} \hat{B}_{\Omega^0} &= \frac{382 U}{\psi n \left( \frac{N}{1000} \right) Z_n (D L)} \quad [2.02.07 e] \\ &= \frac{382 \cdot 500}{0,62 \cdot 75 \cdot 0,985 \cdot \frac{8}{3} \cdot 60 \cdot 36} = 0,723 \text{ T} \end{aligned}$$

- 135) Carga lineal específica definitiva

$$q = \frac{Z I_c}{\pi D} = \frac{600 \cdot 115}{\pi \cdot 60} = 366 \text{ Ac/cm}$$

- 136) Flujo en el entrehierro en vacío

$$\hat{\Phi}_{\Omega^0} = \psi \tau_p L \hat{B}_{\Omega^0} = 0,62 \cdot 0,314 \cdot 0,36 \cdot 0,723 = 0,0508 \text{ Wb} \quad [1.04.08 b]$$

e) Dimensiones de los conductores y ranuras (provisionales)

- 141) Longitud de cabeza de bobina (aprox.)

$$L_{cb} \approx \frac{4,5 D}{2p} + 3 = \frac{4,5 \cdot 60}{6} + 3 = 48 \text{ cm} \quad [2.02.36 b]$$

- 142) Longitud media por conductor (aprox.)

$$l_m = L + L_{cb} = 36 + 48 = 84 \text{ cm}$$

- 143) Relación

$$\frac{l_m}{L} = \frac{84}{36} = 2,33$$

- 141) Densidad de corriente admisible (1.º criterio)

$$\Delta = 5,4 \text{ A/mm}^2 \quad (\text{fig. 2.02.25 b})$$

- 145) Altura máxima por barra  $h_b = 11 \text{ mm}$

(fig. 2.02.25 c)

- 146)  $\frac{(q \Delta)}{\Delta \theta}$  admisible

$$\text{por } ^\circ\text{C de } \Delta \theta \text{ en las cabezas de bobinas } \frac{(q \Delta)}{\Delta \theta} = 32,5 \quad (\text{fig. 2.02.25 a})$$

- 147)  $\Delta \theta$  admisible en las cabezas de bobina  $80^\circ - 15^\circ = 65^\circ\text{C}$

- 148)  $(q \Delta)$  admisible =  $\frac{(q \Delta)}{\Delta \theta} \Delta \theta = 32,5 \cdot 65 = 2110$

- 149) Densidad de corriente admisible (2.º criterio)

$$\Delta = \frac{(q \Delta)}{q} = \frac{2110}{366} = 5,77 \text{ A/mm}^2$$

- 150) Sección de conductor  $s_c = \frac{I_c}{\Delta}$

$$\text{según 1.º criterio } s_c = \frac{115}{5,4} = 21,3 \text{ mm}^2$$

$$\text{» 2.º criterio } s_c = \frac{115}{5,177} = 19,8 \text{ mm}^2$$

- 151) Inducción teórica aparente en la raíz de los dientes (admisibles)

$$\text{En carga } B'_{dM} \approx 2T \quad (\text{párr. 2.02.23})$$

En vacío y con onda rectangular (suponiendo provisionalmente  $K_M=0,95$ )

$$B'_{dM0} = \frac{I}{K_M} \frac{U}{E} B'_{dM} \approx \frac{I}{0,95} \frac{500}{512,5} 2 = 2,06 \text{ T} \quad (\text{párr. 2.02.23})$$

- 152) Factor de corrección lineal para los dientes

$$K_{Fe} = \frac{L}{L_{Fe}} = \frac{36}{28,8} = 1,25 \quad [2.02.23 b]$$

- 153) Paso de ranuras en el entrehierro  $\tau_d = \frac{\pi D}{n} = \frac{\pi \cdot 60}{75} = 2,51 \text{ cm}$

154) Espesor del diente en la raíz

$$t_o = K_{F_s} \tau_o \frac{\hat{B}'_{\Omega o}}{\hat{B}'_{\Omega M_o}} = 1,25 \cdot 2,51 \frac{0,723}{2,06} = 1,1 \text{ cm} \quad [2.02.23 a]$$

f) Trazado completo de la ranura y ordenación de los conductores (definitivo)

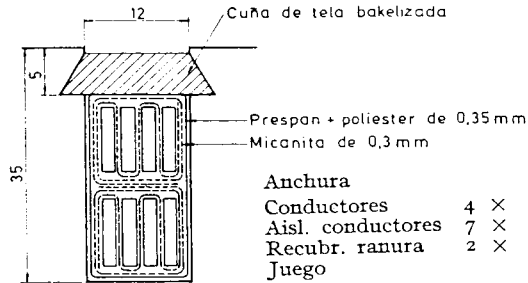


Fig. 2.03.03 c. Disposición de la ranura (Dinamo de 345 kW, 500 V, 690 A, 985 r/m.)

Anchura				
Conductores	4 × 2,2	=	8,8	cobre
Aisl. conductores	7 × 0,3	=	2,1	micanita
Recubr. ranura	2 × 0,35	=	0,7	prespan + poliéster
Juego		=	0,4	
Suma		=	12,0	
Altura				
Conductores	2 × 13,	=	26	cobre
Aisl. conduct. 2 (4 × 0,3)		=	2,4	micanita
Recubr. ranura		=	0,35	prespan + poliéster
Asiento cuña		=	0,35	prespan + poliéster
Para la cuña		=	5	tela baquelizada
Juego		=	0,9	
Suma		=	35,0	

161) Disposición definitiva de la ranura, según la figura 2.03.03 c

162) Anchura de ranura  $a = 12 \text{ mm} = a_o$

163) Profundidad de ranura  $h_i = 35 \text{ mm}$

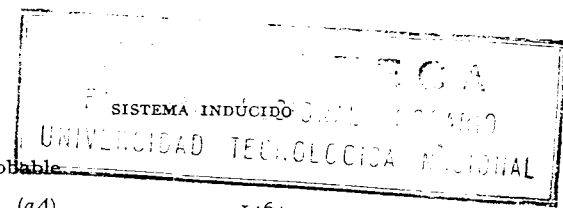
g) Conductores

171) Sección del conductor  $s_c = 13 \times 2,2 = 28,6 \text{ mm}^2$

- Aislamiento del conductor: micanita en zigzag de 0,3 mm
- Recubrimiento de ranura : prespan + poliéster de 0,35 mm
- Asiento de cuña : » + » » 0,35 mm
- Separador adicional entre capas: nulo
- Separador de fondo de ranura : nulo

172) Densidad definitiva de corriente  $\Delta = \frac{I_c}{s_c} = \frac{115}{28,6} = 4 \text{ A/mm}^2$

173) Producto  $(q\Delta) = 366 \cdot 4 = 1464$



174) Calentamiento probable

$$\Delta\theta = \frac{(q\Delta)}{\left(\frac{q\Delta}{\Delta\theta}\right)} + 10 \dots 15 \text{ } ^\circ\text{C} = \frac{1464}{32,5} + 15 = 60 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (\text{párr. 2.02.25})$$

en vez de 80 °C admisibles (008)

h) Dientes

181) Diámetro exterior de los dientes  $D_M = D = 600 \text{ mm}$

182) » medio » »  $D_m = D - h_i = 600 - 35 = 565 \text{ mm}$

183) » en la raíz » »  $D_o = D - 2 h_i = 600 - 2 \cdot 35 = 530 \text{ mm}$

184) Paso exterior de ranura  $\tau_M = \frac{\pi D_M}{n} = \frac{\pi \cdot 600}{75} = 25,1 \text{ mm}$

185) » medio » »  $\tau_m = \frac{\pi D_m}{n} = \frac{\pi \cdot 565}{75} = 23,65 \text{ mm}$

186) » mínimo » »  $\tau_o = \frac{\pi D_o}{n} = \frac{\pi \cdot 530}{75} = 22,2 \text{ mm}$

187) Grosor máximo de diente  $t_M = \tau_M - a = 25,1 - 12 = 13,1 \text{ mm}$

188) » medio » »  $t_m = \tau_m - a = 23,65 - 12 = 11,65 \text{ mm}$

189) » mínimo » »  $t_o = \tau_o - a = 22,2 - 12 = 10,2 \text{ mm}$

en vez de 11 mm señalados provisionalmente (154)

190) Parámetro  $h_{tM} = K_{F_s} \frac{\tau_M}{t_M} - 1 = 1,25 \frac{25,1}{13,1} - 1 = 1,4 \quad [1.04.17 n]$

191) »  $h_{tm} = K_{F_s} \frac{\tau_m}{t_m} - 1 = 1,25 \frac{23,65}{11,65} - 1 = 1,54 \quad [ \dots ]$

192) »  $h_{to} = K_{F_s} \frac{\tau_o}{t_o} - 1 = 1,25 \frac{22,2}{10,2} - 1 = 1,72 \quad [ \dots ]$

Comprobación:

193) Inducción máxima teórica aparente en los dientes, resultante en vacío:

$$\hat{B}'_{\Omega M_o} = K_{F_s} \tau_o \frac{\hat{B}'_{\Omega o}}{t_o} = 1,25 \frac{25,1}{10,2} \cdot 0,723 = 2,22 \text{ T} \quad [2.02.23 a]$$

en vez de 2,06 T (151).

i) Núcleo del inducido

201) Inducción admisible

en carga  $\hat{B}_n = 1,2 \text{ T} \quad (\text{párr. 2.02.28})$

$$\text{en vacío } \hat{B}_{no} = \hat{B}_n \frac{U}{E} = 1,2 \frac{500}{512,5} = 1,17 \text{ T} \quad (\text{párr. 2.02.28})$$

202) Altura del núcleo

$$h_n = \left( \frac{\psi K_{Fe}}{1,27} \right) \frac{D}{p} \left( \frac{\hat{B}_{no}}{\hat{B}_n} \right) = \frac{0,62 \cdot 1,25}{1,27} \frac{60}{3} \frac{0,723}{1,17} = 7,53 \text{ cm} \quad [2.02.28 \text{ a}]$$

203) Altura adoptada  $h_n = 13 \text{ cm}$  (por aprovechamiento de matrices)

$$204) \text{ Inducción resultante en vacío } \hat{B}_{no} = 1,17 \frac{7,53}{13} = 0,68 \text{ T}$$

$$205) \text{ Diámetro interior del núcleo } D_{no} = D_o - 2 h_n = 53 - 2 \cdot 13 = 27 \text{ cm}$$

## 2.03.04 Colector

j) Colector y escobillas

211) Diámetro del colector  $D_K = (0,6 \dots 0,8) D < D - 2 h_n$  [2.02.30 a]

$$D_K = (0,6 \dots 0,8) 60 = 36 \dots 48 \text{ cm}$$

Elegido  $D_K = 45 \text{ cm}$ 

$$212) \text{ Paso polar del colector } \tau_{pK} = \frac{\pi D_K}{2p} = \frac{\pi \cdot 45}{6} = 23,6 \text{ cm}$$

213) Paso de delgas

$$\tau_K = \frac{\pi D_K}{K} = \frac{\pi \cdot 45}{300} = 4,71 \text{ mm}$$

$$\tau_K - (0,6 \dots 0,8) = t_K \geq 2,5 \text{ mm para } D \leq 50 \text{ cm}$$

$$\tau_K - (0,6 \dots 0,8) = t_K \geq 4 \quad \text{»} \quad \text{»} \quad D > 50 \text{ cm}$$

} (párr. 2.02.30)

214) Velocidad periférica del colector

$$v_K = \frac{\pi D_K N}{60} = \frac{\pi \cdot 0,45 \cdot 985}{60} = 23,2 \text{ m/s}$$

$$v_K \leq 30 \dots 35 \text{ m/s}$$

(párr. 2.02.30)

(tabla 1.01.18 a)

215) Calidad de escobillas: Electrográficas

$$\text{Densidad de corriente admisible } \Delta_s \approx 8,5 \text{ A/cm}^2$$

$$216) \text{ Corriente por fila de escobillas } I_{sp} = \frac{I}{p} = \frac{690}{3} = 230 \text{ A} \quad [2.02.32 \text{ a}]$$

217) Sección de carbones:

$$\text{por fila } S_{sp} = \frac{I_{sp}}{\Delta_s} = \frac{230}{8,5} = 27 \text{ cm}^2/\text{fila} \quad [2.02.32 \text{ b}]$$

Adoptado: 6 carbones tipo EG-99 por fila de

$$b_s \times l_s = 1,6 \times 3,2 = 5,12 \text{ cm}^2$$

$$S_{sp} = 6 \times 5,12 = 30,72 \text{ cm}^2$$

$$\Delta_s = \frac{230}{30,72} = 7,5 \text{ A/cm}^2$$

$$2u_s = 2,0 \text{ V/par de carbones}$$

$$f_s = 0,15 \text{ kg/cm}^2$$

$$\mu = 0,22$$

218) Longitud del colector:

mínimo, por las escobillas,

$$6 \text{ escobillas por fila} \times 3,2 \text{ cm} + 5 \text{ separaciones} \times 0,8 \text{ cm} = 23,2 \text{ cm}$$

Adoptado  $L_K = 23 \text{ cm}$ 

219) Comprobaciones del calentamiento

220) Pérdidas por efecto JOULE en los contactos

$$p_{wJ} = 2u_s I = 2,0 \cdot 690 = 1380 \text{ W} \quad [1.10.19 \text{ a}]$$

221) Pérdidas por rozamiento de los carbones

$$p_{wR} = 9,81 \cdot \mu_s \cdot f_s \cdot S_s \cdot v_K = 9,81 \cdot 0,22 \cdot 0,15 \cdot (6 \times 30,72) \cdot 23,2 = 1382 \text{ W} \quad [1.10.57 \text{ a}]$$

222) Pérdidas totales en el colector

$$p_s = p_{wJ} + p_{wR} = 1380 + 1382 = 2762 \text{ W}$$

223) Coeficiente de ventilación

$$k_{vK} = 0,66 + 0,066 v_K = 0,66 + 0,066 \cdot 23,2 = 2,19 \frac{\text{W}}{\text{dm}^2 \cdot \text{°C}} \quad [2.02.34 \text{ b}]$$

224) Superficie de ventilación

$$S_K = \pi D_K L_K = \pi \cdot 4,5 \cdot 2,3 = 32,5 \text{ dm}^2 \quad [2.02.34 \text{ c}]$$

225) Elevación de temperatura del colector

$$\Delta\theta_K = \frac{p_s}{S_K k_{vK}} = \frac{2762}{32,5 \cdot 2,19} = 39 \text{ °C} \quad [2.02.34 \text{ a}]$$

en lugar de 60 °C admisibles (párr. 2.02.34)

## 2.03.05 Sistema inductor principal

## k) Entrehierro

231) Longitud radial del entrehierro  $\delta$ 

$$\text{Máq. sin polos auxiliares } \delta \geq \frac{\psi \tau_p q}{1,3 \hat{B}_{\Omega} \delta_0} \text{ cm} \quad [2.02.38 \text{ b}]$$

$$\text{» con » » } \delta \geq \frac{\psi \tau_p q}{1,75 \cdot \hat{B}_{\Omega} \delta_0} \text{ cm} \quad [2.02.38 \text{ c}]$$

$$\text{» » devan. compens. } \delta \geq \frac{\tau_p}{65 \dots 100} \text{ cm} \quad [2.02.38 \text{ d}]$$

$$\delta \geq \frac{31,4}{65 \dots 100} = 0,483 \dots 0,314 \text{ cm}$$

$$\text{Adoptado } \boxed{\delta = 0,55 \text{ cm}}$$

## b) Coeficientes de corrección para el entrehierro

241) Longitud efectiva de canal radial  $\varepsilon_{\delta}$ 

$$\text{para } \delta = 5,5 \text{ mm y } \varepsilon_c = 10 \text{ mm, } \varepsilon_{\delta} = 2,6 \text{ mm} \quad (\text{fig. 1.04.09 b})$$

242) Longitud efectiva del entrehierro  $L_{\delta}$ 

$$L_{\delta} = L - n_c \varepsilon_{\delta} = 36 - 4 \cdot 0,26 = 34,96 \text{ cm} \quad [1.04.09 \text{ a}]$$

243) Factor de onda

$$\boxed{K_M} = \frac{1}{1 + \frac{2\delta}{\psi \tau_p}} = \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot 0,55}{0,62 \cdot 31,4}} = \boxed{0,947} \quad [1.04.08 \text{ d}]$$

244) Factor de corrección axial

$$\boxed{K_L} = \frac{L}{L_{\delta}} = \frac{36}{34,96} = \boxed{1,03} \quad [1.04.09 \text{ c}]$$

245) Factor de CARTER

$$\boxed{K_C} = \frac{\tau_{\delta}}{\tau_{\delta} - \frac{(a_{\delta}/\delta)^2}{5 + (a_{\delta}/\delta)} \delta} = \frac{25,1}{25,1 - \frac{(12/5,5)^2}{5 + (12/5,5)} 5,5} = \boxed{1,17} \quad [1.04.10 \text{ b}]$$

$$K_C = \frac{\tau_{\delta}}{\tau_{\delta} + \delta - \frac{3}{4} a_{\delta}} \quad [1.04.10 \text{ a}]$$

$$\text{Para } \frac{a_{\delta}}{\delta} = \dots \text{ y } \frac{a_{\delta}}{\tau_{\delta}} = \dots \quad K_C = \dots \quad (\text{fig. 1.04.10 b})$$

m) Núcleos polares

251) Inducción admisible en carga  $B_p =$  (párr. 2.02.40)

$$\text{En vacío } B_{p0} = B_p \left( \frac{U}{E} \right) \left( \frac{\sigma_{p0}}{\sigma_p} \right) \approx 1,5 \text{ T} \quad ( \text{ » } \text{ » } )$$

252) Coeficiente de dispersión en vacío (provisional)  $\sigma_{p0} = 1,10$ 253) Factor de utilización: polo macizos  $k_{p*} = 1$ 

$$\text{: polos de plancha 1 mm, } \boxed{k_{p*} = 0,95} \quad [2.02.40 \text{ c}]$$

254) Longitud del núcleo polar

$$\text{Adoptado } \boxed{L_{np}} = L = \boxed{36 \text{ cm}} \text{ de plancha 1 mm}$$

255) Coeficiente longitudinal del polo

$$K_p = \frac{L}{k_{p*} L_{np}} = \frac{36}{0,95 \cdot 36} = \frac{1}{0,95} \quad [2.02.40 \text{ e}]$$

256) Anchura del núcleo polar

$$b_{np} = \frac{\sigma_{p0} \psi K_p D}{0,636} \frac{\hat{B}_{\Omega} \delta_0}{p B_{p0}} = \frac{1,10 \cdot 0,62}{0,95 \cdot 0,636} \frac{60}{3} \frac{0,723}{1,5} = 10,9 \text{ cm} \quad [2.02.40 \text{ d}]$$

$$\text{Adoptado } \boxed{b_{np} = 11,5 \text{ cm}}$$

257) Inducción provisional en vacío  $B_{p0} = 1,5 \frac{10,9}{11,5} = 1,45 \text{ T}$ 

258) Longitud del núcleo polar (provisional)

$$h_{np} \approx \frac{\tau_p}{3} + (0 \dots 10) \text{ cm} \quad \begin{cases} 0, & \text{para } p = 1 \\ 10, & \text{» } p \geq 8 \end{cases} \quad [2.02.40 \text{ g}]$$

$$\text{Adoptado } \boxed{h_{np}} = \frac{31,4}{3} + 5,15 = \boxed{15,65 \text{ cm}}$$

259) Altura total del polo

Espacio para las bobinas de excit. (shunt y compound)  $h_{np} = 15,65 \text{ cm}$ » » la expansión polar (según lleve o no devan. de compens.)  
 $h_o = 2,3 \text{ cm}$ 

$$\text{Altura radial del polo } \boxed{l_p} = h_{np} + h_o = 15,65 + 2,3 = \boxed{17,95 \text{ cm}}$$

n) Yugo

261) Diámetro interior del yugo

$$\boxed{D_{yo}} = D + 2(\delta + l_p) = 60 + 2(0,55 + 17,95) = \boxed{97 \text{ cm}}$$

262) Inducción admisible en carga  $B_v = \dots$ 

$$\text{En vacío } B_{v0} = B_v \frac{U \sigma_{po}}{E \sigma_p} = 1,1 \text{ T} \quad (\text{párr. 2.02.42})$$

263) Longitud axial del yugo, adoptado,  $L_y = 43 \text{ cm}$  (párr. 2.02.42)

264) Coeficiente longitudinal del yugo

$$K_y = \frac{L}{L_y} = \frac{36}{43} = 0,838 \quad [2.02.42 \text{ b}]$$

265) Altura radial del yugo

$$h_y = \frac{\sigma_{po} \psi K_y D \frac{\hat{B}_{D0}}{\hat{B}_{v0}}}{1,27 p} = \frac{1,10 \cdot 0,62 \cdot 0,838 \cdot 60 \cdot 0,723}{1,27 \cdot 3 \cdot 1,1} = 5,93 \text{ cm} \quad [2.02.42 \text{ a}]$$

Adoptado  $h_y = 6,5 \text{ cm}$ 

266) Inducción resultante en vacío

$$B_{v0} = 1,1 \frac{5,93}{6,5} = 1 \text{ T}$$

267) Diámetro exterior del yugo

$$D_{yM} = D_{v0} + 2 h_y = 97 + 2 \cdot 6,5 = 110 \text{ cm}$$

268) Longitud media de línea de fuerza

$$l_v = \frac{\pi D_{yM}}{4p} = \frac{\pi \cdot 110}{4 \cdot 3} = 28,8 \text{ cm/polo} \quad [1.04.26 \text{ c}]$$

## 2.03.06 Complementos

o) Dimensiones complementarias del inducido

271) Longitud de las cabezas de bobinas

$$L_{cb} \approx \frac{5 D_m}{2p} \text{ cm} \quad [2.02.36 \text{ a}]$$

$$L_{cb} \approx \frac{4,5 D}{2p} + 3 \text{ cm} \quad [2.02.36 \text{ b}]$$

$$L_{cb} = \frac{\pi D_o}{2p \sqrt{1 - \left(\frac{a}{r_o}\right)^2}} + 3 h = \frac{\pi \cdot 53}{2 \cdot 3 \sqrt{1 - \left(\frac{1,2}{2,22}\right)^2}} + 3 \cdot 3,5 = 43,5 \text{ cm} \quad [2.02.36 \text{ c}]$$

$$\approx 44 \text{ cm}$$

272) Longitud media del conductor

$$L_m = L + L_{cb} = 36 + 44 = 80 \text{ cm}$$

273) Saliente recto de las bobinas  $e \approx 2 \text{ cm}$  fig. 2.02.36 a274) Grosor de una cabeza de bobina  $g \approx a = 1,2 \text{ cm}$  ,275) Radio de curvatura  $\rho = 0$  (barras soldadas) ,276) Codo extremo: circular  $c \approx \rho + \frac{h_t}{2}$  [2.02.36 g]: paralelo  $c = \text{long del casquillo} \approx 2 \text{ cm}$ 277) Juego aislado entre cabezas  $j \approx 0,1 \text{ cm}$ 

278) Vuelo de las cabezas de bobina

$$r = \frac{y_n}{2} (g + j) = \frac{12}{2} (1,2 + 0,1) = 7,8 \text{ cm} \quad [2.02.36 \text{ d}]$$

$$l = \frac{y_n}{2} r_o = \frac{12}{2} \cdot 2,22 = 13,3 \text{ cm} \quad [2.02.36 \text{ e}]$$

$$b = l \frac{r}{\sqrt{l^2 - r^2}} = 13,3 \frac{7,8}{\sqrt{13,3^2 - 7,8^2}} = 9,6 \text{ cm} \quad [2.02.36 \text{ f}]$$

$$v = e + b + c = 2 + 9,6 + 2 = 13,6 \approx 14 \text{ cm} \quad [2.02.36 \text{ h}]$$

p) Caída de tensión y pérdidas por efecto JOULE en el inducido

281) Clase de aislamiento:  $B$  ,  $\Delta 0 = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\theta = 40 + 80 = 120 \text{ }^\circ\text{C}$  (tabla 1.01.16 a)282) Resistividad en caliente  $\rho = \frac{1}{46} \cdot 1,14 = 0,0248 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$  (tabla 1.01.16 b)

283) Resistencia del devanado en caliente

$$R \approx \rho \frac{l_m Z}{s_c} \frac{1}{(2a)^2} = \frac{0,0248 \cdot 0,8 \cdot 600}{28,6} \frac{1}{6^2} = 11,6 \times 10^{-3} \Omega$$

284) Caída de tensión en caliente

$$u_R = RI = 11,6 \cdot 10^{-3} \cdot 690 = 8 \text{ V}$$

285) Pérdidas por efecto JOULE en caliente

$$p_J = u_R I = 8 \cdot 690 = 5520 \text{ W}$$

q) Pérdidas adicionales en el cobre (por conmutación)

291) Altura neta del cobre por ranura  $H_c = 2 \cdot 1,3 = 2,6 \text{ cm}$



292) Anchura neta de cobre por ranura  $a_c = 4 \cdot 0,22 = 0,88$  cm

293) Altura entre caras extremas de conductores (fig. 2.03.03 c)

$$H = 2 \cdot 1,3 + 2 \cdot 0,03 + 4 \cdot 0,03 = 2,78 \text{ cm}$$

294) Frecuencias de la corriente  $f = p \frac{N}{60} = 3 \frac{985}{60} = 49,25$  Hz

295) Parámetro  $\alpha$  en caliente

$$\alpha = 0,2 \pi \sqrt{\frac{H_c a_c f}{H a 10^3 q}} = 0,2 \pi \sqrt{\frac{2,6 \cdot 0,88 \cdot 49,25}{2,78 \cdot 1,2 \cdot 10^3 \cdot 0,0248}} = 0,732 \text{ cm}^{-1} \quad [1.10.26 \text{ h}]$$

296) Parámetro  $\zeta = \alpha h_c = 0,732 \cdot 1,3 = 0,953$  cm<sup>0</sup> [1.01.24 d]

297) Parámetro  $\sigma$

$$\sigma = \frac{1}{\zeta^2} \frac{b_s + (u-1)\tau_K}{\tau_{pK}} = \frac{1}{0,953^2} \frac{1,6 + (4-1) \cdot 0,471}{23,6} = 0,141 \quad [1.01.37 \text{ b}]$$

298) Longitud activa de dispersión de ranuras

Para  $a = 12$  mm y  $\epsilon_c = 10$  mm  $\epsilon_n = 2,4$  mm (fig. 1.06.05 b)

$$L_n = L - n_c \epsilon_n = 360 - 4 \cdot 2,4 = 350,4 \text{ mm} \quad [1.06.05 \text{ a}]$$

299) Incremento de pérdidas

$$\dot{k} = \frac{4 \zeta^2 L_n}{14,3 l_m} \sqrt{\sigma} = \frac{4 \cdot 0,953^2 \cdot 350,4}{14,3 \cdot 800} \sqrt{0,141} = 0,0376 \quad [1.10.37 \text{ c}]$$

300) Pérdidas adicionales en el cobre en caliente  $= \dot{k} p_J = 0,0376 \cdot 5520 = 208$  W

301) Pérdidas totales en el cobre del inducido, en caliente (a 120 °C)

$$p_K = p_J + \dot{k} p_J = 5520 + 208 = 5728 \text{ W}$$

r) *Commutación*

311) Espiras por sección  $N_B = \frac{Z}{2K} = \frac{600}{2 \cdot 300} = 1$

312) Coeficiente de FICHELMACHER  $\zeta = 6 \dots 12$  (medio, 10) (párr. 1.08.07)

$$\zeta = 1,2 \frac{h}{a} + 2 \left( \frac{l_m}{L} - 1 \right) + \frac{50}{\frac{100}{q} L N_B v} \quad [2.02.44 \text{ b}]$$

$$= 1,2 \frac{3,5}{1,2} + 2 \left( \frac{80}{36} - 1 \right) + \frac{50}{3,66 \cdot 0,36 \cdot 1 \cdot 30,9} = 7,165 \approx 7,2$$

313) F.e.m. media de reactancia

$$e_z = N_B L \frac{q}{100} \frac{v}{100} \zeta = 1 \cdot 0,36 \cdot 3,66 \cdot 0,309 \cdot 7,2 = 2,94 \text{ V} \quad [2.02.44 \text{ a}]$$

Admisible  $e_z \leq 2$  V en máq. sin polos auxil } (párr. 1.08.09  
 $e_z \leq 6$  V , , con , , } y 1.08.10)

### 2.03.07 Sistema inductor auxiliar

s) *Polos auxiliares*

321) Zona de conmutación

$$z_a = \left[ b_s + \left( u - \frac{a}{p} \right) \tau_K \right] \left( \frac{D_K}{D} \right)^{-1} + (n_p - y_n) \tau_o = \quad [2.02.46 \text{ b}]$$

$$= \left[ 1,6 + \left( 4 - \frac{3}{3} \right) 0,471 \right] \frac{60}{45} + (12,5 - 12) 2,51 = 5,26 \text{ cm}$$

322) Entrehierro  $\delta_a = (1,2 \dots 2) \delta = (1,2 \dots 2) 5,5 = 6,6 \dots 11$  mm. (párr. 1.08.11)

Adoptado 

$\delta_a = 8$ mm	en el entrehierro
+ $\delta'_a = 4$ »	en la raíz del polo
Total 12 »	

323) Arco polar auxiliar  $z_a - 2\delta_a \approx 5,26 - 2 \cdot 0,8 \approx 3,66$  cm } párr. 1.08.12  
 $h\tau_\delta - 2\delta_a = 2 \cdot 2,51 - 2 \cdot 0,8 = 3,42$  cm

Adoptado: Arco geométrico =  $b_{pa} = 3,4$  cm

324) Arco efectivo  $\beta_{pa} = b_{pa} + 2\delta_a = 3,4 + 2 \cdot 0,8 = 5$  cm [2.02.46 e]

325) Longitud del polo auxiliar en el entrehierro  $L_{pa} \leq (L = 36$  cm)

Adoptado  $L_{pa} = 34$  cm

326) Inducción en el entrehierro auxiliar

$$B_{\delta a} = \frac{L}{L_{pa}} \frac{\zeta}{2} q \quad (G) \quad [2.02.46 \text{ c}]$$

$$= \frac{36}{34} \frac{7,2}{2} 366 = 1400 \text{ G}$$

327) Flujo de conmutación

$$\Phi_{\delta a} = \beta_{pa} L_{pa} B_{\delta a} = 5 \cdot 34 \cdot 1400 = 238000 \text{ M} \quad [2.02.46 \text{ d}]$$

328) Coeficiente de dispersión auxiliar  $\sigma_{pa} = 2 \dots 5$  (párr. 1.08.13).

Adoptado  $\sigma_{pa} = 3$

329) Flujo en el polo auxiliar

$$\Phi_{na} = \sigma_{pa} \Phi_{\delta a} = 3 \cdot 238000 = 714000 \text{ M.} \quad [2.02.46 \text{ fg}]$$

330) Inducción en el polo  $B_{na} = 5 \dots 10$  kG = 7,5 kG [2.02.46 h]

331) Sección del polo

$$S_{na} = \frac{\Phi_{na}}{B_{na}} = \frac{714}{7,5} = 95,3 \text{ cm}^2 \quad [2.02.46 \text{ i}]$$

332) Longitud del núcleo polar

$$L_{na} \leq (L_{pa} = 34 \text{ cm}). \text{ Adoptado } \boxed{L_{na}} = L_{pa} = \boxed{34 \text{ cm}}$$

333) Anchura del núcleo auxiliar

$$b_{na} = \frac{S_{na}}{k_{Fe} L_{na}} = \frac{95.3}{0.95 \cdot 34} = 2.95 \quad [2.02.46 \text{ j}]$$

Adoptado

$$\boxed{b_{na} = 3 \text{ cm}}$$

334) Inducción resultante

$$B_{na} = 7.5 \frac{2.95}{3} = 7.35 \text{ kG}$$

t) Bobinas de los polos auxiliares

341) Longitud efectiva del canal radial  $\epsilon_{\delta a}$ 

$$\text{para } \delta_a = 8 \text{ mm y } a = 10 \text{ mm, } \epsilon_{\delta a} = 2.0 \text{ mm} \quad (\text{fig. 1.04.09 b})$$

342) Longitud efectiva de entrehierro

$$L_{\delta a} = L_{pa} - n_e \epsilon_{\delta a} = 34 - 4 \cdot 0.2 = 33.2 \text{ cm} \quad [2.02.48 \text{ d}]$$

343) Factor de corrección axial

$$\boxed{K_{La}} = \frac{L_{pa}}{L_{\delta a}} = \frac{34}{33.2} = \boxed{1.025} \quad [2.02.48 \text{ d}]$$

344) Factor de CARTER

$$\boxed{K_{ca}} = \frac{\tau_{\delta}}{\tau_{\delta} - \frac{(a_{\delta}/\delta_a)^2}{5 + (a_{\delta}/\delta_a)} \delta_a} = \frac{\tau_{\delta}}{\tau_{\delta} - \delta_a - \frac{3}{4} a_{\delta}} = f\left(\frac{a_{\delta}}{\tau_{\delta}}, \frac{\delta_a}{a_{\delta}}\right) \text{ seg fig. 1.04.10 b} \quad [2.02.48 \text{ c}]$$

$$= \frac{2.51}{2.51 - \frac{(1.2/0.8)^2}{5 + (1.2/0.8)} 0.8} = \boxed{1.125}$$

345) Excitación por polo auxiliar

$$\text{Sin devan. de compens.} \left\{ \begin{array}{l} \text{Reacc. transv. y circuito magnét. } \theta_{ba} = \frac{q\tau_p}{2} + K_{La} K_{ca} B_{\delta a} \delta_a \text{ (Av)} \\ \text{Raíz del polo } + 0.8 B_{pa} \delta'_a \text{ (Av)} = \dots \end{array} \right. \quad [2.02.48 \text{ a}]$$

$$\text{Con devan. de compens.} \left\{ \begin{array}{l} \text{Reacc. transvers. y circuito magnét. } \theta_{ba} = (1 - \psi) \frac{q\tau_p}{2} + K_{La} K_{ca} B_{\delta a} \delta_a \text{ (Av)} \\ \text{Raíz del polo } + 0.8 B_{pa} \delta'_a \text{ (Av)} = \dots \end{array} \right.$$

$$\theta_{ba}^r = (1 - 0.62) \frac{366 \cdot 31.4}{2} + 1.025 \cdot 1.125 \cdot 1400 \cdot 0.8 + 0.8 \cdot 7350 \cdot 0.4 =$$

$$= 2190 + 1290 = 2350 = 5830 \text{ Av/polo}$$

346) Número de vías en el circuito de los polos auxiliares  $\alpha_{ba} = 1$ 347) Corriente por bobina  $I_{ba} = \frac{I}{\alpha_{ba}} = \frac{690}{1} = 690 \text{ A} \quad [2.02.48 \text{ e}]$ 

348) Espiras por polo

$$\boxed{N_{ba}} = \frac{\theta_{ba}}{I_{ba}} = \frac{5830}{690} = 8.5 \approx \boxed{9 \text{ espiras/polo}} \quad [2.02.48 \text{ f}]$$

349) Densidad de corriente (admisible  $2.5 \dots 5 \frac{\text{mm}^2}{\text{A}}$ , párr. 2.02.48

$$A_a = 3.5 \text{ A/mm}^2$$

350) Sección del cobre

$$s_a = \frac{A_a}{I_{ba}} = \frac{690}{3.5} = 197 \text{ mm}^2 \quad [2.02.48 \text{ g}]$$

$$\text{Adoptado } \boxed{s_a} = 32 \times 6 = \boxed{192 \text{ mm}^2}$$

351) Densidad resultante

$$\boxed{J_a} = 3.5 \frac{197}{192} = \boxed{3.59 \text{ A/mm}^2}$$

u) Pérdidas en el circuito de los polos auxiliares

361) Grosor total de la bobina auxiliar  $g_{ba} \approx 3.2 + 0.8 = 4 \text{ cm}$ 362) Espira media  $\boxed{l_{ma}} = 2 [L_{na} + b_{na}] + \pi g_{ba} =$ 

$$= 2 (0.34 + 0.03) + \pi \cdot 0.04 = \boxed{0.765 \text{ m}}$$

363) Aislamiento clase B:  $\Delta\theta = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\theta = 40 + 80 = 120 \text{ }^\circ\text{C}$  (tabla 1.01.16 a)364) Resistividad en caliente  $\rho = \frac{1}{46} \cdot 1.14 = 0.0248 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$  (tabla 1.01.16 b)

365) Resistencia de las bobinas auxiliares (1 vía)

$$\text{Por bobina } R_{ba} = \frac{\rho N_{ba} l_{ma}}{s_a} = \frac{0.0248 \cdot 9 \cdot 0.765}{192} = 0.89 \cdot 10^{-3} \Omega/\text{bobina}$$

Para las 6 bobinas en 1 vía

$$R_{Ba} = 6 \cdot 0.89 \cdot 10^{-3} = 5.34 \cdot 10^{-3} \Omega$$

366) Conexiones entre bobinas

Diámetro medio del circuito  $\approx D + l_p = 60 + 17.95 \approx 78 \text{ cm}$ Longitud total  $\approx \pi \cdot 0.78 = 2.45 \text{ m}$

$$\text{Resistencia } R_{ca} = \frac{0,0248 \cdot 2,45}{192} = 0,316 \cdot 10^{-3} \Omega$$

367) Resistencia total del circuito

$$\text{Bobinas } R_{ba} = 5,34 \cdot 10^{-3} \Omega$$

$$\text{Conexiones } R_{ca} = 0,316 \cdot 10^{-3} \Omega$$

$$\text{Total } R_{ta} = 5,656 \cdot 10^{-3} \Omega$$

368) Pérdidas en las bobinas auxiliares

$$\text{Por bobina } p_{ba} = R_{ba} I_{ba}^2 = \frac{0,89 \cdot 690^2}{1000} = 423 \text{ W}$$

$$\text{Para las 6 bobinas } p_{ba} = 6 \cdot 423 = 2538 \text{ W}$$

369) Pérdidas en las conexiones  $p_{ca} = R_{ca} I_{ca}^2 = \frac{0,316 \cdot 690^2}{1000} = 151 \text{ W}$

370) Pérdidas totales en el circuito

$$\text{Bobinas } p_{ba} = 2538 \text{ W}$$

$$\text{Conexiones } p_{ca} = 151 \text{ W}$$

$$\text{Totales } p_{pa} = 2689 \text{ W}$$

371) Caída de tensión en el circuito

$$u_{pa} = R_{pa} I_{ba} = 5,656 \cdot 690 \cdot 10^{-3} = 3,9 \text{ V}$$

v) *Calentamiento de las bobinas auxiliares*

381) Desarrollo exterior  $l_{Ma} = l_{ma} + \pi g_{ba} = 0,765 + \pi \cdot 0,04 = 0,89 \text{ m}$

382) Altura de la bobina  $h_{ba} = 9 \text{ espiras} \times 0,006 \text{ m} + 8 \text{ espacios} \times 0,006 \text{ m} = 0,102 \text{ m}$

383) Superficie de ventilación  $S_{va} = 0,89 \cdot 0,102 = 0,092 \text{ m}^2/\text{bobina}$

384) Coeficiente de ventilación

$$\text{para } v = 30,9 \text{ m/s y espiras separadas } K_v \approx 1,2 \cdot 46 = 55 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

[fig. 2.02.48 a]

385) Calentamiento <sup>(1)</sup>

$$\Delta\theta_{ba} = \frac{p_{ba}}{K_v S_{va}} = \frac{423}{55 \cdot 0,092} = 84 \text{ }^\circ\text{C.} \quad [2.02.48 \text{ h}]$$

(1) La ventilación forzada de esta máquina es muy energética y el calentamiento no excede de los 80 °C.

x) *Devanado compensador*

391) Número de vías del arrollamiento compensador  $\alpha_{dc} = 1$

392) Barras por polo

$$z_{dc} = \frac{\psi Z \alpha_{dc}}{2p \cdot 2a} = \frac{0,62 \cdot 600}{6} \frac{1}{6} = 10,3 \approx 10 \text{ barras/polo} \quad [2.02.50 \text{ d}]$$

393) Densidad de corriente admisible  $\Delta_{dc} \approx \Delta_a \approx 3,5 \text{ A/mm}^2$  (párr. 2.02.50)

394) Sección de las barras

$$s_{dc} = \frac{I/\alpha_{dc}}{\Delta_{dc}} = \frac{690/1}{3,5} = 197 \text{ mm}^2 \quad [2.02.50 \text{ c}]$$

$$\text{adoptado } s_{ac} = h_{dc} \times a_{dc} = 20 \times 9 = 180 \text{ mm}^2$$

395) Densidad de corriente definitiva

$$\Delta_{dc} = 3,5 \frac{197}{180} = 3,83 \text{ A/mm}^2$$

y) *Pérdidas en el devanado compensador* (fig. 2.02.36 b)

401) Diámetro medio del arrollamiento

$$D_{dc} \approx D + 2 h_{dc} = 60 + 2 \cdot 2 = 64 \text{ cm} \quad [2.02.36 \text{ j}]$$

402) Paso polar del arrollamiento

$$\tau_{dc} = \frac{\pi D_{dc}}{2p} = \frac{\pi \cdot 64}{6} = 33,5 \text{ cm.}$$

403) Grueso de la barra aislada  $a_{dc} \approx 0,9 + 0,1 = 1 \text{ cm}$

404) Juego entre barras  $j_{dc} \approx 0,5 \text{ cm}$

405) Saliente mínimo  $e_{dc} = 5 \text{ cm}$  (para dejar sitio a las bobinas auxiliares)

406) Longitud media por conductor

$$l_{m_{dc}} = L + \left(1 - \frac{\psi}{2}\right) \tau_{dc} + \frac{z_{dc}}{4} (a_{dc} + j_{dc}) + e_{dc} \quad [2.02.36 \text{ i}]$$

$$= 36 + \left(1 - \frac{0,62}{2}\right) 33,5 + \frac{10}{4} (1 + 0,5) + 5 =$$

$$= 36 + 23,1 + 2,8 + 5 = 67 \text{ cm}$$

407) Aislamiento clase B,  $\Delta\theta = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\theta = 80 + 40 = 120 \text{ }^\circ\text{C}$  (tabla 1.01.16 a)

408) Resistividad en caliente  $\rho = \frac{1}{46} 1,14 = 0,0248 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$  (tabla 1.01.16 b)

409) Resistencia del arrollamiento

$$R_{dc} = \frac{\rho l_{m_{dc}} Z_{dc}}{s_{dc} \alpha_{dc}^2} = \frac{0,0248 \cdot 0,67 \cdot 10}{180} \frac{6}{1^2} = 5,53 \cdot 10^{-3} \Omega$$

410) Caída de tensión

$$u_{dc} = R_{dc} I = 5,53 \cdot 10^{-3} \cdot 690 = 3,8 \text{ V}$$

411) Pérdidas por efecto JOULE

$$p_{dc} = u_{dc} I = 3,8 \cdot 690 = 2630 \text{ W}$$

2.03.08 Excitación en vacío

2) Entrehierro

421) Inducción máxima, corregida, en el entrehierro

$$\boxed{\hat{B}_{\delta o}} = K_M K_L K_C \hat{B}'_{\delta o} = 0,947 \cdot 1,03 \cdot 1,17 \cdot 0,723 = \boxed{0,825 \text{ T}} \quad [1.04.10 \text{ d}]$$

422) Intensidad de campo en el entrehierro

$$\hat{H}_{\delta o} = 0,8 \hat{B}_{\delta o} = 0,8 \cdot 8250 = 6600 \text{ Av/cm} \quad [1.04.02 \text{ c}]$$

423) Excitación para el entrehierro

$$\boxed{\hat{\theta}_{\delta o}} = \hat{H}_{\delta o} \cdot \delta = 6600 \cdot 0,55 = \boxed{3630 \text{ Av/polo}} \quad [1.04.11 \text{ a}]$$

a) Dientes

431) Inducciones máximas aparentes corregidas en los dientes (párr. 1.04.17)

$$\hat{B}'_{dM o} = K_M \hat{B}'_{\Omega dM o} = 0,947 \cdot 2,22 = 2,1 \text{ T}$$

$$\hat{B}'_{dm o} = \frac{t_o}{t_m} \hat{B}'_{dM o} = \frac{10,2}{11,65} 2,1 = 1,84 \text{ T}$$

$$\hat{B}'_{doo} = \frac{t_o}{t_M} \hat{B}'_{dM o} = \frac{10,2}{13,1} 2,1 = 1,64 \text{ T}$$

432) Inducciones reales, corregidas, en los dientes e intensidades de campo

1.º método (fig. 1.04.18 e y 1.03.02 b, plancha MD)

Para  $k_{io} = 1,72$  y  $\hat{B}'_{dM o} = 2,1 \text{ T}$ ,  $\hat{B}_{dM o} = 2,03 \text{ T}$ ,  $H_{dM o} = 310 \text{ Av/cm}$ 

$$\gg k_{im} = 1,54 \gg \hat{B}'_{dm o} = 1,84 \gg \hat{B}_{dm o} = 1,83 \gg H_{dm o} = 128 \gg$$

$$\gg k_{iM} = 1,4 \gg \hat{B}'_{doo} = 1,64 \gg \hat{B}_{doo} = 1,64 \gg H_{doo} = 52 \gg$$

2.º método (fig. 1.04.18 d).

Para  $k_{io} = 1,72$  y  $\hat{B}'_{dM o} = 2,1 \text{ T}$   $\hat{H}_{dM o} = 360 \text{ Av/cm}$ 

$$\gg k_{im} = 1,54 \gg \hat{B}'_{dm o} = 1,84 \gg \hat{H}_{dm o} = 120 \gg$$

$$\gg k_{iM} = 1,4 \gg \hat{B}'_{doo} = 1,64 \gg \hat{H}_{doo} = 45 \gg$$

Adoptamos los valores del 2.º método.

433) Intensidad de campo media para los dientes

$$\boxed{\hat{H}_{do}} = \frac{\hat{H}_{dM o} + 4 \hat{H}_{dm o} + \hat{H}_{doo}}{6} = \frac{360 + 4 \cdot 120 + 45}{6} = \boxed{148 \text{ Av/cm}} \quad [1.04.19 \text{ b}]$$

(equivale a una inducción media de 1,86 T según la curva inferior de la fig. 1.04.18 d)

434) Excitación para los dientes

$$\boxed{\hat{\theta}_{do}} = \hat{H}_{do} h_i = 148 \cdot 3,5 = \boxed{517 \text{ Av}} \quad [1.04.19 \text{ a}]$$

ab) Núcleo

441) Sección neta del núcleo  $S_n = L_p h_n = 28,8 \cdot 13 = 374 \text{ cm}^2$  [1.04.21 b]442) Inducción en el núcleo (1)  $\hat{B}_{no} = \frac{\hat{\Phi}_{\delta o}}{2S_n} = \frac{0,0508}{2 \cdot 0,0374} = \boxed{0,68 \text{ T}}$  [1.04.21 a]443) Intensidad de campo en el núcleo  $\hat{H}_{no} = 2 \text{ Av/cm}$  (fig. 1.04.18 d)

444) Longitud media de la línea de fuerza por polo (fig. 1.04.21 a)

$$l_n = \frac{\pi D_o}{4p} = \frac{\pi \cdot 53}{4 \cdot 3} = 13,9 \text{ cm/polo} \quad [1.04.21 \text{ d}]$$

445) Excitación para el núcleo  $\hat{\theta}_{no} = \hat{H}_{no} l_n = 2 \cdot 13,9 = \boxed{28 \text{ Av}}$  [1.04.21 c]

ac) Permeancia de dispersión polar

451) Longitud de la expansión polar  $L_p = L = 36 \text{ cm}$ 452) Arco de la expansión polar  $b_p = \psi r_p = 0,62 \cdot 31,4 = 19,5 \text{ cm}$ 

453) Altura de la expansión polar

en el centro  $h_o = 2,3 \text{ cm}$ en los extremos  $h_{\varphi} = 3,6$ 

$$\text{equivalente } h_{\varphi er} = \frac{2h_{\varphi} + h_o}{3} = \frac{2 \cdot 3,6 + 2,3}{3} = 3,17 \text{ cm} \quad [1.04.24 \text{ i}]$$

454) Arco medio entre expansiones

$$b_1 = \frac{\pi(D + 2\delta + h_o)}{2p} - b_p - b_{pa} = \frac{\pi(60 + 2 \cdot 0,55 + 2,3)}{6} - 19,5 - 3,4 = 10,4 \text{ cm}$$

455) Arco medio entre núcleos polares

$$b_3 = \frac{\pi(D + 2\delta + 2h_o + h_{np})}{2p} - b_{np} - b_{na} = \frac{\pi(60 + 2 \cdot 0,55 + 2 \cdot 2,3 + 15,65)}{6} - 11,5 - 3 = 28,1 \text{ cm}$$

456) Permeancia de dispersión polar [1.04.24 h e i].

(1) Coincide, como es natural, con la partida (204).

$$\begin{aligned} \boxed{A_{\sigma p}} &= 5,024 \frac{L_p h_{\psi_{\sigma p}}}{b_1} + 2,512 \frac{L_{np} h_{np}}{b_3} + \\ 7,36 h_{\psi_{\sigma p}} \log_{10} \left( 1 + \frac{\pi b_p}{2 b_1} \right) &+ 3,68 h_{np} \log_{10} \left( 1 + \frac{\pi b_{np}}{2 b_3} \right) = \\ &= 5,024 \frac{36 \cdot 3,17}{10,4} + 2,512 \frac{36 \cdot 15,65}{28,1} + \\ 7,36 \cdot 3,17 \log_{10} \left( 1 + \frac{\pi 19,5}{2 10,4} \right) &+ 3,68 \cdot 15,65 \log_{10} \left( 1 + \frac{\pi 11,5}{2 28,1} \right) \\ &= 55,1 + 50,4 + 13,9 + 12,4 = \boxed{131,8 \frac{M}{Av}} \end{aligned}$$

ad) Polos

461) F.m.m. de dispersión polar

$$\theta_{\sigma p} = \hat{\theta}_{\delta o} + \hat{\theta}_{\delta a} + \hat{\theta}_{\delta n} = 3630 + 517 + 28 = 4175 \text{ Av/polo} \quad [1.04.24 a]$$

462) Flujo de dispersión polar

$$\Phi_{\sigma p} = \theta_{\sigma p} A_{\sigma p} = 4175 \cdot 131,8 = 550000 \text{ M} \quad [1.04.24 g]$$

463) Flujo polar  $\Phi_{p} = \hat{\Phi}_{\delta o} + \Phi_{\sigma p} = 0,0508 + 0,0055 = 0,0563 \text{ Wb}$  [1.04.23 a]464) Coeficiente de dispersión polar <sup>(1)</sup>

$$\boxed{\alpha_{p\sigma}} = 1 + \frac{\Phi_{\sigma p}}{\hat{\Phi}_{\delta o}} = 1 + \frac{0,0055}{0,0508} = \boxed{1,108} \quad [1.04.23 d]$$

465) Sección neta del núcleo polar  $S_p = k_{p\sigma} L_{np} b_{np} = 0,95 \cdot 0,36 \cdot 0,115 = 0,0393 \text{ m}^2$ 466) Inducción en el núcleo polar <sup>(2)</sup>  $\boxed{B_{p\sigma}} = \frac{\Phi_{p\sigma}}{S_p} = \frac{0,0563}{0,0393} = \boxed{1,44 \text{ T}}$  [1.04.23 b]

467) Intensidad de campo en el polo (Chapa de 1 mm tipo 3,35 W, fig. 1.03.02 b, curva 2)

$$H_{p\sigma} = 6 \text{ Av/cm.}$$

468) Excitación para el polo  $\boxed{\theta_{p\sigma}} = H_{p\sigma} l_p = 6 \cdot 17,95 = \boxed{90 \text{ Av/polo}}$  [1.04.23 c]

ae) Yugo

471) Flujo en el yugo  $\Phi_{y\sigma} = \Phi_{p\sigma} = 0,0563 \text{ Wb}$  [1.04.26 a]472) Sección del yugo  $S_y = L_y h_y = 43 \cdot 6,5 = 280 \text{ cm}^2 = 0,028 \text{ m}^2$ 473) Inducción en el yugo  $\boxed{B_{y\sigma}} = \frac{\Phi_{y\sigma}}{2 S_y} = \frac{0,0563}{2 \cdot 0,028} = \boxed{1,01 \text{ T}}$  [1.04.26 b]

474) Intensidad de campo en el yugo de acero dinamo, fig. 1.03.02 a

$$H_{y\sigma} = 4 \text{ Av/cm}$$

(1) Renunciando al cálculo exacto de la permeancia de dispersión, se puede adoptar el valor de  $\sigma_{p\sigma}$  que se deriva del coeficiente de dispersión supuesto (252),  $\sigma_{p\sigma} \approx 1,10$ .

(2) Prácticamente coinciden con los valores provisionales (266) y (257).

475) Excitación para el yugo  $\boxed{\theta_{y\sigma}} = H_{y\sigma} l_y = 4 \cdot 28,8 = \boxed{115 \text{ Av/polo}}$  [1.04.26 d]

af) Excitación total en vacío

$$\boxed{\theta_{\delta o}} = (\hat{\theta}_{\delta o} + \hat{\theta}_{\delta a} + \hat{\theta}_{\delta n}) + \theta_{p\sigma} + \theta_{y\sigma} = 4175 + 90 + 115 = \boxed{4380 \text{ Av/polo}}$$
 [1.04.02 b]

2.03.09 Excitación en carga

ag) F.m.m para el entrehierro y dientes en carga

481) F.e.m. en carga  $E = U \pm (u_R + 2u_s + u_a + u_{p\sigma} + u_{dc})$  [1.09.02 a o b]

$$\boxed{E} = 500 + (8,0 + 2,0 + 0 + 3,9 + 3,8) = 500 + 17,7 = \boxed{517,7 \text{ V}}$$

482) Flujo en el entrehierro  $\boxed{\hat{\Phi}_{\delta}} = \hat{\Phi}_{\delta o} \frac{E}{U} = 0,0508 \frac{517,7}{500} = \boxed{0,0526 \text{ Wb}}$ 

483) Inducción en el entrehierro en carga

$$\boxed{\hat{B}_{\delta}} = \hat{B}_{\delta o} \frac{E}{U} = 0,825 \frac{517,7}{500} = \boxed{0,854 \text{ T}}$$

484) Inducciones aparentes en los dientes en carga

$$\hat{B}'_{\delta M} = \hat{B}'_{\delta M o} \frac{E}{U} = 2,1 \frac{517,7}{500} = 2,175 \text{ T}$$

$$\hat{B}'_{\delta m} = \hat{B}'_{\delta m o} \frac{E}{U} = 1,84 \frac{517,7}{500} = 1,905 \text{ T}$$

$$\hat{B}'_{\delta o} = \hat{B}'_{\delta o o} \frac{E}{U} = 1,64 \frac{517,7}{500} = 1,70 \text{ T}$$

485) Inducciones reales en los dientes en carga

1.er método (fig. 1.04.18 e y 1.03.02 b)

para  $k_{lo} = y$   $\hat{B}'_{\delta M} = T$ ,  $\hat{B}_{\delta M} = T$  y  $\hat{H}_{\delta M} =$  Av/cm»  $k_{lm} =$  »  $\hat{B}'_{\delta m} = T$ ,  $\hat{B}_{\delta m} =$  » »  $\hat{H}_{\delta m} =$  »»  $k_{lo} =$  »  $\hat{B}'_{\delta o} = T$ ,  $\hat{B}_{\delta o} =$  » »  $\hat{H}_{\delta o} =$  »

2.º método (fig. 1.04.18 d)

para  $k_{lo} = 1,72$  y  $\hat{B}'_{\delta M} = 2,175 \text{ T}$ ,  $\hat{H}_{\delta M} = 450$  Av/cm»  $k_{lm} = 1,54$  »  $\hat{B}'_{\delta m} = 1,905 \text{ T}$ ,  $\hat{H}_{\delta m} = 155$  »»  $k_{lo} = 1,4$  »  $\hat{B}'_{\delta o} = 1,70 \text{ T}$ ,  $\hat{H}_{\delta o} = 60$  »

486) Campo medio en los dientes

$$\boxed{\hat{H}_{\delta}} = \frac{\hat{H}_{\delta M} + 4 \hat{H}_{\delta m} + \hat{H}_{\delta o}}{6} = \frac{450 + 4 \cdot 155 + 60}{6} = \boxed{190 \text{ Av/cm}}$$
 [1.04.19 b]

487) F.m.m. para el entrehierro en carga

$$\boxed{\hat{\theta}_\delta} = 0,8 \hat{B}_\delta \delta = 0,8 \cdot 8540 \cdot 0,55 = \boxed{3760 \text{ Av/polo}} \quad [1.04.11 \text{ a}]$$

488) F.m.m. para los dientes en carga

$$\boxed{\hat{\theta}_d} = H_d h_i = 190 \cdot 3,5 = \boxed{655 \text{ Av/polo}} \quad [1.04.19 \text{ a}]$$

489) F.m.m. «de paso»

$$\boxed{\hat{\theta}_\delta + \hat{\theta}_d} = 3760 + 655 = \boxed{4415 \text{ Av/polo}}$$

ah) Característica de paso <sup>(1)</sup> (Máquinas sin devanado compensador)

491) F.m.m. de reacción transversal por expansión polar.

$$\epsilon_t = \frac{\psi r_p}{2} q = \frac{0,62 \cdot 31,4}{2} 366 = 3560 \text{ Av/polo.} \quad [1.07.04 \text{ b}]$$

492) E	V	400	450	<u>500</u>	<u>517,7</u>	550	600	650
493) $\hat{\Phi}_\delta$ (prop. a E)	Wb	0,0406	0,0456	<u>0,0508</u>	<u>0,0526</u>	0,0558	0,0609	0,0660
494) $\hat{B}_\delta$	T	0,66	0,742	<u>0,825</u>	<u>0,854</u>	0,906	0,990	1,072
495) $\hat{B}'_{dM}$	»	1,68	1,89	<u>2,1</u>	<u>2,175</u>	2,31	2,52	2,73
496) $\hat{B}'_{dm}$	»	1,47	1,655	<u>1,84</u>	<u>1,905</u>	2,02	2,21	2,39
497) $\hat{B}'_{do}$	»	1,31	1,475	<u>1,64</u>	<u>1,70</u>	1,805	1,97	2,13
498) $\hat{B}_{dM}$	} fig. 1.04.18 e	»	»	»	»	»	»	»
499) $\hat{B}_{dm}$								
500) $\hat{B}_{do}$								
501) $\hat{H}_{dM}$	} fig. 1.04.18 d	»	»	»	»	»	»	»
502) $\hat{H}_{dm}$								
503) $\hat{H}_{do}$								
504) $H_d = \frac{H_{dM} + 4H_{dm} + H_{do}}{6}$	Av/cm	55	145	<u>360</u>	<u>450</u>	650	1050	1500
505) $\hat{\theta}_\delta = 0,8 \hat{B}_\delta \delta =$	Av	2900	3270	<u>3630</u>	<u>3760</u>	3990	4360	4715
506) $\hat{\theta}_d = \hat{H}_d h_i =$	»	70	200	<u>516</u>	<u>655</u>	1095	1960	3110
507) $\hat{\theta}_\delta + \hat{\theta}_d =$	»	2970	3470	<u>4146</u>	<u>4415</u>	5085	6320	7825

(1) El cálculo de la característica de paso es innecesaria en esta máquina con devanado compensador. Se muestra, no obstante, a título de ejemplo.

508) Excitación para contrarrestar la reacción transversal

Máquinas sin devanado compens.  $\theta_w = 750 \text{ Av/polo}$  (fig. 2.03.09 a)

» con » »  $\theta_w = 0$

509) Excitación para contrarrestar la reacción antagonica <sup>(1)</sup>

Máq. sin polos auxiliares  $\theta_w = 0,1 q \tau_p = 0,1 \cdot 366 \cdot 31,4 = 1150 \text{ Av/polo}$  [1.07.07 b]

Máq. con polos auxiliares  $\theta_w = 0$

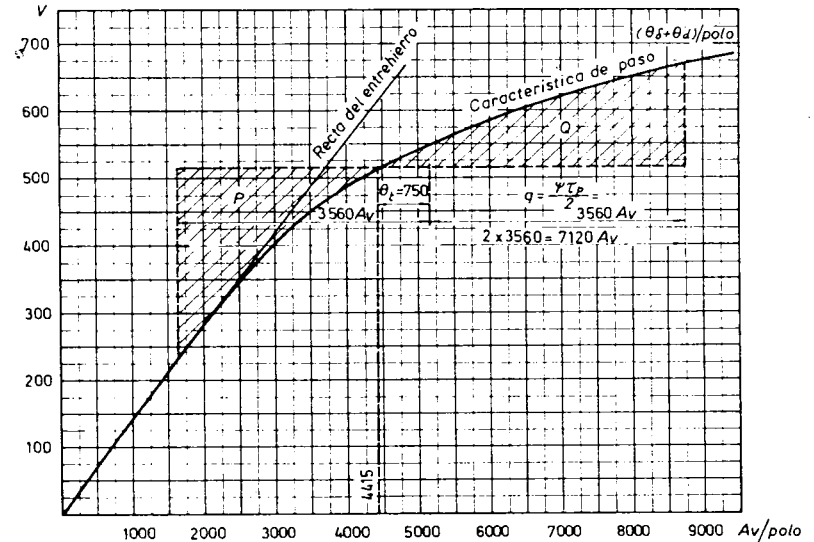


Fig. 2.03.09 a. Características de paso de la dinamo de 345 kW, 500 V, 985 r/m.

ai) Excitación para el núcleo en carga

511) Inducción en el núcleo en carga

$$\boxed{\hat{B}_n} = \hat{B}_{no} \frac{E}{U} = 0,68 \frac{517,7}{500} = \boxed{0,704 \text{ T}}$$

512) Campo para el núcleo en carga  $\hat{H}_n = 2 \text{ Av/cm}$  (fig. 1.04.18 d)

513) Excitación para el núcleo en carga  $\hat{\theta}_n = H_n l_n = 2 \cdot 13,9 = 28 \text{ Av}$  [1.04.21 c]

aj) Dispersión polar en carga

521) F.m.m. de dispersión

$$\theta_{op} = (\hat{\theta}_\delta + \hat{\theta}_d + \hat{\theta}_n) + \theta_w + \theta_w = (3760 + 655 + 28) + 0 + 0 = 4443 \text{ Av/polo} \quad [1.04.24 \text{ b}]$$

(1) El cálculo es innecesario en esta máquina con polos auxiliares.

522) Flujo de dispersión polar

$$\Phi_{\sigma p} = \theta_{\sigma p} A_{\sigma p} = 4443 \cdot 131,8 = 585000 \text{ M} \quad [1.04.24 \text{ g}]$$

523) Flujo polar

$$\Phi_p = \hat{\Phi}_\delta + \Phi_{\sigma p} = 0,0526 + 0,00585 = 0,0585 \text{ Wb} \quad [1.04.23 \text{ a}]$$

524) Coeficiente de dispersión polar en carga <sup>(1)</sup>

$$\boxed{\sigma_p} = 1 + \frac{\Phi_{\sigma p}}{\hat{\Phi}_\delta} = 1 + \frac{0,00585}{0,0526} = \boxed{1,111} \quad [1.04.23 \text{ d}]$$

525) Inducción en el núcleo polar

$$\boxed{B_p} = \frac{\Phi_p}{S_p} = \frac{0,0585}{0,0393} = \boxed{1,49 \text{ T}} \quad [1.04.23 \text{ b}]$$

526) Intensidad de campo en el polo  $H_p = 7,5 \text{ Av/cm}$  (fig. 1.03.02 b curva 2)

527) Excitación para el polo en carga

$$\theta_p = H_p l_p = 7,5 \cdot 17,95 = \boxed{135 \text{ Av/polo}} \quad [1.04.23 \text{ c}]$$

ak) El yugo en carga

531) Flujo en el yugo  $\Phi_y = \Phi_p = 0,0585 \text{ Wb}$  [1.04.26 a]532) Inducción en el yugo  $\boxed{B_y} = \frac{\Phi_y}{2S_y} = \frac{0,0585}{2 \cdot 0,028} = \boxed{1,045 \text{ T}}$  [1.04.26 b]533) Intensidad de campo en el yugo de acero dinamo  $H_y = 5 \text{ Av/cm}$  (fig. 1.03.02 a)534) Excitación para el yugo  $\boxed{\theta_y} = H_y l_y = 5 \cdot 28,8 = \boxed{144 \text{ Av/polo}}$  [1.04.26 d]

al) Excitación total en carga

$$541) \boxed{\theta_{bp}} = (\hat{\theta}_\delta + \hat{\theta}_d + \hat{\theta}_n) + (\theta_p + \theta_y) + \theta_b + \theta_{\sigma b} =$$

$$4443 + 135 + 144 = \boxed{4722 \text{ Av/polo}}$$

## 2.03.10 Bobinas inductoras principales

am) Tipo de excitación: independiente

551) Subdivisión de la excitación (párr. 1.09.02)

(1) El valor de  $\sigma_p$  es aquí casi igual que en vacío por la escasa caída de tensión de la máquina y la desaparición de la reacción transversal gracias al devanado compensador,

$$\theta_{\sigma p} = 4443 + 750 = 5193 \text{ Av};$$

$$\Phi_{\sigma p} = 5193 \cdot 131,8 = 685000 \text{ M} = 0,00685 \text{ Wb}$$

$$\Phi_p = 0,0526 + 0,00685 = 0,0595 \text{ Wb}$$

$$\sigma_p = 1 + \frac{0,00685}{0,0526} = 1,13 \text{ (1,108 en vacío).}$$

Bobina  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Máq. shunt o de excit. indep. } \theta_{b,ih} = \theta_{bp} = 4722 \text{ Av/polo} \\ \text{shunt } \left\{ \begin{array}{l} \text{Dinamos compound o hipercomp. } \theta_{b,ih} = \theta_{bo} \\ \text{Motores compound } \theta_{b,ih} \leq \theta_{bo} \end{array} \right. \end{array} \right.$

Bobina serie  $\theta_{bi} = \theta_{bp} - \theta_{ih}$ an) Bobinas shunt o independientes (circuito en  $\alpha_{bp} = 1$  vías)561) Tensión de excitación disponible  $U'_{ex} \approx 0,9 U_{ex} = 0,9 \cdot 120 \text{ V} = 108 \text{ V}$ Adoptada  $U'_{ex} = 110 \text{ V}$ 

562) Tensión de excitación por bobina polar

$$U_{bp} = \frac{U'_{ex}}{2p} \alpha_{bp} = \frac{110}{6} \cdot 1 = 18,33 \text{ V/bobina}$$

563) Clase de aislamiento = B;  $\Delta\theta = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\theta = 40 + 80 = 120 \text{ }^\circ\text{C}$  (tabla 1.01.16 a)564) Resistividad en caliente  $\rho = \frac{1}{46} \cdot 1,14 = 0,0248 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$  (tabla 1.01.16 b)565) Grosor de la bobina polar (supuesto)  $g_{bp} = 4 \text{ cm}$ 566) Espira media  $l_{mp} = 2(L_{np} + b_{np} + 2) + \pi g_{bp} = 2(36 + 11,5 + 2) + \pi \cdot 4 = 111,5 \text{ cm} \approx 1,115 \text{ m}$ 

567) Excitación a proveer (con 6 % por imprevistos)

$$\boxed{\theta_{bp}} = 4722 \cdot 1,06 = \boxed{5000 \text{ Av/bobina}}$$

568) Sección del conductor

$$s_{bp} = \frac{\rho l_{mp} \theta_{bp}}{U_{bp}} = \frac{0,0248 \cdot 1,115 \cdot 5000}{18,33} = 7,52 \text{ mm}^2 \quad [1.09.06 \text{ b}]$$

$$\text{Adoptado: Conductor } \frac{3,6 \times 3,1}{3 \times 2,5} \text{ mm } \frac{\text{desnudo}}{\text{aislado}}, 7,5 \text{ mm}^2$$

: Excitación máxima disponible

$$\theta_{bp \text{ max}} = 5000 \frac{120 \text{ V}}{110 \text{ V}} \frac{7,5}{7,52} = 5430 \text{ Av/bobina}$$

569) Densidad de corriente admisible  $\Delta_{bp} = 1,5 \dots 2 \text{ A/mm}^2$  (párr. 2.02.54)Adoptado  $\Delta_{bp} = 1,67 \text{ A/mm}^2$ 

570) Corriente de excitación por bobina

$$I_{bp} = \Delta_{bp} s_{bp} = 1,67 \cdot 7,5 = 12,5 \text{ A/bobina} \quad [2.02.54 \text{ b}]$$

571) Espiras por bobina

$$N_{bp} = \frac{\theta_{bp}}{I_{bp}} = \frac{5000}{12,5} = 400 \text{ espiras/bobina} \quad [2.02.54 \text{ c}]$$

572) Corriente de excitación total

$$I_{ex} = \alpha_{bp} I_{bp} = 1 \cdot 12,5 = 12,5 \text{ A}$$

ap) *Pérdidas en la excitación shunt (o independiente) y calentamiento a P.C.*<sup>(1)</sup>

581) Pérdidas totales en las bobinas  $p_{ex} = U'_{ex} I_{ex} = 110 \cdot 12,5 = 1375 \text{ W}$

582) Pérdidas por bobina  $p_{bp} = \frac{p_{ex}}{2p} = \frac{1375}{6} = 230 \text{ W}$

583) Desarrollo exterior de una bobina

$$l_{Mp} = l_{mp} + \pi g_{bo} = 111,5 + \pi \cdot 4 = 124 \text{ cm} \equiv 1,24 \text{ m}$$

584) Longitud de la bobina  $h_{bp} \approx h_{np} - 1,15 \text{ cm} = 15,65 - 1,15 = 14,5 \text{ cm}$

585) Superficie de ventilación  $S_{vp} = l_{Mp} \cdot h_{bp} = 1,24 \cdot 0,145 = 0,180 \text{ m}^2$

586) Coeficiente de ventilación (fig. 2.02.54 a)

$$\text{para } v = 30,9 \text{ m/s sin canales de ventilación } K_v = 39 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{°C}}$$

587) Incremento de temperatura

$$\Delta\theta_{bp} = \frac{p_{bp}}{S_{vp} \cdot K_v} = \frac{230}{0,18 \cdot 39} = 33 \text{ °C.}$$

ap) *Bobinas serie.* (Circuito en  $\alpha_{bs} = 2$  vías)

591) Corriente por bobina  $I_{bs} = \frac{I}{\alpha_{bs}} = \dots \text{ A}$  [1.09.05 a]

592) Espiras por bobina  $N_{bs} = \frac{\theta_{bs}}{I_{bs}} = \text{espiras/bob}$  [1.09.05 b]

593) Densidad admisible  $\Delta_{bs} = \dots \text{ A/mm}^2$  (párr. 1.09.05)

594) Sección  $s_{bs} = \frac{I_{bs}}{\Delta_{bs}} = \dots \text{ mm}^2$  [1.09.05 c]

aq) *Caída de tensión y pérdidas en la excitación serie*

601) Grosor de la bobina  $g_{bs} = \dots \text{ cm}$  (supuesto)

602) Espira media  $l_{ms} \approx 2 (L_{np} + b_{np} + 2) + \pi g_{bs} \approx \dots \text{ m}$

603) Longitud por bobina  $l_{bs} = N_{bs} l_{ms} = \dots$

604) Longitud media de conexión por bobina  $l_{cs} \approx \frac{\pi (D + l_p)}{2p} = \dots \text{ cm}$

605) Longitud total por bobina incluidas conexiones  $l_{bs} = l_{bs} + l_{cs} = \dots \text{ m}$

606) Aislamiento: clase ...  $\Delta\theta = \dots \theta = \dots$  (tabla 1.01.16 a)

(1) Si la máquina fuese compound y el bobinado shunt debiera dar sólo la excitación en vacío ( $4380 \times 1,06 = 4640 \text{ Av/bob}$ , según la partida af) la sección de conductor en este devanado descendería a  $7,52 \times \frac{4640}{5000} = 6,97 \text{ mm}^2$  y con la misma tensión en bornes inductores de  $110 \text{ V}$ ,  $I_{b,sh} = \frac{6,97}{7,52} 12,5 = 11,6 \text{ A}$  y las pérdidas serían de  $11,6 \cdot 110 = 1275 \text{ W} = p_{sh}$ .

607) Resistividad en caliente  $\rho$

(tabla 1.01.16 b)

608) Resistencia de las bobinas serie

$$\text{Por bobina } R_{Bs} = \frac{\rho l_{Bs}}{s_{Bs}} = \dots \text{ m}$$

$$\text{Para las bobinas en } \alpha_{bs} \text{ vía } R_s = R_{Bs} \frac{2p}{\alpha_{bs}} = \dots \Omega$$

609) Caída de tensión en las bobinas serie  $u_s = R_s I = V$

610) Pérdidas por efecto JOULE en las bobinas  $p_s = u_s I = \dots \text{ W}$

2.03.11 Rendimiento<sup>(1)</sup>

ar) *Pérdidas en el hierro en carga*

621) Peso de los dientes

$$G_d = 7,7 L_{Fe} \left[ \frac{\pi}{4} (D^2 - D_o^2) - n h_t a \right] = 7,7 \cdot L_{Fe} \cdot n \cdot t_m \cdot h_t = \\ = 7,7 \cdot 2,88 \cdot 75 \cdot 0,1165 \cdot 0,35 = 67,7 \text{ kg.}$$

622) Peso del núcleo

$$G_n = 7,7 L_{Fe} \frac{\pi}{4} (D_o^2 - D_{no}^2) = 7,7 L_{Fe} \pi (D_o - h_n) h_n \\ = 7,7 \cdot 2,88 \cdot \pi (5,3 - 1,3) 1,3 = 362 \text{ kg}$$

623) Inducción máxima efectiva en los dientes en carga

$$\hat{B}_{dM} = 2,1 \text{ T} \quad (485)$$

624) » » en el núcleo en carga

$$\hat{B}_n = 0,704 \text{ T} \quad (511)$$

625) Frecuencia del flujo

$$f = p \frac{N}{60} = 3 \frac{985}{60} 49,25 \text{ Hz}$$

626) Pérdidas específicas en los dientes

$$p_{l, d} = 0,5 \cdot 43 \cdot = 21,5 \frac{\text{W}}{\text{kg}} \quad (\text{fig. 1.10.18 a})$$

627) Pérdidas específicas en el núcleo

$$p_{l, n} = 0,5 \cdot 4 = 2 \frac{\text{W}}{\text{kg}} \quad (\text{fig. 1.10.18 a})$$

(1) Recogemos en esta pauta únicamente el método simplificado de cálculo global, que resulta lo más práctico en la mayoría de los casos. Para el análisis detallado de toda clase de pérdidas véase el capítulo 1.10 y sus numerosos ejemplos.



628) Pérdidas en los dientes

$$\boxed{p_{pe d}} = p_{pe d} G_d = 21,5 \cdot 67,7 = \boxed{1455 \text{ W}}$$

629) Pérdidas en el núcleo

$$\boxed{p_{pe n}} = p_{pe n} G_n = 2 \cdot 362 = \boxed{724 \text{ W}}$$

630) Pérdidas en el hierro en carga

$$\boxed{p_{pe}} = p_{pe d} + p_{pe n} = 1455 + 724 = \boxed{2179 \text{ W}}$$

as) Pérdidas en los cojinetes

641) Tipo: de deslizamiento

642) Diámetro lado accionamiento  $d_{cA} \approx 2,6 \dots 3 \sqrt[4]{\frac{P}{N}} \approx 2,8 \sqrt[4]{\frac{345000}{985}} \approx 12 \text{ cm}$  [1.10.53 b]

Adoptadas:  $d_{cA} = 12 \text{ cm}$ ,  $d_{cB} = 12 \text{ cm}$ 643) Long (desliz.)  $l_{cA} \approx 1,5 \dots 2,5 d_{cA} \approx 2 \cdot 12 = 24 \text{ cm}$  [1.10.53 c]Adoptadas:  $l_{cA} = 24 \text{ cm}$ ,  $l_{cB} = 24 \text{ cm}$ 

644) Velocidad lineal

$$v_{cA} = \pi \frac{d_{cA} N}{60} = \pi \frac{0,12 \cdot 985}{60} = 6,2 \text{ m/s} \quad v_{cB} = 6,2 \frac{12}{12} = 6,2 \text{ m/s}$$

645) Pérdidas en los dos cojinetes [1.10.53 a]

de deslizamiento  $p_{c\mu A} = 0,5 d_{cA} l_{cA} \sqrt{v_{cA}^3} = 0,5 \cdot 12 \cdot 24 \sqrt{6,2^3} = 2220 \text{ W}$ 

$$p_{c\mu B} = 0,5 d_{cB} l_{cB} \sqrt{v_{cB}^3} = 0,5 \cdot 12 \cdot 24 \sqrt{6,2^3} = 2220 \text{ W}$$

$$\boxed{p_{c\mu} = 4440 \text{ W}}$$

de rodamiento

$$\left. \begin{aligned} p_{c\mu A} &= 0,15 \frac{N}{1000} d_{cA}^3 = \dots \text{ W} \\ p_{c\mu B} &= 0,15 \frac{N}{1000} d_{cB}^3 = \dots \text{ W} \\ p_{c\mu} &= \text{ W} \end{aligned} \right\} [1.10.55 a]$$

af) Pérdidas por ventilación

651) Pérdidas a eliminar por ventilación, en servicio

Pérdidas en el hierro  $p_{pe} = 2179 \text{ W}$  (630)Efecto JOULE en el inducido  $p_J = 5520 \text{ »}$  (285)Adicionales por conmutación  $k p_J = 208 \text{ »}$  (300)En el colector por caída de tensión  $p_{cJ} = 1380 \text{ »}$  (220)

Por rozamiento de escobillas

$$p_{e\mu} = 1382 \text{ »} \quad (221)$$

En los polos auxiliares

$$p_{pa} = 2689 \text{ »} \quad (370)$$

En el devan. de compens.

$$p_{dc} = 2630 \text{ »} \quad (411)$$

En la excitación shunt

$$p_{szc} = 1375 \text{ »} \quad (581)$$

» » » serie

$$p_s = - \text{ »}$$

Pérdidas a evacuar por el aire

$$p_a = 17363 \text{ W}$$

652) Diámetro del ventilador. Adoptado  $D_v = 65 \text{ cm}$ 653) Velocidad periférica  $v_v = \frac{\pi D_v N}{60} = \frac{\pi \cdot 0,65 \cdot 985}{60} = 33,5 \text{ m/s}$ 

654) Pérdidas por ventilación

$$\boxed{p_v} = v_v p_a v_v^2 = \frac{17363 \cdot 33,5^2}{20000} = \boxed{970 \text{ W}} \quad [1.10.60 a]$$

au) Rendimiento en servicio (a 120 °C)

661) Pérdidas evacuadas por el aire  $p_a = 17363 \text{ W}$ » en los cojinetes  $p_{c\mu} = 4440 \text{ »}$  (645)» por ventilación  $p_v = 790 \text{ »}$  (654)

$$\text{Imprevistos (0,5 \% P)} \approx \frac{0,5}{100} 345000 = 1725 \text{ »}$$

$$\text{Pérdidas totales en servicio } \boxed{p = 24498 \text{ W}}$$

662) Rendimiento en servicio

$$\boxed{\eta} = \frac{P}{P + p} = \frac{345}{345 + 24,498} = \boxed{0,932}$$

av) Rendimiento a 75 °C

671) Coeficiente de reducción de pérdidas en el cobre

$$\text{de } 120 \text{ °C a } 75 \text{ °C, } \frac{1}{1,14} \quad (\text{tabla 1.01.16 h})$$

672) Tabla de pérdidas a 75 °C

Pérdidas en el hierro  $p_{pe} = 2179 \text{ W}$ Efecto JOULE en el inducido  $p_J = \frac{5520}{1,14} = 4850 \text{ »}$ Adicionales por conmutación  $k p_J = 1,14 \cdot 208 = 237 \text{ »}$  (párr. 1.10.24) Nota

En el colector por caída de tensión	$p_{cJ} = 1380$	»
Por rozamiento de las escobillas	$p_{c\mu} = 1382$	»
En los polos auxiliares	$p_{pa} = \frac{2689}{1,14} = 2360$	»
En el devanado compes.	$p_{dc} = \frac{2630}{1,14} = 2310$	»
En la excit. shunt <sup>(1)</sup>	$p_{sz} = \frac{1375}{1,14} = 1205$	»
En la excit. serie	$p_s = - = -$	
En los cojinetes	$p_{cm} = 4440$	»
Por ventilación	$p_v = 970$	»
Imprevistos	$= 1725$	»
Pérdidas totales a 75 °C	$p = 23038$	»

673) Rendimiento a 75 °C

$$\boxed{\eta} = \frac{P}{P + p} = \frac{345}{345 + 23038} = \boxed{0,937}$$

ax) Comprobación del calentamiento del inducido a P.C.

681) Pérdidas en el inducido

Efecto JOULE en servicio  $p_J = 5520$  W

Commutación  $k p_J = 208$  »

Pérdidas en el hierro  $p_{Fe} = 2179$  »

Pérdidas totales  $p_J (1 + k) + p_{Fe} = 7907$  W

682) Coeficiente de ventilación

para  $v = 30,9$  m/s  $K_v = 180 \frac{W}{m^2 \text{ °C}}$  (fig. 2.02.52 a)

683) Superficie de ventilación

$S_v = \pi D (L + 2v) = \pi \cdot 0,6 (0,36 + 2 \cdot 0,14) = 1,21$  m<sup>2</sup> (fig. 2.02.52 a)

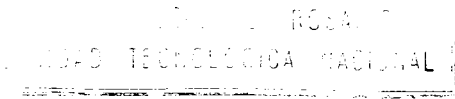
684) Calentamiento: Por termómetro en el punto más caliente

$\Delta\theta = \frac{p_J (1 + k) + p_{Fe}}{K_v S_v} = \frac{7907}{180 \cdot 1,21} = 36,4$  °C [2.02.52 a]

685) Calentamiento medio =  $\Delta\theta + (10 \dots 15$  °C)

$\approx 36,4 + 13,6 \approx 50$  °C (párr. 2.02.52)

(1) Manteniendo la misma corriente inductora.



## 2.04 DIMENSIONADO DE LAS MÁQUINAS SINCRÓNICAS

### 2.04.01 Generalidades

Las dimensiones dependen, como en el caso de corriente continua, de las características de la máquina y de los coeficientes de trabajo electromagnético que se adopten y éstos a su vez determinan muchas de las características que se derivan en funcionamiento normal o en condiciones excepcionales.

Tampoco aquí es posible resolver el problema matemáticamente en todos sus aspectos planteando una serie de ecuaciones con otras tantas incógnitas para llegar a la solución por vía directa; en primer lugar, dado el gran número de ecuaciones que el sistema comportaría haciéndolo inabordable por los métodos del cálculo algebraico, y en segundo lugar por las dificultades que entraña el traducir en expresiones analíticas ciertas leyes empíricas gráficamente resueltas.

Además, no basta, al menos en teoría, con llegar a una solución sino que esta solución debiera ser la mejor posible, o, a veces, una solución de compromiso entre condiciones incompatibles, sin olvidar el aspecto económico.

Todo ello hace que el procedimiento a seguir sea el de basarse como punto de partida en la experiencia de máquinas ya elaboradas cuyo comportamiento haya sido satisfactorio introduciendo, sin embargo, las modificaciones que el buen juicio aconseje con vistas a lo que se espera conseguir o a los recursos disponibles y comprobar después por los métodos de estudio adecuados (y en último término, al llegar la máquina a la plataforma de ensayo) las propiedades que la caracterizan.

Vemos, pues, que el cálculo de máquinas requiere aún bastante experiencia para llevarlo a buen fin, sobre todo en términos económicos y dentro de los límites de un esfuerzo y tiempo prudenciales.

### 2.04.02 Parámetros fundamentales

Aunque las características de servicio a tener en cuenta sean muy numerosas y las leyes que rigen el funcionamiento de la máquina intervengan, co-

relativamente también, en gran número, se presenta la circunstancia feliz, según hemos podido ya entrever en esta 2.ª Parte del estudio, de que la cantidad de parámetros fundamentales a los que vienen ligadas todas estas características no es tan abundante como cabría esperar dada la multiplicidad de problemas que se plantean. De hecho, la inducción en el entrehierro, la carga lineal específica en el inducido y las densidades de corriente en las secciones de los devanados fijan ya buena parte de aquellas características, sobre todo si para el resto de los coeficientes de trabajo se sigue un criterio armónico, cuidando de no desorbitar o provocar congestiones locales de efecto negativo.

En las máquinas de continua ya hemos adoptado, y ahora lo vamos a repetir, el proceso de ir estableciendo las dimensiones de acuerdo con los datos que la experiencia, las Normas o el buen criterio señalan sobre los valores más adecuados de dichos parámetros. Ello no obsta para que en cualquier momento puedan rectificarse cuando la tendencia de los resultados no se halla conforme con las características deseadas. Esta tendencia se percibe mejor si el cálculo se lleva en valores relativos o porcentuales.

#### 2.04.03 Influencia del par sobre las dimensiones del alternador

Recurriendo a la ecuación del «par ficticio» de la máquina, o sea de la potencia aparente en bornes  $P_b$  por unidad de velocidad angular  $N$ :  $\left(\frac{\text{VA}}{\text{r/m}}\right)$ , vemos [2.01.13c], que aquél es siempre proporcional al volumen prismático del inducido  $V_{\square}$  a la inducción teórica senoidal  $\hat{B}_{\delta_0}$  correspondiente a la tensión en bornes por fase  $U_f$  y a la carga lineal específica  $q$

$$M_b = \frac{P_b \cdot 1000}{N} = \frac{P_b}{\left(\frac{N}{1000}\right)} = 1,165 \xi V_{\square} \left(\frac{q}{100} \hat{B}_{\delta_0}\right) \left(\frac{\text{VA}}{\text{r/m}}\right) \quad [2.04.03 \text{ a}]$$

$$(P_b \text{ en kVA, } V_{\square} \text{ en dm}^3, q \frac{\text{Ac}}{\text{cm}}, \hat{B}_{\delta_0} \text{ en T})$$

La máquina puede desarrollar un par aparente específico, por unidad de volumen (coeficiente de utilización  $C$ )

$$C = \frac{M_b}{V_{\square}} = 1,165 \xi \left(\frac{q}{100} \hat{B}_{\delta_0}\right) \left(\frac{\text{VA/r/m}}{\text{dm}^3}\right) \quad [2.04.03 \text{ b}]$$

que dependen exclusivamente de  $\hat{B}_{\delta_0}$  y de  $q$  ya que el factor de bobinado  $\xi$  varía muy poco dentro de cada tipo de máquina (para los arrollamientos tri-

fásicos, alrededor de 0,96) y vendrá fijado por consideraciones adicionales de pureza de onda o facilidades constructivas.

La ecuación [b] es válida para una máquina de cualquier número de fases  $m$  y con frecuencia  $f$  cualquiera, si bien ésta, conjuntamente con el número de polos  $2p$  determina la velocidad de giro  $N$  según la ecuación

$$\boxed{f = \frac{pN}{60}} \quad \text{o} \quad N = \frac{60f}{p} \quad [2.04.03 \text{ c}]$$

$$(f \text{ en Hz, } N \text{ en r/m})$$

Sentados los coeficientes de trabajo  $\hat{B}_{\delta_0}$  y  $q$ , el volumen prismático  $V_{\square}$  nos fija ya, absolutamente, el par ficticio  $M_b$  que podemos obtener de la máquina, pero no su potencia en bornes, la cual será proporcional a la velocidad de giro  $N$ . Interesará, pues, desde el punto de vista económico fijar esta velocidad lo más alta posible, es decir, adoptar un número reducido de polos.

#### 2.04.04 Velocidad de giro

Sin embargo, la velocidad de giro de un alternador rara vez puede elegirla libremente el constructor del mismo ya que debe subordinarse a la de la máquina motriz (turbina hidráulica o de vapor, motor Diesel) con la cual suele ir directamente acoplado.

La máquina motriz acostumbra estar sometida a limitaciones técnicas y económicas mucho menos flexibles que las de las máquinas eléctricas por lo que se refiere a la velocidad de rotación conveniente, una vez establecida la potencia, así como la naturaleza del agente energético (agua, vapor, gas), y, en vista de ello, es casi siempre la máquina eléctrica la que debe acomodarse a la velocidad de giro que fije el constructor del motor.

Los grupos accionados por turbina de vapor o de gas son los más rápidos, de 3000 ó 1500 r/m. (1) con potencias siempre considerables. Las centrales hidroeléctricas se desenvuelven entre una gama amplísima de velocidades normales según las condiciones del salto y del valor que determinan para las constantes características del rodete, sin perder de vista las velocidades de embalamiento y las de regulación por inercia. Este último punto exige disponer además en el grupo, como mínimo, de un  $(GD^2)$  señalado según sea la velocidad de giro adoptada, el cual, la mayor parte de las veces, no puede conseguirse añadiendo sobre el eje un simple volante y en tal caso ha de ser el alternador mismo quien acumule la energía cinética necesaria para hacer

(1) Para sistemas de 50 Hz. En los EE. UU. y su zona de influencia económica, donde la frecuencia adoptada es de 60 Hz, 3600 y 1800 r/m, respectivamente.

frente a las oscilaciones de carga; ello influye a priori sobre las dimensiones del rotor y de rechazo sobre el diámetro del estator.

La fijación del  $GD^2$  debe hacerla el turbinista basándose en las condiciones que le son impuestas para conseguir una regulación adecuada de la velocidad de giro, o, dicho con más precisión, del margen por exceso o por defecto de velocidad admisible durante los períodos transitorios de cargas o descargas bruscas total o parcial del grupo.

Sin embargo, esta característica ( $GD^2$ ) a la que contribuye de una manera dominante el rotor del alternador repercute con extraordinaria importancia sobre el coste de la máquina eléctrica, por lo cual convendrá, en ocasiones, llegar a una solución de compromiso entre las cifras óptimas desde el punto de vista hidráulico y desde el punto de vista eléctrico.

Los alternadores hidráulicos más rápidos asociados a ruedas PELTON de gran salto y caudal relativamente bajo, no suelen pasar de 1000 r/m bajando desde 750 hasta unas 200 r/m con turbinas FRANCIS, a medida que aumenta el número de r/m característico de la turbina, quedando por bajo de 100 r/m con turbinas hélice o KAPLAN de escaso salto y gran caudal. Inversamente, las velocidades de embalamiento crecen al disminuir las nominales de la turbina y pasan de 1,8 veces la de régimen para las PELTON de 1000 a 750 r/m hasta llegar a unas 3,5 veces con turbinas KAPLAN de doble regulación.

Los motores Diesel son también lentos aunque para las más pequeñas potencias se llega hoy día excepcionalmente a 1500 r/m. Ni en ellos, ni en las turbinas de vapor, la velocidad de embalamiento entra en consideración pero cuando el accionamiento es por máquinas alternativas de pistón se requiere que la máquina eléctrica, dotada de un gran momento de inercia a expensas de aumentar el diámetro, contribuya a atenuar los efectos de las pulsaciones del par motor. El coeficiente de irregularidad en la velocidad cíclica de giro no debe exceder de 1/300 para suministros de alumbrado y 1/200 para los de fuerza.

Cuando la máquina sincrónica ha de trabajar solamente como compensador de fase, se puede adoptar una velocidad de giro tan elevada como lo permita la construcción mecánica. Los de gran potencia, sin eje saliente, son de fácil refrigeración por hidrógeno.

Por excepción, algunos alternadores muy pequeños, hasta unos 200 kVA, van acoplados al motor por correas y entonces se adopta para aquél la velocidad de giro más alta compatible con la transmisión.

Sentada, pues, con la consideración debida a la máquina motriz, la velocidad de giro  $N$ , (r/m), y con ello el número de polos del alternador  $p = \frac{60 f}{N}$  basta fijar los valores de  $\hat{B}_{\delta_0}$  y  $q$  para que el volumen prismático  $V_{\square} = D^2 L$  quede perfectamente determinado.

Vamos, pues, a exponer a continuación las razones que pueden influir en la elección de aquellos dos parámetros, según afectan al funcionamiento de la máquina, y a señalar recomendaciones sobre los mismos que si bien no

han de tomarse como normas absolutas contribuirán a orientar favorablemente los cálculos.

2.04.05 Inducción máxima admisible en el entrehierro y carga lineal específica

El primero de dichos parámetros  $\hat{B}_{\delta_0}$  supuesta de momento la máquina en vacío y la onda de inducción senoidal, influye sobre las condiciones en todo el circuito magnético; la saturación de la máquina, la excitación necesaria, la distorsión de la onda de f.e.m. en carga y la regularidad del voltaje ante las variaciones de corriente y  $\cos \varphi$ ; el margen de elección que la práctica señalada es muy pequeño.

Cuanto a la carga lineal  $q$ , afecta principalmente a la caída por reactancia de dispersión, a la reacción de inducido y al calentamiento, oscilando entre límites relativamente mayores que  $\hat{B}_{\delta_0}$ . Tanto una como otra magnitud pueden ser más elevadas a medida que aumenta la velocidad periférica del rotor.

Como base de un primer tanteo cabe, pues, fijar los valores de  $\hat{B}_{\delta_0}$  y de  $q$  partiendo de experiencias con máquinas similares anteriormente construidas, en función de la velocidad tangencial  $v$ . La mejor disposición del espacio rotórico al aumentar el número de polos (tendencia al paralelismo de los ejes polares) permite tomar para una misma velocidad  $v$  valores más altos de aquellos parámetros en las máquinas de muchos polos; por eso en las recomendaciones se tiene también en cuenta el valor de  $2p$  haciendo depender  $\hat{B}_{\delta_0}$  y  $q$  de  $v$  y de  $p$  al mismo tiempo. A partir de  $2p = 12$  polos, la mejora es, sin embargo, insignificante.

La velocidad periférica de la máquina,  $v$ , y el paso polar  $\tau_p$ , se hallan íntimamente ligados entre sí en cuanto la frecuencia  $f$  ha sido establecida;

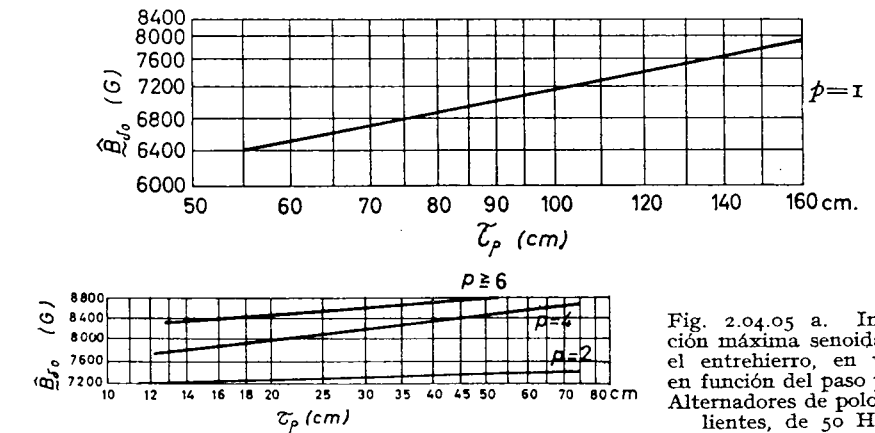


Fig. 2.04.05 a. Inducción máxima senoidal en el entrehierro, en vacío en función del paso polar Alternadores de polos salientes, de 50 Hz.

incluso, para  $f = 50$  Hz, ambos valores expresados el primero en m/s y el segundo en cm son numéricamente iguales de modo que a un paso polar de 30 cm le corresponde, independientemente del número de polos, una velocidad lineal de 30 m/s y así sucesivamente.

En efecto, puesto que

$$v = \frac{\pi D N}{60} \text{ (m/s)}$$

( $D$  en m y  $N$  en r/m)

y

$$f = \frac{p N}{60} \text{ (Hz)} \quad \text{o} \quad N = \frac{60 f}{p} \text{ (r/m)},$$

es

$$v = \frac{\pi D}{60} \frac{60 f}{p} = \frac{\pi D}{2 p} 2 f = 2 f \tau_p \text{ (m/s)}. \quad [2.04.05 \text{ a}]$$

En particular, si  $f = 50$  Hz,

$$v = 100 \tau_p \text{ (m/s)} \\ (\tau_p \text{ en m})$$

lo cual equivale a decir que, a 50 Hz, el paso polar expresado en cm arroja la misma cifra que la velocidad tangencial de la máquina en m/s.

Esta relación, o la identidad aritmética entre ambas magnitudes, permite tomar como referencia para elegir la inducción máxima  $\hat{B}_{\delta_0}$  en vacío, indistintamente la velocidad periférica  $v$  en m/s o el paso polar  $\tau_p$  en cm.

Las figuras 2.04.05 a y b proporcionan una orientación sobre los valores que conviene adoptar para  $\hat{B}_{\delta_0}$  y  $q$  en función de  $\tau_p$  (o de  $v$  según [a]) magnitudes que, sin embargo, aún no conocemos. Dichas curvas son válidas para alternadores de 50 Hz que hayan de trabajar con un  $\cos \varphi$  alrededor de 0,7.

### 2.04.06 Elección del paso polar

Al ser  $\tau_p$  la dimensión básica para la selección de los parámetros citados,  $\hat{B}_{\delta_0}$  y  $q$ , nos conviene transformar la fórmula del coeficiente de utilización  $C = \frac{M_b}{V_{\square}}$  expresando el volumen prismático  $V_{\square}$  en función del paso polar  $\tau_p = \frac{\pi D}{2p}$ . Introduzcamos para ello una nueva relación

$$\lambda = \frac{L}{\tau_p} \quad [2.04.06 \text{ a}]$$

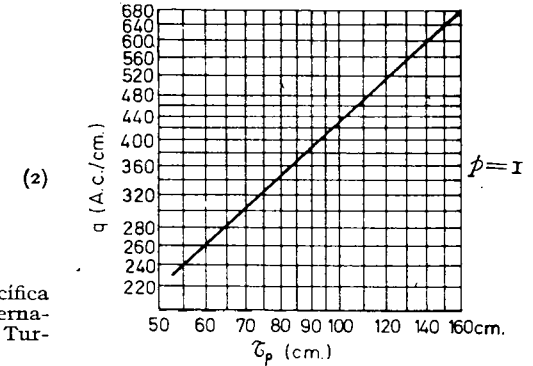
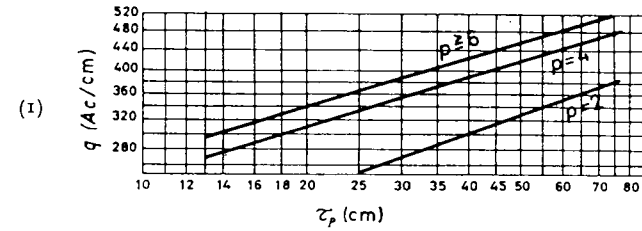


Fig. 2.04.05 b. Carga lineal específica  $q$  en función del paso polar. (1) Alternadores de polos salientes de 50 Hz. (2) Turboalternadores

entre la longitud del inducido y el paso polar, la cual, de camino, nos dará idea del grado relativo de aprovechamiento del cobre y del hierro en la máquina. A medida que  $\lambda$  es mayor predomina en las bobinas la parte activa a expensas de reducirse la sección neta de los circuitos magnéticos para un mismo peso del hierro.

$$C = \frac{M_b}{V_{\square}} = \frac{P_b/N}{D^2 L} = \frac{\left(\frac{P_b}{60 f/p}\right)}{\left(\frac{2p \tau_p}{\pi}\right)^2 \tau_p \lambda} = \frac{P_b}{24,4 (f \lambda p \tau_p^3)} \left(\frac{VA}{\text{dm}^3}\right)$$

( $P_b$  en W,  $N$  en r/m,  $f$  en Hz,  $\tau_p$  en dm)

de donde

$$\frac{P_b}{f p \lambda} = 24,4 C \tau_p^3 \quad [2.04.06 \text{ b}]$$

siendo, [2.04.03 b],

$$C = 1,165 \xi \left( \frac{q}{100} \hat{B}_{\delta o} \right) \left( \frac{VA}{\frac{r}{m} \frac{dm^3}{dm^3}} \right) \quad [2.04.06 c]$$

( $q$  en Ac/cm,  $\hat{B}_{\delta o}$  en T).

Por tanto, de [b] y [c],

$$\left( \frac{P_b}{f p \lambda} \right) = 28,4 \xi \tau_p^3 \left( \frac{q}{100} \hat{B}_{\delta p} \right) \left( \frac{VA/Hz}{\text{par de polos}} \right) \quad [2.04.06 d]$$

Esta magnitud, con la frecuencia  $f$  dada y para una cierta relación  $\lambda$ , representa la potencia aparente en bornes que pueda generarse en la máquina por par de polos y vemos que es independiente, en principio, de la velocidad de giro y sí, únicamente, del paso polar que se adopte; indirectamente, pues, de la velocidad tangencial del rotor, ya que hemos observado cómo los valores admisibles tanto de  $q$  como de  $\hat{B}_{\delta o}$  dependerán fundamentalmente de dicha velocidad  $v$  (o de  $\tau_p$  a frecuencia convenida) según las curvas de las figuras 2.04.05 a y b.

Si ponemos  $P_b$  en kVA y  $\tau_p$  en cm y hacemos  $f = 50$  Hz y  $\lambda = 1$ , tendremos, con  $q$  en Ac/cm y  $\hat{B}_{\delta o}$  en T,

$$\frac{P \cdot 10^3}{50 \cdot p \cdot 1} = 28,4 \xi (\tau_p^3 \cdot 10^{-3}) \left( \frac{q}{100} \hat{B}_{\delta o} \right)$$

$$\boxed{\frac{P_b}{p} = 1,42 \xi \left( \frac{\tau_p}{10} \right)^3 \left( \frac{q}{100} \hat{B}_{\delta o} \right)} \left( \frac{\text{k VA}}{\text{par de polos}} \text{ a } 50 \text{ Hz y } \lambda = 1 \right) \quad [2.04.06 e]$$

Teniendo en cuenta, pues, las figuras citadas 2.04.05 a y b, válidas ambas si  $f = 50$  Hz, podemos dibujar una gráfica de los valores que cabe prever para la potencia aparente en kVA por par de polos ( $P_b/p$ ), con alternadores normales de dicha frecuencia, en función del paso polar  $\tau_p$  en cm o, lo que es equivalente, de la velocidad tangencial  $v$  en m/s suponiendo que la longitud  $L$  del inducido sea igual al referido paso polar  $\tau_p$ .

La fig. 2.04.06 a y b representan estos gráficos que una vez trazados podremos utilizarlos en sentido inverso: dada la potencia en bornes que hay que

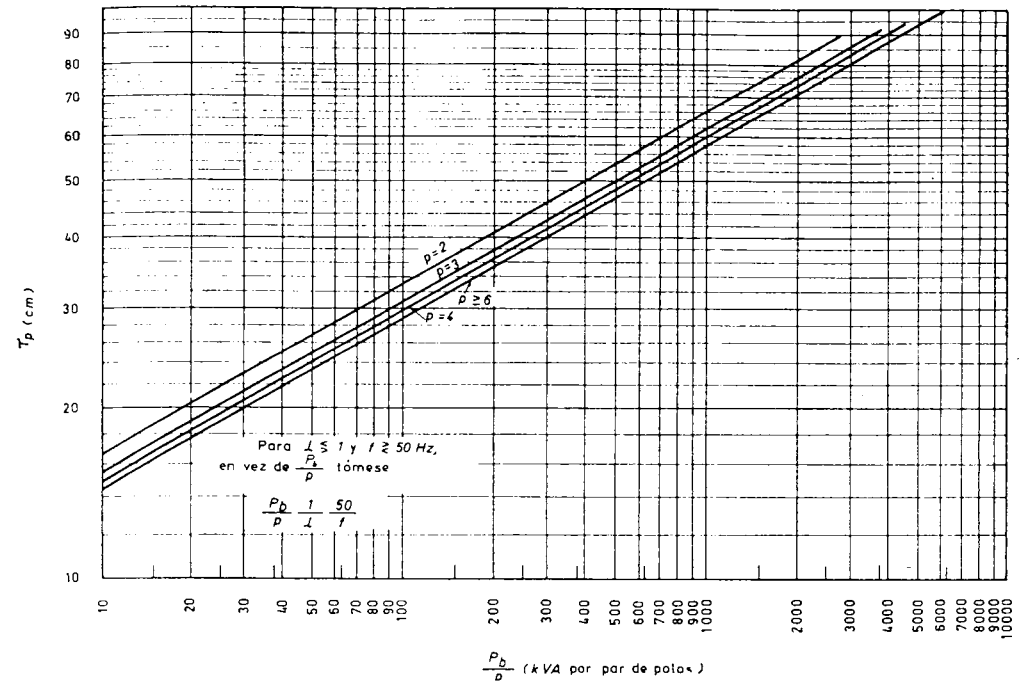


Fig. 2.04.06 a. Paso polar  $\tau_p$  en función de la potencia aparente por par de polos  $\frac{P_b}{p}$  a 50 Hz y  $\lambda = \frac{L}{\tau_p} = 1$   
Alternadores de polos salientes para  $\cos \varphi = 0,7$

generar (kVA por par de polos),  $P_b/p$ , elegir el paso polar adecuado  $\tau_p$  (cm) o la velocidad periférica  $v$ (m/s) conveniente.

Las curvas de la figura a son para alternadores trifásicos de polos salientes y las de la figura b para turbo alternadores. Unas y otras se han establecido, suponiendo, como, decimos  $\lambda = 1$ , ( $L = \tau_p$ ) y  $f = 50$  Hz, y con las cargas específicas  $\hat{B}_{\delta o}$  (T) y  $q$  (Ac/cm) convenientes para máquinas que trabajen con  $\cos \varphi = 0,7$  en las del primer tipo (fig. 2.04.05 a) y con  $\cos \varphi = 0,8$  en las del segundo (fig. 2.04.05 b). Las correcciones que hay que tener en cuenta en otros casos son las siguientes.

a) *Influencia de  $\lambda$* . La potencia por polo ( $P_b/p$ ) varía proporcionalmente con  $\lambda$ .

b) *Influencia de  $f$* . La potencia varía también proporcionalmente a la frecuencia dentro de los límites industriales de 40 a 60 Hz. En los alter-

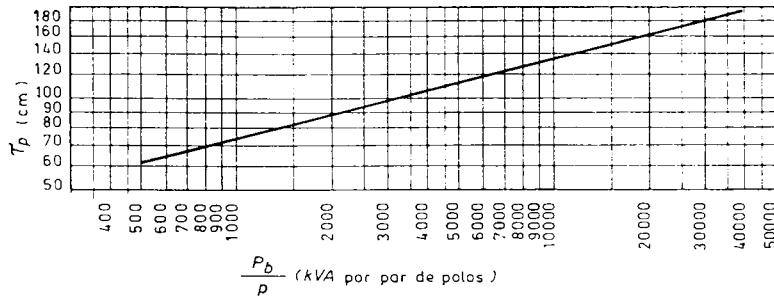


Fig. 2.04.06 b. Paso polar  $\tau_p$  en función de la potencia aparente por par de polos

$$\frac{P_b}{p} \text{ (kVA por par de polos)}$$

$$\frac{P_b}{p} \text{ a } 50 \text{ Hz. y } \lambda = \frac{L}{\tau_p} = 1$$

Turboalternadores para  $\cos \varphi = 0,8$ .

Para  $\lambda > 1$  y  $f < 50$  Hz, en lugar de  $\frac{P_b}{p}$ , tómesese  $\frac{P_b}{p} \lambda f$

nadores especiales de frecuencia superior (por ejemplo 400... 1000 Hz, para alimentación de motores ultrarrápidos y hornos de inducción) la potencia aumenta en menor escala que la frecuencia e incluso hay que recurrir a chapas magnéticas de grueso inferior (hasta 0,1 mm en lugar de 0,5 mm normal) a fin de limitar las pérdidas en el hierro.

Por el contrario, a baja frecuencia (16 + 2/3 ó 25 Hz en tracción eléctrica) la potencia que puede obtenerse es algo superior a la que se deduciría de la reducción proporcionalmente a  $f$  pero como en este caso se trata casi siempre de alternadores monofásicos, la potencia específica o por unidad de volumen descende en gran medida según veremos a continuación.

c) *Influencia del número de polos  $2p$ .* Las gráficas de la figura a para alternadores de polos salientes ya recogen la mejoría que se desprende de la disposición polar al aumentar el valor de  $p$ .

d) *Influencia de la tensión.* Las curvas dadas para alternadores de polos salientes corresponden a máquinas de unos 6 kV tensión de línea. Al aumentar el voltaje la potencia que puede obtenerse por polo disminuye como consecuencia del mayor aislamiento requerido. Esta disminución es relativamente tanto mayor cuanto menor es la potencia de la máquina.

e) *Influencia del  $\cos \varphi$ .* Los valores de las curvas para máquinas de polos salientes están recogidos a base de alternadores que hayan de trabajar con  $\cos \varphi = 0,7$ .

Para  $\cos \varphi = 0,8$  vienen a ser un 5 % más elevado

Para  $\cos \varphi = 1$ . vienen a ser un 10 % más elevado

»  $\cos \varphi = 0$ . » » » 15 % » reducido

f) *Influencia del número de fases.* En monofásica, el coeficiente de utilización y por tanto el valor de  $P_b/p$  a igualdad de las demás condiciones, es solamente un 60 % del que corresponde a un alternador trifásico (Véase 2.01.14. Ejemplo 2.º, c).

g) *Influencia del bobinado inductor.* Se ha supuesto implícitamente que las bobinas polares llevan devanados de pletina dobladas de canto en una sola capa. Con arrollamientos inductores en varias capas se reduce algo la potencia disponible.

h) *Influencia de la velocidad de embalamiento.* Para los alternadores acoplados a turbinas hidráulicas, susceptibles de fuerte embalamiento, la velocidad tangencial en tales condiciones no debe exceder de un cierto límite que depende del tipo de construcción mecánica; hoy día se llega hasta 160 m/s con rotores de una pieza y 140 m/s en los de varias piezas, y máquinas de polos salientes. Esto constituye a su vez un tope para la velocidad periférica nominal y por tanto para el paso polar ligado a ella por la ecuación [2.04.05 a]  $v = 2f\tau_p$ ; ( $v$  en m/s,  $\tau_p$  en m).

En los turboalternadores se alcanzan en servicio normal velocidades tangenciales del orden de 150 m/s y aun por encima ya que la construcción del rotor es más segura y no hay que contar con embalamientos superiores a un 20 %.

i) *Influencia del  $(GD^2)$ .* Ya hemos dicho que es regla casi general el que los alternadores hidráulicos tengan que preverse para acumular en su sistema rotórico un cierto  $(GD^2)$  fijado por el constructor de la turbina a fin de limitar las variaciones de frecuencia con la carga en tanto reacciona el regulador automático de velocidad cuya respuesta no puede ser tan rápida que provoque un golpe de ariete insoportable para la tubería y sus órganos. La conjugación de todas estas exigencias impone a veces soluciones difíciles al constructor del alternador que ha de transformar el sistema polar en un volante de inercia con fuerte  $(GD^2)$  y le obliga a aumentar el diámetro todo lo posible mientras no se rebase la velocidad tangencial límite para caso de embalamiento. Ello conduce a alternadores de proporciones y construcción anormales cuanto a la solución óptima como máquina eléctrica, a los cuales no alcanzan las recomendaciones de tipo general constituidas por los datos que se desprenden de la fig. 2.04.05 a, debiendo ser objeto cada caso de un estudio particular precedido de diversos tanteos preliminares a fin de acercarse a la solución más conveniente.

Dada, pues, la potencia  $P_b$  (kVA) del alternador, la frecuencia  $f$  (Hz) y la velocidad de giro  $N$  (r/m) quedan determinados el número de pares de polos

$$p = \frac{60 f}{N} \text{ (pares de polos)}$$

y la potencia por par de polos

$$\frac{P_b}{p} \left( \frac{\text{kVA}}{\text{par de polos}} \right)$$

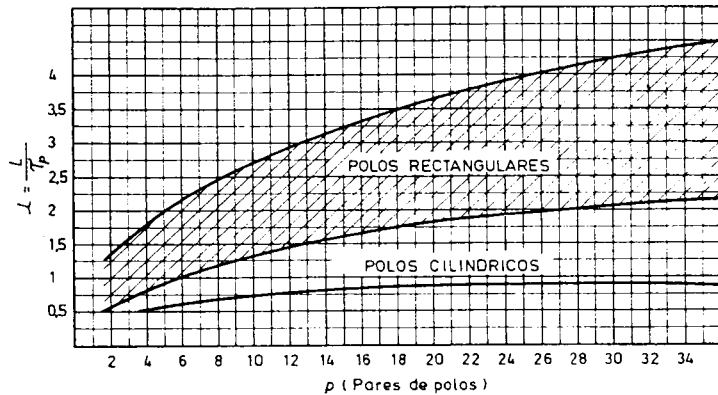


Fig. 2.04.06 c. Relación  $\lambda = \frac{L}{\tau_p}$  para alternadores de polos salientes.

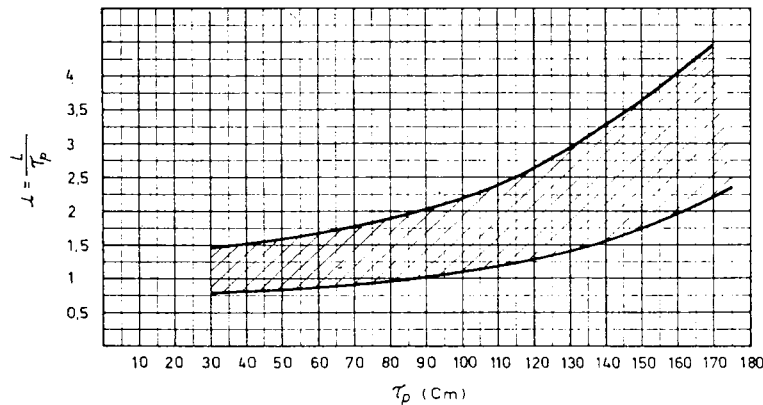


Fig. 2.04.06 d. Relación  $\lambda = \frac{L}{\tau_p}$  para turboalternadores.

Si  $f = 50$  Hz se entra con este valor de  $P_b/p$  como abscisa en las figuras 2.04.06 a o b y se tendrá directamente en ordenadas al paso polar  $\tau_p$  (cm) recomendado supuesto  $\lambda = L/\tau_p = 1$ .

Sin embargo, el valor citado de  $\lambda$  no suele convenir salvo para alternadores corrientes de pocos polos; en general, se toma  $\lambda < 1$  pero existe una gran latitud en la selección de este parámetro según el destino de la máquina. A veces queda por bajo de la unidad (alternadores de núcleos polares redondos y los de tipo volante de inercia) mientras que llega a 3,5 en los alternadores de polos salientes acoplados a turbinas muy lentas ya que de otro modo resulta imposible conseguir la potencia necesaria al ser el inducido excesivamente corto. Las figs. 2.04.06 c y d muestran una orientación preliminar sobre los posibles valores de  $\lambda = L/\tau_p$  en función de  $p$  para los alternadores de polos salientes y de  $\tau_p$  en los turbogeneradores.

Se impone, pues, adoptar una cifra provisional de  $\lambda$  y entonces se acude a los gráficos a o b tomando como abscisa, no el valor real de  $P_b/p$  sino el de la potencia por par de polos dividido por  $\lambda$ , esto es,

$$\frac{P_b/p}{\lambda} \left( \frac{\text{kVA}}{\text{par de polos}} \right)$$

para obtener por las curvas citadas el valor de  $\tau_p$  (cm).

Teniendo en cuenta que la misma cifra del paso polar en cm nos da la de la velocidad periférica del rotor en m/s se examina si este valor es apropiado a la construcción de la máquina según la velocidad tangencial de embalamento a que conduce y de no ser así se modifica.

Cuando la frecuencia  $f$  es distinta de 50 Hz, por ejemplo, se proceda análogamente, pero entrando en abscisas sobre las curvas 2.04.06 a o b con

$$\frac{P_b/p}{\lambda} \frac{50}{f} \left( \frac{\text{kVA}}{\text{par de polos}} \right)$$

y del valor de  $\tau_p$  se pasa al de la velocidad tangencial por la relación

$$v = \tau_p \frac{f}{50} \text{ (m/s)}$$

( $\tau_p$  en cm)

De este modo, tras algunos tanteos y comprobaciones rápidas, quedan determinados los valores de  $\lambda$  y  $\tau_p$ , y mediante este último se deducen por fin los de  $\hat{B}_{\delta_0}$  y  $q$  recomendables, según las curvas de las figuras 2.04.05 a y b.



Las correcciones por cualquier otro concepto de los enumerados anteriormente se efectúan de la misma manera alterando en consecuencia el valor de la potencia por par de polo que se toma como referencia para deducir el paso polar.

2.04.07 **Diámetro y longitud del inducido**

Una vez establecido el paso polar  $\tau_p$  (cm), tenemos evidentemente

$$D = \frac{2 p \tau_p}{\pi} \text{ (cm)}$$

La elección de  $\hat{B}_{\delta_0}$  y  $q$  de acuerdo también con  $\tau_p$  nos proporciona el valor del par aparente específico, [2.04.03 b],

$$C = 1,165 \xi \left( \frac{q}{100} \hat{B}_{\delta_0} \right) \frac{\text{VA}/\text{r/m}}{\text{dm}^3}$$

( $q$  en Ac/cm,  $\hat{B}_{\delta_0}$  en T)

y con ello el volumen prismático necesario  $V_{\square}$ , [2.04.03 a],

$$V_{\square} = \frac{M_b}{C} = \frac{\left( \frac{P_b}{N/100} \right)}{C} \text{ (dm}^3\text{)}$$

( $P_b$  en kVA,  $N$  en r/m,  $C$  en  $\frac{\text{VA}/\text{r/m}}{\text{dm}^3}$ )

de lo cual se desprende la longitud  $L$  del inducido

$$L = \frac{V_{\square}}{D^2} \text{ cm}$$

( $V_{\square}$  en  $\text{cm}^3$ ,  $D$  en cm).

También, evidentemente

$$L = \lambda \tau_p \text{ (cm)}$$

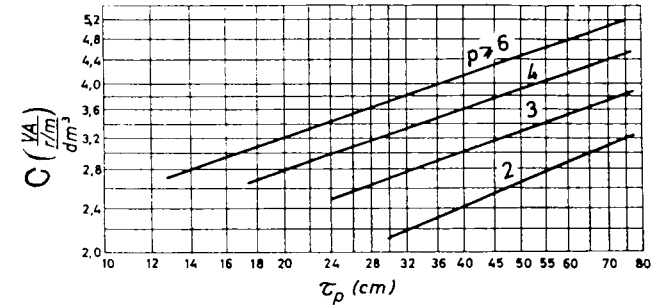


Fig. 2.04.07 a. Coeficiente de utilización  $C$  (par por unidad de volumen primático) de los alternadores de 6kV y  $\cos \varphi = 0,7$ .

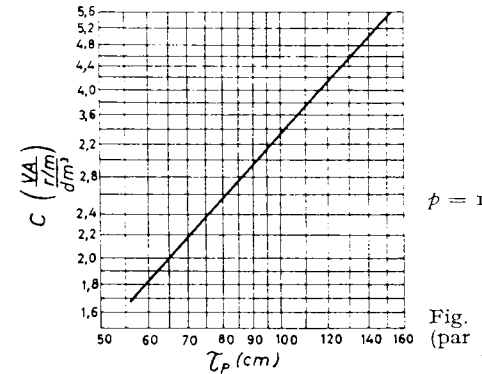


Fig. 2.04.07 b. Coeficiente de utilización  $C$  (par por unidad de volumen primático) de los turboalternadores para  $\cos \varphi = 0,8$ .

A título de comparación las figs. 2.04.07 a y b muestran los valores que suelen resultar normalmente para  $C$ , siempre en función del paso polar que es la magnitud más característica de los alternadores como elemento determinante de los parámetros de trabajo.

Las curvas de dicha figura pueden utilizarse a su vez para deducir el valor de  $L$ , una vez conocido  $\tau_p$  y, por tanto,  $D$ , antes de establecer los valores de  $\hat{B}_{\delta_0}$  y  $q$ .

2.04.08 **Ejemplos**

*Ejemplo 1.º* Calcular el diámetro y la longitud de inducido de un alternador de 1200 kVA 6,3 kV, 60 Hz, 300 r/m,  $\cos \varphi = 0,7$ .

El número de pares de polos es

$$p = \frac{60f}{N} = \frac{60 \cdot 60}{300} = 12$$

La potencia aparente por par de polos

$$\frac{P_b}{p} = \frac{1200}{12} = 100 \text{ kVA/par de polos}$$

Para  $p = 12$ , la fig. 2.04.06 c nos indica que  $\lambda$  puede variar entre 1,5 y 3,0. Ponemos  $\lambda = 1,5$  puesto que el alternador es lento y de baja potencia

$$\left(\frac{P_b}{p}\right) \frac{1}{\lambda} \frac{50}{f} = \frac{100}{1,5} \frac{50}{60} = 55,6 \frac{\text{kVA}}{\text{par de polos}}$$

Llevando como abscisa esta cifra en la fig. 2.04.06 a la recta  $p \geq 6$  nos señala un valor conveniente de  $\tau_p = 24$  cm y por tanto

$$D = \frac{2p\tau_p}{\pi} = \frac{2 \cdot 12 \cdot 24}{3,14} = 183 \text{ cm}$$

$$L = \lambda\tau_p = 1,5 \cdot 24 = 36 \text{ cm.}$$

Comprobemos que la fig. 2.04.07 a del coeficiente de utilización conduce al mismo resultado

El par aparente vale, [2.04.03 a],

$$M_b = \frac{P_b}{N/1000} = \frac{1200}{0,3} = 4000 \frac{\text{VA}}{\text{r/m}}$$

El coeficiente de utilización que puede obtenerse con  $\tau_p = 24$  cm y  $p \geq 6$ , pares de polos es, según la fig. 2.04.07 a,  $C = 3,42 \left(\frac{\text{VA}}{\text{r/m}}\right) \text{ dm}^3$  de donde, [2.04.03 b],

$$V_c = \frac{M_b}{C} = \frac{4000}{3,42} = 1170 \text{ dm}^3$$

y por tanto

$$L = \frac{V_c}{D^2} = \frac{1170}{18,3^2} = 3,5 \text{ dm}$$

valor prácticamente el mismo antes hallado, salvando la imprecisión de las lecturas. Comprobemos por último que el establecimiento de los parámetros recomendables de trabajo nos conduce al coeficiente de utilización previsto.

Para  $\tau_p = 24$  cm y  $p \geq 6$ , la fig. 2.04.05 a nos señala una inducción teórica senoidal en el entrehierro, correspondiente a la tensión en vacío,  $\hat{B}_{\delta_0} = 0,81$  T y la fig. 2.04.05 b una carga lineal específica  $q = 360$  Ac/cm. Supongamos, en principio,  $\xi = 0,955$ . De aquí se deduce [2.04.03 b],

$$C = 1,65 \xi \left(\frac{q}{100} \hat{B}_{\delta_0}\right) = 1,165 \cdot 0,955 \cdot 3,6 \cdot 0,81 = 3,33 \frac{\text{VA}}{\text{dm}^3}$$

que coincide muy aproximadamente con el valor 3,42 tomado directamente de las curvas 2.04.07 a del par específico.

*Ejemplo 2.º* Calcular el diámetro y la longitud de inducido de un alternador de 10.000 kVA, 14 kV, 750 r/m, 50 Hz,  $\cos \varphi = 0,8$ . Tenemos

$$p = \frac{60f}{N} = \frac{60 \cdot 50}{750} = 4 \text{ pares de polos}$$

$$\frac{P_b}{p} = \frac{10000}{4} = 2500 \text{ kVA por par de polos}$$

Para  $p = 4$ , la fig. 2.04.06 c nos recomienda  $\lambda = 0,85 \dots 1,85$ ; adoptemos  $\lambda = 1,5$  ya que se trata de un alternador rápido, vista su potencia, y convendrá disminuir en lo posible el diámetro. Como la tensión es bastante superior a 6 kV la constante de utilización será inferior a la que nos darían las curvas previstas para 6 kV. Consideremos, pues, que la potencia a este último voltaje podría ser un 10 % más elevada. Sin embargo, siendo el  $\cos \varphi = 0,8$  en lugar de 0,7, supondremos que con  $\cos \varphi = 0,7$  la potencia aparente descendiera posiblemente un 5 %.

Al tomar como punto de partida la figura 2.04.06 a nos basaremos, pues, en la siguiente relación modificada

$$\frac{1,10}{1,05} \left(\frac{P_b}{p} \frac{1}{\lambda} \frac{50}{f}\right) = 1,05 \cdot \frac{2500}{1,5} \frac{50}{50} = 1750 \text{ kVA/par de polos}$$

referida a 50 Hz, 6 kV,  $\cos \varphi = 0,7$  y  $\lambda = 1$ . La fig. 2.04.06 a nos da entonces para  $p = 4$  como valor recomendable de  $\tau_p$  unos 70 cm.

El diámetro

$$D = \frac{2p\tau_p}{\pi} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 70}{3,14} = 178,5 \text{ cm}$$

y la longitud total del inducido

$$L = \lambda\tau_p = 1,5 \cdot 70 = 105 \text{ cm}$$

De la misma manera comprobaríamos que las recomendaciones de la inducción  $\hat{B}_{\delta_0}$ , de la carga lineal específica  $q$  y del coeficiente de utilización  $C$  conducen a resultados similares.

En efecto:

Supongamos un factor de bobinado  $\xi = 0,92$ , (párr. 2.04.25, ej. 2.º).  
Según [2.04.03 b],

$$C = 1,165 \xi \left( \frac{q}{100} \hat{B}_{\delta_0} \right) = 1,165 \cdot 0,92 \cdot 4,65 \cdot 0,865 = 4,33 \frac{\text{VA}/\text{m}^3}{\text{dm}^3}$$

En realidad, los coeficientes de trabajo  $q$  y  $\hat{B}_{\delta_0}$  deberían tomarse algo inferiores, dados los mayores gruesos de aislamiento que la tensión requiere con respecto a la de 6 kV; de aquí el coeficiente 1,05 antes introducido para la potencia básica de cálculo. Así  $C$  vendría a resultar aproximadamente igual a

$$\frac{4,33}{1,05} = 4,13 \frac{\text{VA}/\text{m}^3}{\text{dm}^3}$$

Con el diámetro  $D = 17,85$  dm y la longitud  $L = 10,5$  dm, el volumen prismático resulta

$$V_0 = 17,85^2 \cdot 10,5 = 3350 \text{ dm}^3$$

de donde el coeficiente de utilización efectivo de la máquina,

$$C = \frac{\left( \frac{P}{N/1000} \right)}{V_0} = \frac{\left( \frac{10000}{0,75} \right)}{3350} = 3,98 \frac{\text{VA}/\text{m}^3}{\text{dm}^3}$$

no muy diferente del que acabamos de deducir partiendo de los parámetros recomendables.

La figura de orientación 2.04.07 a nos da para  $\tau_p = 70$  cm y  $p = 4$  pares de polos,

$$C = 4,4 \frac{\text{VA}/\text{m}^3}{\text{dm}^3}$$

La máquina construida lo ha sido en realidad con  $\eta = 180$  cm,  $L = 105$  cm,  $\tau_p = 70,7$  cm,  $V_0 3400 \text{ dm}^3$  y  $C = 3,92 \frac{\text{VA}/\text{m}^3}{\text{dm}^3}$ , inferior, aún, a las cifras anteriores, como consecuencia de hacerla trabajar con unas inducciones bastante reducidas. Nótese que el paso polar de 70,7 cm equivale a una velocidad tangencial de 70,7 m/s en sincronismo, bastante alta.

Este alternador movido por una turbina FRANCIS que alcance una velocidad de embalamiento de 1,8 veces la nominal llega en tales condiciones a los 127 m/s ya próxima al límite de las construcciones posibles con máquinas de polos salientes.

*Ejemplo 3.º* Calcular el diámetro y la longitud de inducido de un turboalternador de 64 MVA, 10,5 kV, 3000 r/m, 50 Hz,  $\cos \varphi = 0,8$ .

$$\text{Pares de polos } p = \frac{60 f}{N} = \frac{60 \cdot 50}{3000} = 1.$$

$$\text{Potencia aparente por par de polos } \frac{P_s}{p} = 60 \text{ MVA.}$$

Aunque de momento no sabemos cuál será el paso polar de la máquina, como la potencia es elevada y el número de polos, mínimo, el valor de  $\tau_p$  deberá ser de los más altos. Supongamos provisionalmente que se halle alrededor de los 160 cm. La figura 2.04.06 b indica que  $\lambda$  debe quedar comprendida entre 2,0 y 4,0. Pongamos  $\lambda = 3,85$  ya que nos hallamos cerca del límite.

Siendo  $f = 50$  Hz, y  $\cos \varphi = 0,8$  los gráficos de la fig. 2.04.06 b puede utilizarse directamente.

$$\frac{(P_s/p)}{\lambda} = \frac{64}{3,85} = 16,6 \text{ MVA/par de polos para } \lambda = 1$$

Llevando este valor de referencia (16,6 kVA) a la fig. citada se obtiene un paso polar recomendable de 155 cm.

El diámetro, pues,

$$D = \frac{2p \tau_p}{\pi} = \frac{2 \cdot 155}{\pi} = 98,7 \text{ cm.}$$

Longitud total del inducido

$$L = \lambda \tau_p = 3,85 \cdot 98,7 = 390 \text{ cm.}$$

Comprobemos estos valores a través del coeficiente de utilización de la máquina. El valor que se deduce de ellos para  $C$  es

$$C = \frac{\left( \frac{P}{N/1000} \right)}{V_0} = \frac{\left( \frac{64000}{3000/1000} \right)}{9,87^2 \cdot 39} = 5,62 \frac{\text{VA}/\text{m}^3}{\text{dm}^3}$$

Si nos atenemos a las recomendaciones sobre los parámetros  $\hat{B}_{\delta_0}$  y  $q$ , hallamos en las figs. 2.04.05 c y d, para  $\tau_p = 155$  cm,  $\hat{B}_{\delta_0} = 0,8$  T y  $q = 650$  Ac/cm.

Un alternador de este tipo con solo dos polos llevará un número de ranuras por polo y fase muy elevado lo cual aproxima el factor de distribución hacia el mínimo de  $\xi_s = 0,955$  (para  $n_p = \infty$ , tabla 1.04.13a).

El montaje difícil de las bobinas en el caso de máquinas bipolares obliga a acortar el paso. Supuesto el acortamiento de 1/6 (paso del arrollamiento = 5/6 del paso polar), la tabla 1.04.15 a nos da  $\xi_y = 0,966$ . El factor de bobinado valdrá, pues, alrededor de

$$\xi = \xi_s \xi_y = 0,955 \cdot 0,966 = 0,92$$

Por tanto, [2.04.03 b],

$$C = 1,165 \xi \left( \frac{q}{100} \hat{B}_{\delta_0} \right) = 1,165 \cdot 0,92 \cdot 6,5 \cdot 0,8 = 5,57 \frac{\text{VA}/\text{m}^3}{\text{dm}^3}$$

bastante coincidente con el resultado que se obtiene partiendo de las recomendaciones geométricas ( $c = 5,62$ ).

La curva de la figura 2.04.07 b da también, como referencia sobre coeficiente de utilización,  $C = 5,55 \left( \frac{\text{VA}/\text{m}^3}{\text{dm}^3} \right)$  para  $\tau_p = 155$  cm.

### 2.04.09 Número de ranuras

Se caracteriza más bien por el de ranuras por polo y fase  $n_{pf}$

$$\boxed{n_{pf} = \frac{n}{m \cdot 2p}} \quad [2.04.09 a]$$

al cual se halla asociado el factor de distribución  $\xi_d$

En los alternadores, sobre todo en los de muchos polos, es frecuente tomar para  $n_{pf}$  un número fraccionario con lo cual se logra mejorar la forma de onda sin necesidad de acudir a un elevado número de ranuras, a la vez que se consigue mayor flexibilidad en su adaptación a los valores recomendables de los parámetros. El pasar, por ejemplo, de 2 a 3 ranuras por polo y fase implica el aumentar de golpe en 50 % el número total de ranuras; al pasar de 3 a 4, se aumenta en un 33 %, etc. Estos escalones son demasiado altos para poder ajustar convenientemente el proyecto de la máquina.

Ambas razones, mejoría de la forma de onda y aproximación gradual a las condiciones constructivas más favorables, han hecho que se extienda extraordinariamente la aplicación de los arrollamientos de alterna con un número fraccionario de ranuras por polo y fase denominados abreviadamente «devanados fraccionarios». Su aplicación es mucho más frecuente en los alternadores mientras que en los motores asíncronos apenas si se usan, salvo contadas ocasiones previamente experimentadas, porque suelen ser causa de transtornos en el arranque.

Para los alternadores es interesante la solución fraccionaria cuando  $n_{pf} \leq 4$  ranuras por polo y fase. Las reducciones que experimentan los armónicos comparadas con la de la fundamental es mayor que en los arrollamientos no fraccionario.

### 2.04.10 Devanados fraccionarios

La condición básica que deben satisfacer es la de que se mantenga una perfecta uniformidad entre los valores absolutos y entre los ángulos vectoriales de las f.e.m. resultantes para las distintas fases; esto es, que el sistema eléctrico polifásico resulte perfectamente simétrico. En ciertos casos puede tolerarse una ligera desigualdad de módulo o de fase entre la f.e.m. sin que por ello el funcionamiento llegue a ser deficiente.

Estudiaremos solamente los arrollamientos fraccionarios trifásicos clasificándolos en dos grupos principales, a saber: los de una y los de dos capas, y subdividiremos los del primer grupo en otras dos categorías según tengan o no ranuras muertas.

Nos limitaremos a resumir sus características, en particular las condiciones de compatibilidad, remitiendo al lector a otras obras especializadas para un análisis más detenido (1).

El número de ranuras por polo y fase que para un devanado trifásico viene dado por

$$n_{pf} = \frac{n}{6p}$$

lo expresaremos cuando sea fraccionario por un número mixto compuesto de la parte entera  $\varepsilon$ , que puede ser nula, y de la fracción irreducible  $\frac{\alpha}{\beta}$ , o sea

$$n_{pf} = \varepsilon + \frac{\alpha}{\beta}$$

( $\alpha$  y  $\beta$  primos entre sí)

El trazado del arrollamiento admite en general diversas soluciones sin otra condición esencial que la de reunir en serie para cada fase, y en sentido apropiado, los lados de ranura que se deducen de la estrella vectorial de las mismas.

El ángulo magnético entre ranuras sucesivas viene dado por

$$\gamma = \frac{360^\circ}{\left(\frac{n}{p}\right)} \quad (^\circ \text{ magnét.}) \quad [2.04.10 a]$$

ya que a cada par de polos o sea a cada  $(n/p)$  ranuras consecutivas le corresponden  $360^\circ$  de este género.

Nos ceñiremos, como acabamos de decir, al estudio de las posibilidades de realizar el arrollamiento. Sobre el dibujo de la estrella y del bobinado propiamente dicho puede acudirse a las obras citadas.

### 2.04.11 Devanados trifásicos fraccionarios en 1 capa sin ranuras muertas

Las condiciones de simetría de estos arrollamientos se reducen a que el divisor  $\beta$  no sea divisible por 3 y que a su vez sea divisor del número de pares

(1) Véase, por ejemplo RICHTER. «Devanados de Inducidos». Espasa Calpe Madrid. Puede consultarse también el capítulo sobre arrollamientos fraccionarios a partir de la 3.ª Edic. española del tomo V en «La Escuela del Técnico Electricista». Edit. Labor. Barcelona.



Los factores de bobinados  $\xi$  dependen del denominador  $\beta$ .

Si  $\beta$  es impar, son los mismos que se obtendrían con un arrollamiento entero que tuviera  $\beta$  veces más ranuras, es decir, donde el número aparente de ranuras por polo y fase fuera

$$n_{pf}' = \beta n_{pf} \quad [2.04.II f]$$

En la práctica resulta siempre  $n_{pf}'$  superior a 5 pudiendo adoptarse uniformemente el valor  $\xi = 0,956$  para la fundamental (tabla 1.04.I3a).

Si  $\beta$  es par,  $\xi$  depende también de  $n_{pf}' = \beta n_{pf}$  como muestra la tabla 2.04.II b. Los subíndices de  $\xi$  se refieren al orden del armónico.

Tabla 2.04.II b — Factores de bobinado para los arrollamientos fraccionarios en una capa con  $\beta = \text{par}$

$n_{pf}' = \beta n_{pf}$	$\xi_1$	$\xi_2$	$\xi_3$	$\xi_4$	$\xi_5$	$\xi_{11}$
1	0,866	0	0,866	0,866	0	0,866
2	0,933	0,500	0,067	0,067	0,500	0,933
3	0,954	0,577	0,140	0,061	0	0,061
4	0,950	0,603	0,162	0,096	0,103	0,016
5	0,952	0,621	0,179	0,118	0,167	0,058
10	0,954	0,631	0,187	0,130	0,196	0,077
20	0,954	0,635	0,191	0,135	0,208	0,084
$\infty$	0,955	0,637	0,191	0,136	0,223	0,088

Prácticamente  $\xi_1$  oscila, pues, muy poco entre 0,952 y 0,954. Las ranuras se presentan formando grupos de  $\epsilon$  y de  $(\epsilon + 1)$  por polo y fase. Hay tantos grupos como polos y precisamente, por cada  $\beta$  polos,  $(\beta + \alpha)$  grupos son de  $\epsilon$  ranuras y los restantes  $\alpha$  de  $(\epsilon + 1)$  ranuras.

2.04.12 Ejemplos

Ejemplo 1.º Un alternador trifásico para 50 Hz, 375 r/m (16 polos), tiene 84 ranuras. Devanado en 1 capa.

$$n_{pf} = \left[ \frac{2pm}{n} \right]^{-1} = \frac{86}{16 \cdot 3} = 1 + \frac{3}{4} = \epsilon + \frac{\alpha}{\beta} \text{ ranuras por polo y fase}$$

Como  $p = 8$  es divisible por  $\beta = 4 \neq 3$ , el arrollamiento es compatible [2.04.II a y b] y tabla 2.04.II a

$$\frac{p}{\beta} = p_{\beta} = \frac{8}{4} = 2$$

Puesto que

$$n_{pf}' = \beta n_{pf} = 4 \left( 1 + \frac{3}{4} \right) = 7 = \text{impar,}$$

pueden formarse como máximo un número de vías por fase, [2.04.II d], igual a  $p_{\beta} = 2$  (en total 1 ó 2 vías).

Siendo como es  $\beta = 4 = \text{par}$  y el número aparente de ranuras por polo y fase  $n_{pf}' = 7$ , el factor de bobinado estará comprendido entre 0,952 y 0,954 (tabla 2.04.II b), o sea aproximadamente  $\xi = 0,953$ .

Resultarán grupos de  $\epsilon = 1$  y  $(\epsilon + 1) = 2$  ranuras por polo y fase; tantos grupos como polo, o sea 16.

En cada serie de  $\beta = 4$  polos habrá  $\beta - \alpha = 4 - 3 = 1$  grupo de  $\epsilon = 1$  ranura y  $\alpha = 3$  grupos de  $(\epsilon + 1) = 2$  ranuras.

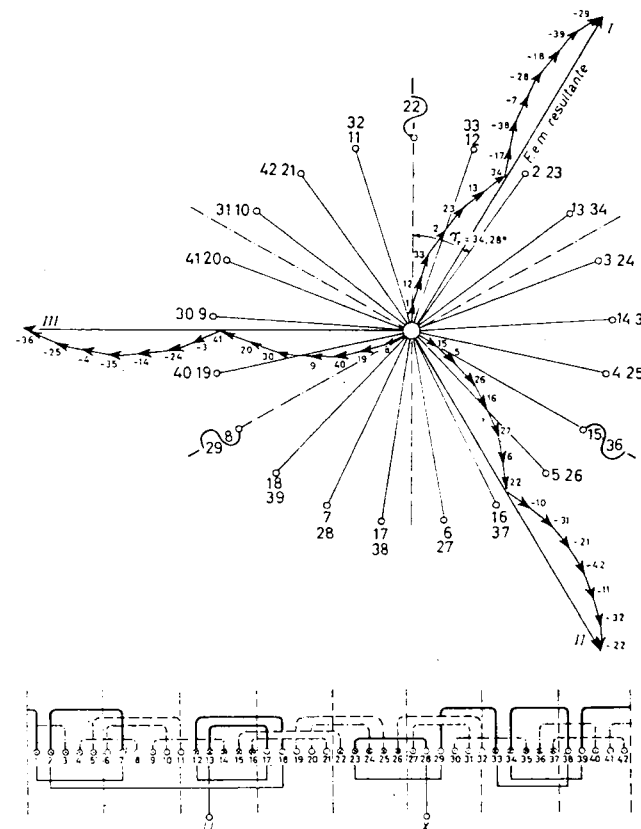


Fig. 2.04.12 a. Bobinado trifásico fraccionario en 1 capa de 8 polos, 42 ranuras,  $(1 + 3/4)$  ranuras por polo y fase Estrella de f.e.m. y esquema de conexiones.

El ángulo entre ranuras vale, [2.04.10 a],

$$\gamma = \frac{360^\circ}{\left(\frac{n}{p}\right)} = \frac{360^\circ}{\left(\frac{84}{8}\right)} = 34,28^\circ \text{ magnéticos.}$$

La figura 2.04.12 a nos muestra la estrella de ranuras y una posible solución del arrollamiento, limitado al ciclo polar mínimo,

$$p = \beta = 4 \text{ pares de polos o } n = 42 \text{ ranuras.}$$

*Ejemplo 2.º* Un inducido trifásico en 1 capa de 50 Hz, 10 polos,  $N = \frac{60 f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{5} = 600$  r/m, consta de 24 ranuras. Determinar las características del devanado fraccionario.

El número de ranuras por polo y fase es

$$n_{pf} = \frac{n}{2 p m} = \frac{24}{10 \cdot 3} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5} = \epsilon + \frac{\alpha}{\beta} \text{ ran. por polo y fase.}$$

Comprobemos según [2.04.11 a y b] o la tabla 2.04.11a,

$$\frac{p}{\beta} = p_\beta = \frac{5}{5} = 1 \neq 3 = \text{entero; compatible.}$$

Número máximo de vías posibles.

$$n'_{pf} = \beta n_{pf} = 5 \frac{4}{5} = 4 = \text{par}$$

Al ser  $n'_{pf}$  par pueden formarse como máximo  $2p_\beta = 2 \cdot 1 = 2$  vías, [2.04.11 e]; en total, pues, 1 ó 2 vías en paralelo por fase.

Para  $\beta = 5 = \text{impar}$ , el factor de bobinado es el mismo que se hallaría con el número aparente de ranuras por polo y fase, es decir, con  $n'_{pf} = \beta n_{pf} = 4$ . Según la tabla 1.04.13 a,  $\xi = 0,958$ .

Las ranuras de cada fase forman bajo los distintos polos grupos de  $\epsilon = 0$  y  $(\epsilon + 1) = 1$  ranura. En cada serie de  $\beta = 5$  polos habrá  $\beta - \alpha = 5 - 4 = 1$  de los primeros grupos y  $\alpha = 4$  de los segundos.

El ángulo entre ranuras resulta ser, [2.04.10 a],

$$\gamma = \frac{360}{\left(\frac{n}{p}\right)} = \frac{360}{\left(\frac{24}{5}\right)} 75^\circ \text{ magnéticos}$$

con lo cual puede dibujarse la estrella de tensiones en las ranuras y de ella el curso del bobinado. En la figura 2.04.12 b, se han representado una y otro.

Véase también el ejemplo 1.09.13.

### 2.04.13 Devanados trifásicos fraccionarios en 1 capa con 3 ranuras muertas

Hemos visto en los párrafos anteriores y la tabla 2.04.11 a lo pone de manifiesto, que no es posible realizar devanados fraccionarios de una capa en

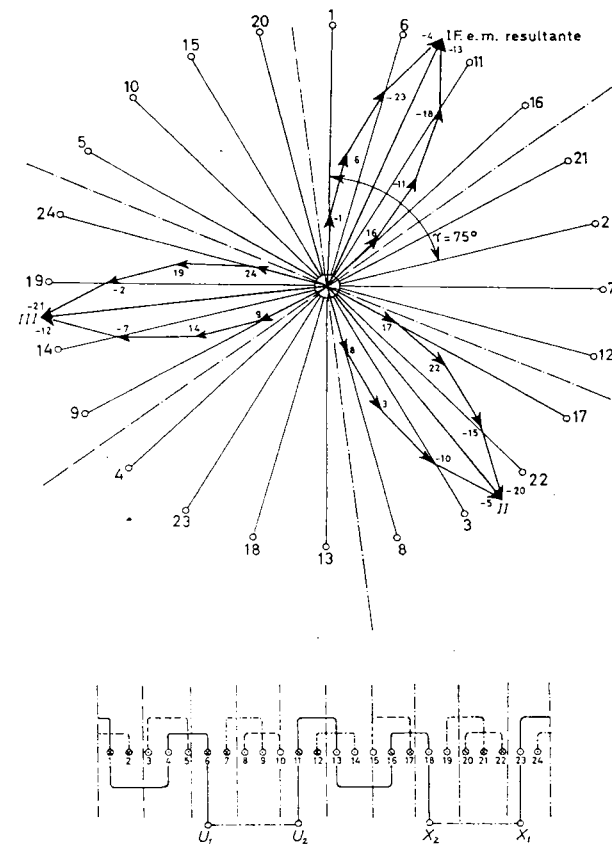


Fig. 2.04.12 b. Bobinado trifásico fraccionario en 1 capa de 10 polos 24 ranuras  $\left(\frac{4}{5}\right)$  de ranura por polo y fase. Estrella de f.e.m. y esquema de conexiones.

las máquinas de 6, 12, 18 polos, o cualquier otro número de ellos múltiplo de 6, así como tampoco con un número total de ranuras que no sea divisible por 6. Para llenar estas lagunas se precisa acudir a dejar algunas de las ranuras vacías; en todo caso, el mínimo de ellas posible. Tal resultado puede lograrse con solo tres ranuras muertas.

Volviendo a la expresión del número de ranuras por polo y fase

$$n_{pf} = \epsilon + \frac{\alpha}{\beta}$$

TABLA 2.04.12 a · Devanados trifásicos simétricos fraccionarios en una capa y con 3 ranuras vacías  
Ranuras por polo y fase q

Bobinas por fase.....	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Número de ranuras.....	9	15	21	27	33	39	45	51	57	63	69	75	81	87	93	99	105	111	117	123
1	1 1/6	2 1/3	3 1/2	4 1/3	5 1/6	6 1/6	7 1/6	8 1/6	9 1/6	10 1/6	11 1/6	12 1/6	13 1/6	14 1/6	15 1/6	16 1/6	17 1/6	18 1/6	19 1/6	20 1/6
2	3/4	1 1/4	2 1/4	3 1/4	4 1/4	5 1/4	6 1/4	7 1/4	8 1/4	9 1/4	10 1/4	11 1/4	12 1/4	13 1/4	14 1/4	15 1/4	16 1/4	17 1/4	18 1/4	19 1/4
3	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2	3	3 1/2	4	4 1/2	5	5 1/2	6	6 1/2	7	7 1/2	8	8 1/2	9	9 1/2	10
4	3/8	5/8	7/8	1 1/8	1 3/8	1 5/8	1 7/8	2 1/8	2 3/8	2 5/8	2 7/8	3 1/8	3 3/8	3 5/8	3 7/8	4 1/8	4 3/8	4 5/8	4 7/8	5 1/8
5	2/10	3/10	4/10	5/10	6/10	7/10	8/10	9/10	10/10	11/10	12/10	13/10	14/10	15/10	16/10	17/10	18/10	19/10	20/10	21/10
6	1/4	1/2	3/4	1	1 1/4	1 1/2	1 3/4	2	2 1/4	2 1/2	2 3/4	3	3 1/4	3 1/2	3 3/4	4	4 1/4	4 1/2	4 3/4	5
7	3/16	5/16	7/16	9/16	11/16	13/16	15/16	17/16	19/16	21/16	23/16	25/16	27/16	29/16	31/16	33/16	35/16	37/16	39/16	41/16
8	3/8	5/8	7/8	1 1/8	1 3/8	1 5/8	1 7/8	2 1/8	2 3/8	2 5/8	2 7/8	3 1/8	3 3/8	3 5/8	3 7/8	4 1/8	4 3/8	4 5/8	4 7/8	5 1/8
9	1/6	1/3	1/2	2/3	5/6	1	1 1/6	1 1/3	1 1/2	1 2/3	1 1/2	1 5/6	1 2/3	1 1/2	1 5/6	1 2/3	1 1/2	1 5/6	1 2/3	1 1/2
10	3/20	1/4	7/20	9/20	11/20	13/20	15/20	17/20	19/20	21/20	23/20	25/20	27/20	29/20	31/20	33/20	35/20	37/20	39/20	41/20
11	3/24	5/24	7/24	9/24	11/24	13/24	15/24	17/24	19/24	21/24	23/24	25/24	27/24	29/24	31/24	33/24	35/24	37/24	39/24	41/24
12	1/8	1/4	1/2	3/4	5/8	1	1 1/8	1 1/4	1 1/2	1 3/8	1 1/2	1 5/8	1 3/4	1 7/8	1 3/4	1 5/8	1 3/4	1 7/8	1 5/8	1 3/4
13	3/24	5/24	7/24	9/24	11/24	13/24	15/24	17/24	19/24	21/24	23/24	25/24	27/24	29/24	31/24	33/24	35/24	37/24	39/24	41/24
14	2/24	5/24	7/24	9/24	11/24	13/24	15/24	17/24	19/24	21/24	23/24	25/24	27/24	29/24	31/24	33/24	35/24	37/24	39/24	41/24
15	1/10	1/5	2/5	3/5	4/5	5/5	6/5	7/5	8/5	9/5	10/5	11/5	12/5	13/5	14/5	15/5	16/5	17/5	18/5	19/5
16	3/36	5/36	7/36	9/36	11/36	13/36	15/36	17/36	19/36	21/36	23/36	25/36	27/36	29/36	31/36	33/36	35/36	37/36	39/36	41/36
17	3/24	5/24	7/24	9/24	11/24	13/24	15/24	17/24	19/24	21/24	23/24	25/24	27/24	29/24	31/24	33/24	35/24	37/24	39/24	41/24
18	1/12	1/6	1/4	1/3	5/12	2/3	5/6	1	1 1/6	1 1/4	1 1/3	1 1/2	1 5/6	1 2/3	1 1/2	1 5/6	1 2/3	1 1/2	1 5/6	1 2/3
19	3/36	5/36	7/36	9/36	11/36	13/36	15/36	17/36	19/36	21/36	23/36	25/36	27/36	29/36	31/36	33/36	35/36	37/36	39/36	41/36
20	3/40	1/8	7/40	9/40	11/40	13/40	15/40	17/40	19/40	21/40	23/40	25/40	27/40	29/40	31/40	33/40	35/40	37/40	39/40	41/40

Números de polos p

(α y β, primos entre sí).

las condiciones de compatibilidad para obtener un devanado fraccionario simétrico con 3 ranuras vacías son

1.º α impar. [2.04.13 a]

2.º El número de polos 2p ha de ser múltiplo impar del denominador β

$$\frac{2p}{\beta} = \text{impar} \quad [2.04.13 b]$$

3.º El m.d.c. μ de n (número de ranuras) y p (pares de polos) ha de dividir también al número de ranuras por fase (n/3).

$$\frac{n/3}{\mu} = \text{entero} \quad [2.04.13 c]$$

Las fracciones de n<sub>pf</sub> tampoco admitan el denominador 3.

La tabla 2.04.13 a nos muestra, ya resuelto, el problema de la compatibilidad para tales arrollamientos. La posición de las ranuras vacías y la asignación correcta de las demás a una u otra de las tres fases debe hacerse a la vista del diagrama vectorial de las ranuras; de él se deducirá también el número posible de vías en paralelo. Se comprende además que multiplicando por un mismo entero el número de pares de polos y los de ranuras compatibles con él que figuran en la tabla se obtienen sin más otros tantos devanados, repetición sucesiva de los fundamentales, que admitirán por este solo hecho tantas vías como enteros tuviera el multiplicador, a expensas, sin embargo, de multiplicar también por la misma cifra el número de ranuras muertas.

Cuanto a los factores de bobinado ξ, dependen en primer lugar de

$$\mu = \text{m.d.c. de } \begin{cases} n \\ p \end{cases} \quad [2.04.13 d]$$

y, después, del número efectivo de bobinas por fase

$$B_f = \frac{\binom{n-3}{2}}{3} = \frac{n-3}{6} \quad [2.04.13 e]$$

La tabla 2.04.13 b recoge los valores de ξ para la fundamental y los distintos armónicos.



M.d.c. de n y p $\mu$	$B_f = \frac{n-3}{6}$	n	v =					
			1	3	5	7	9	11
1	1	9	0,985	0,866	0,643	0,342	0	0,342
	2	15	0,973	0,769	0,433	0,078	0,182	0,272
	3	21	0,968	0,730	0,357	0	0,209	0,222
	4	27	0,965	0,709	0,317	0,037	0,216	0,192
	6	39	0,962	0,688	0,277	0,072	0,220	0,160
	10	63	0,959	0,667	0,243	0,098	0,219	0,133
	20	123	0,957	0,652	0,217	0,119	0,216	0,111
	∞	∞	0,955	0,637	0,191	0,136	0,212	0,088
3	1	9	0,866	0	0,866	0,866	0	0,866
	4	27	0,955	0,636	0,699	0,473	0	0,473
	7	45	0,943	0,669	0,495	0,190	0,279	0,357
	10	63	0,958	0,657	0,408	0,087	0,275	0,286
	13	81	0,957	0,654	0,359	0,100	0,244	0,244
	19	117	0,957	0,652	0,308	0,113	0,207	0,197
	31	189	0,956	0,646	0,263	0,123	0,240	0,156
	∞	∞	0,955	0,642	0,228	0,131	0,227	0,123
5	2	15	0,866	0	0,866	0,866	0	0,866
	7	45	0,951	0,619	0,707	0,492	0	0,492
	12	75	0,955	0,624	0,505	0,209	0,150	0,379
	17	105	0,956	0,644	0,417	0,102	0,184	0,297
	22	135	0,955	0,644	0,367	0,112	0,197	0,253
	32	195	0,956	0,645	0,314	0,121	0,206	0,204
	52	315	0,955	0,665	0,267	0,128	0,211	0,161
	∞	∞	0,955	0,637	0,191	0,136	0,212	0,088
7	3	21	0,866	0	0,866	0,866	0	0,866
	10	63	0,949	0,606	0,710	0,499	0	0,499
	17	105	0,954	0,634	0,506	0,217	0,150	0,377
	24	147	0,955	0,638	0,420	0,108	0,183	0,302
	31	189	0,955	0,640	0,370	0,117	0,195	0,257
	45	273	0,955	0,642	0,316	0,124	0,205	0,207
	73	441	0,955	0,640	0,268	0,130	0,210	0,163
	∞	∞	0,955	0,637	0,191	0,136	0,212	0,088
9	4	27	0,866	0	0,866	0,866	0	0,866
	13	81	0,948	0,599	0,711	0,503	0	0,503
	22	135	0,953	0,629	0,512	0,221	0,148	0,380
	31	189	0,955	0,636	0,422	0,112	0,182	0,305
	40	243	0,955	0,638	0,372	0,120	0,195	0,259
	58	351	0,955	0,640	0,318	0,126	0,205	0,209
	∞	∞	0,955	0,637	0,191	0,136	0,212	0,088

2.04.14 Ejemplo

Un devanado trifásico de 50 Hz, 1000 r/m,  $p = \frac{60 f}{N} = \frac{60 \cdot 50}{1000} = 3$  pares de polos se ejecuta en 1 capa con  $n = 27$  ranuras, 3 de ellas vacías. Comprobar las características de simetría del arrollamiento.

Según la tabla 2.04.13 a, este bobinado es compatible.

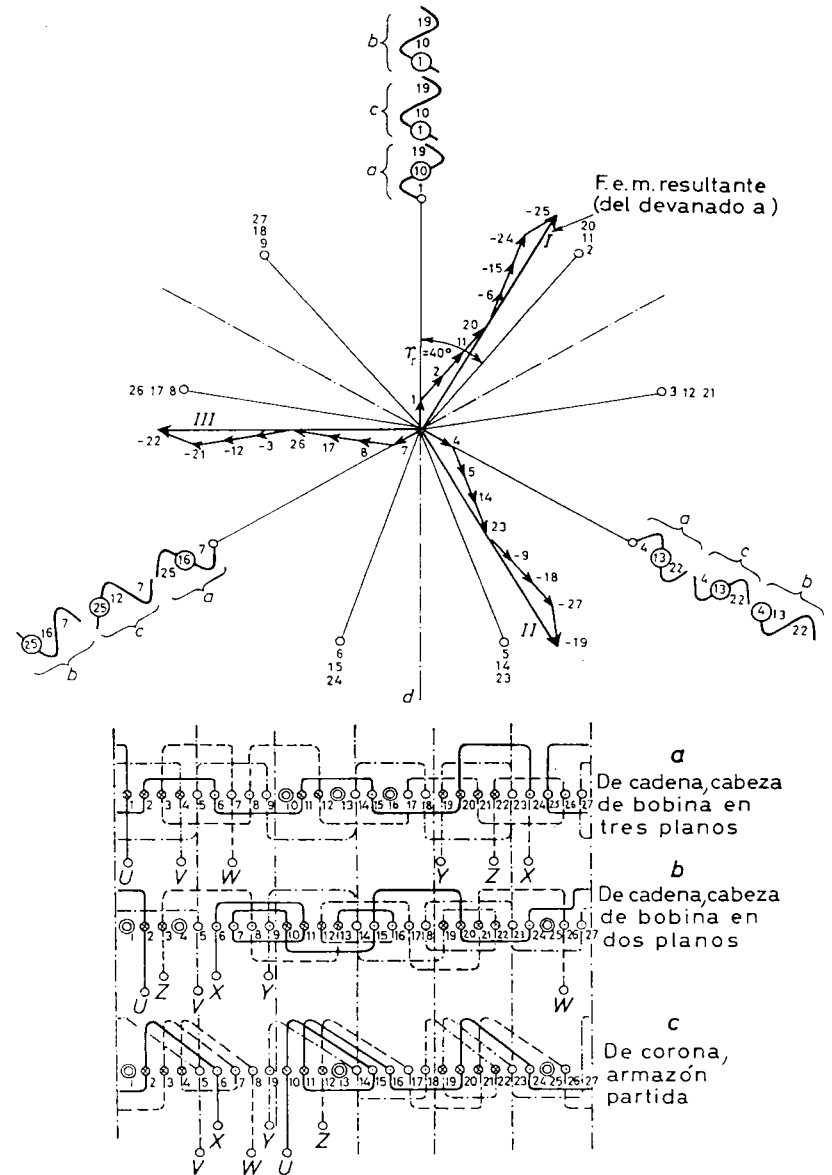


Fig. 2.04.14 a. Devanado trifásico fraccionario en una capa con tres ranuras muertas, 6 polos, 27 ranuras,  $(1 + 1/2)$  ranuras por polo y fase. Estrella de f.e.m. y diversos tipos de arrollamiento posible.

En efecto

$$n_{pf} = \frac{n}{m \cdot 2p} = \frac{27}{3 \cdot 6} = 1 + \frac{1}{2} = \epsilon + \frac{\alpha}{\beta}$$

$\alpha = 1$  es impar, [2.04.13 a];

$$\frac{2p}{\beta} = \frac{6}{2} = 3 = \text{impar, [2.04.13 b];}$$

$$\text{m. d. c. de } \left\{ \begin{matrix} n = 27 \\ p = 3 \end{matrix} \right\} = \mu = 3$$

y

$$\frac{n/3}{\mu} = \frac{27/3}{3} = 3 = \text{entero, [2.04.13 c]}$$

Siendo  $\mu = 3$  y  $B_f = \frac{n-3}{6} = \frac{27-3}{6} = 4$  bobinas por fase, la tabla 2.04.13 b nos da un factor de bobinado para la fundamental  $\xi = 0,955$ .

La figura 2.04.14 a representa la estrella vectorial de ranuras trazada a base de, [2.04.10 a]

$$\gamma = \frac{360^\circ}{\left(\frac{n}{-p}\right)} = \frac{360}{\left(\frac{27}{3}\right)} = 40^\circ \text{ magnéticos}$$

y dejando sin utilizar las ranuras 10, 13 y 16; así como tres posibles soluciones cuanto a la disposición de las cabezas de bobina. Las ranuras muertas se han representado en cada caso mediante una doble circunferencia.

La estrella de ranuras pone también de manifiesto que sería posible subdividir cada fase en dos vías paralelas.

### 2.04.15 Devanados trifásicos fraccionarios en doble capa

Se usan también mucho para alternadores y las condiciones de compatibilidad o simetría, expresado  $n_{pf}$  por el número mixto más simple,

$$n_{pf} = \epsilon + \frac{\alpha}{\beta}$$

( $\alpha$  y  $\beta$  primos entre sí).

se reducen a que

$$\frac{\beta}{3} \neq \text{entero} \quad \text{y} \quad \frac{2p}{\beta} = \text{entero} \quad [2.04.15 a]$$

TABLA 2.04.15 a. Devanados trifásicos fraccionarios simétricos, en dos capas  
Ranuras por polo y fase q

Número de bobinas por fase.....	Número de ranuras.....	Pares de polos																	
1	3	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
2	6	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
3	9	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
4	12	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
5	15	2/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
6	18	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
7	21	3/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
8	24	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
9	27	4/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
10	30	5/3	2/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
11	33	1/3	2/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
12	36	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
13	39	6/3	3/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
14	42	1/3	3/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
15	45	7/3	3/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
16	48	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
17	51	8/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
18	54	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
19	57	9/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20
20	60	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/11	1/12	1/13	1/14	1/15	1/16	1/17	1/18	1/19	1/20

Tabla 2.04.15 a. Devanados trifásicos fraccionarios simétricos, en dos capas (Continuación)  
Ranuras por polo y fase q

Número de bobinas por fase...	Número de ranuras...	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
1	10 1/2	11 1/2	12 1/2	13 1/2	14 1/2	15 1/2	16 1/2	17 1/2	18 1/2	19 1/2	20 1/2	21 1/2	22 1/2	23 1/2	24 1/2	25 1/2	26 1/2	27 1/2	28 1/2	29 1/2
2	5 1/4	5 3/4	6 1/4	6 3/4	7 1/4	7 3/4	8 1/4	8 3/4	9 1/4	9 3/4	10 1/4	10 3/4	11 1/4	11 3/4	12 1/4	12 3/4	13 1/4	13 3/4	14 1/4	14 3/4
3	3 1/8	3 3/8	4 1/8	4 3/8	5 1/8	5 3/8	6 1/8	6 3/8	7 1/8	7 3/8	8 1/8	8 3/8	9 1/8	9 3/8	10 1/8	10 3/8	11 1/8	11 3/8	12 1/8	12 3/8
4	2 9/16	2 3/4	3 1/16	3 5/16	3 9/16	3 13/16	4 1/16	4 5/16	4 9/16	4 13/16	5 1/16	5 5/16	5 9/16	5 13/16	6 1/16	6 5/16	6 9/16	6 13/16	7 1/16	7 5/16
5	2 1/10	2 3/10	2 7/10	2 9/10	3 1/10	3 3/10	3 5/10	3 7/10	3 9/10	3 11/10	3 13/10	3 15/10	3 17/10	3 19/10	4 1/10	4 3/10	4 5/10	4 7/10	4 9/10	4 11/10
6	1 3/4	1 7/4	2 1/4	2 3/4	3 1/4	3 3/4	4 1/4	4 3/4	5 1/4	5 3/4	6 1/4	6 3/4	7 1/4	7 3/4	8 1/4	8 3/4	9 1/4	9 3/4	10 1/4	10 3/4
7	1 1/14	1 5/14	1 9/14	1 13/14	2 1/14	2 5/14	2 9/14	2 13/14	3 1/14	3 5/14	3 9/14	3 13/14	4 1/14	4 5/14	4 9/14	4 13/14	5 1/14	5 5/14	5 9/14	5 13/14
8	1 9/16	1 3/8	1 7/16	1 11/16	2 1/16	2 5/16	2 9/16	2 13/16	3 1/16	3 5/16	3 9/16	3 13/16	4 1/16	4 5/16	4 9/16	4 13/16	5 1/16	5 5/16	5 9/16	5 13/16
9	1 1/20	1 1/10	1 3/20	1 7/20	1 11/20	1 15/20	1 19/20	2 1/20	2 1/10	2 3/20	2 7/20	2 11/20	2 15/20	2 19/20	3 1/20	3 1/10	3 3/20	3 7/20	3 11/20	3 15/20
10	31/32	1 1/16	1 1/8	1 1/4	1 3/8	1 5/8	1 7/8	2 1/8	2 1/4	2 3/8	2 5/8	2 7/8	3 1/8	3 1/4	3 3/8	3 5/8	3 7/8	4 1/8	4 1/4	4 3/8
11	7/8	1 1/8	1 1/4	1 3/8	1 5/8	1 7/8	2 1/8	2 1/4	2 3/8	2 5/8	2 7/8	3 1/8	3 1/4	3 3/8	3 5/8	3 7/8	4 1/8	4 1/4	4 3/8	4 5/8
12	31/25	11/14	11/10	11/8	11/6	11/5	11/4	11/3	11/2	11/1	12/1	13/1	14/1	15/1	16/1	17/1	18/1	19/1	20/1	21/1
13	31/25	11/14	11/10	11/8	11/6	11/5	11/4	11/3	11/2	11/1	12/1	13/1	14/1	15/1	16/1	17/1	18/1	19/1	20/1	21/1
14	31/25	11/14	11/10	11/8	11/6	11/5	11/4	11/3	11/2	11/1	12/1	13/1	14/1	15/1	16/1	17/1	18/1	19/1	20/1	21/1
15	7/10	1 1/10	1 3/10	1 5/10	1 7/10	1 9/10	1 11/10	1 13/10	1 15/10	1 17/10	1 19/10	2 1/10	2 3/10	2 5/10	2 7/10	2 9/10	2 11/10	2 13/10	2 15/10	2 17/10
16	31/32	1 1/16	1 1/8	1 1/4	1 3/8	1 5/8	1 7/8	2 1/8	2 1/4	2 3/8	2 5/8	2 7/8	3 1/8	3 1/4	3 3/8	3 5/8	3 7/8	4 1/8	4 1/4	4 3/8
17	31/32	1 1/16	1 1/8	1 1/4	1 3/8	1 5/8	1 7/8	2 1/8	2 1/4	2 3/8	2 5/8	2 7/8	3 1/8	3 1/4	3 3/8	3 5/8	3 7/8	4 1/8	4 1/4	4 3/8
18	31/32	1 1/16	1 1/8	1 1/4	1 3/8	1 5/8	1 7/8	2 1/8	2 1/4	2 3/8	2 5/8	2 7/8	3 1/8	3 1/4	3 3/8	3 5/8	3 7/8	4 1/8	4 1/4	4 3/8
19	31/32	1 1/16	1 1/8	1 1/4	1 3/8	1 5/8	1 7/8	2 1/8	2 1/4	2 3/8	2 5/8	2 7/8	3 1/8	3 1/4	3 3/8	3 5/8	3 7/8	4 1/8	4 1/4	4 3/8
20	31/40	11/20	11/16	11/12	11/10	11/8	11/6	11/5	11/4	11/3	11/2	12/1	13/1	14/1	15/1	16/1	17/1	18/1	19/1	20/1

Una vez más quedan eliminadas las fracciones de  $n_{pf}$  con el denominador 3 o sus múltiplos, es decir, que no cabe contar nunca para los devanados trifásicos con un número de ranuras por polo y fase que contenga el quebrado adicional 1/3, 1/6, etc.

La tabla 2.04.15 a da ya directamente los arrollamientos fraccionarios en doble capa simétricos. Las soluciones son ahora mucho más abundantes.

El factor de bobinado hay que deducirlo en cada caso de la estrella vectorial de ranuras, pero se puede también interpolar por lo que hace al factor de distribución  $\xi_a$  para el número de ranuras fraccionario y tomar para  $\xi_y$  el que corresponda al paso de bobinas. Ello equivale a suponer todos los grupos de cada fase homogéneos.

$$\xi = \xi_a \xi_y$$

Con cualquier devanado en dos capas, todas las bobinas son iguales. El número máximo de vías en paralelo por cada fase es justamente igual a

$$c = \frac{2p}{\beta} \quad [2.04.15 b]$$

2.04.16 Ejemplo

Comprobar las condiciones de simetría del mismo devanado trifásico del ejemplo último, cuando se bobina en doble capa. El arrollamiento era (ver párr. 2.04.14),

$$2p = 6 \text{ polos}, \quad n = \text{ranuras} \quad n_{pf} = 1 + 1/2 \text{ ran. por polo y fase}$$

y para ejecutarlo en una sola capa habría que dejar tres ranuras muertas.

En cambio, con dos capas, la tabla 2.04.14 a lo incluye, de acuerdo con las condiciones de simetría o compatibilidad [2.04.15 a], puesto que

$$\frac{\beta}{3} = \frac{2}{3} \neq \text{entero}$$

y

$$\frac{2p}{\beta} = \frac{6}{2} = 3 = \text{entero}$$

La fig. 2.04.16 a muestra la estrella de ranuras y el devanado, el cual permite como máximo, [2.04.15 b],

$$c = \frac{2p}{\beta} = \frac{6}{2} = 3 \text{ vías por fase}$$

Cada vector de la estrella se sobrentiende que es doble y representa tanto la f.e.m. de la capa superior de la ranura como la de la capa inferior. La línea quebrada de raya y punto significa que una y otra capa van asignadas a fases distintas.

El factor de bobinado como relación de la suma geométrica a la suma aritmética de vectores por fase se halla, analítica o gráficamente, que es igual a 0,955.

Véase también el ejemplo 1.09.13.

2.04.17 Dimensiones de los dientes

La inducción aparente en los mismos se fijará entre 16 y 18 kGs en vacío pudiendo llegarse hasta 20 kG en la zona más estrecha si el diente es de forma trapecial muy pronunciada.

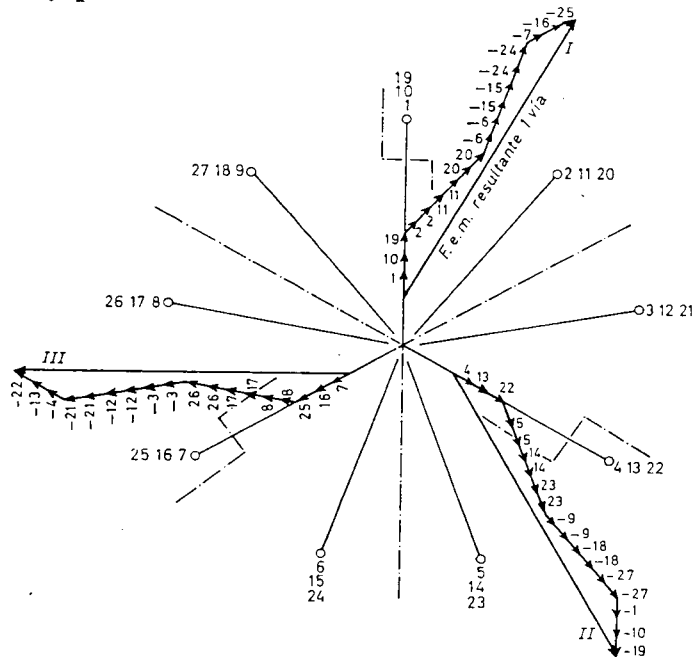


Fig. 2.04.16 a. Devanado trifásico fraccionario en dos capas. 6 polos, 27 ranuras,  $(1 + \frac{1}{2})$  ranuras por polo y fase. Estrella de f.e.m. y diversos tipos de arrollamiento posible.

Al establecer las dimensiones cabe seguir considerando la onda de campo, como senoidal, lo que equivale a prescindir por el momento de la corrección debida al factor  $K_M$  que expresa la relación entre los valores máximos de la inducción real en el entrehierro liso,  $B_{d0}$  y la que se desprendería,  $\hat{B}_{d0}$ , de admitir que la onda en el mismo entrehierro tuviera la forma de una senoide, [1.04.08 e], o lo que es igual, suponer provisionalmente que

$$K_M = \frac{k_M}{\sqrt{2} k_f} = 1$$

La influencia de  $K_M$  y del flujo que deriva por la ranura junto con la alteración introducida por las caídas de tensión y la reacción de inducido se tiene en cuenta más tarde al determinar la excitación necesaria en carga.

Partiendo, pues, de la tensión por fase en vacío  $U_f$  a la cual corresponde la inducción máxima senoidal  $\hat{B}_{d0}$  en el entrehierro y  $\hat{B}'_{dM0}$  aparente en la zona más estrecha de los dientes, la ecuación [1.04.17 g] se transforma en

$$\hat{B}'_{dM0} = K_{Fe} \frac{\tau_\delta}{t_o} \hat{B}_{d0}$$

de donde el grueso mínimo de diente  $t_o$  en función del paso de ranura en el entrehierro,  $\tau_\delta$

$$t_o = K_{Fe} \tau_\delta \frac{\hat{B}_{d0}}{\hat{B}'_{dM0}} \quad (\text{cm}) \quad [2.04.17 a]$$

siendo, [1.04.17 j],

$$K_{Fe} = \frac{L}{L_{Fe}} = \frac{L}{k_{Fe} L_h} = \frac{L}{k_{Fe} (L - n_c \epsilon_c)} \quad [2.04.17 b]$$

La profundidad de la ranura ha de ser la necesaria para alojar los conductores con el aislamiento entre éstos y la masa que convenga a la tensión de la máquina. Habrá que esperar, pues, al cálculo del bobinado para poder establecer la ranura y dientes definitivos.

2.04.18 Ejemplos

A título de orientación exponemos las dimensiones principales del ranurado de algunas máquinas construidas.

Características	Inducción $\hat{B}'_{dM0}$ en vacío	Diámetro D del inducido (cm)	Profundidad de ranura $h_f$ (mm)	Luz de la ranura $a$ (mm)	$\frac{t_o}{\tau_\delta}$	Número de ranuras "
10 kVA, 320 V, 1500 r/m (1)	1,35	30	22	16	0,593	24
200 » 3150 » 300 » (1)	1,41	140	46	16	0,563	120
1000 » 6300 » 250 »	1,59	180	80	17	0,621	126
1800 » 8200 » 93,75 »	1,62	500	58	16	0,608	384
5000 » 5250 » 500 »	1,69	200	80	18,5	0,575	144
10000 » 14500 » 750 »	1,77	180	115	22,2	0,575	108

(1) Máquinas antiguas.

2.04.19 Dimensiones de los conductores

La sección de los conductores depende de la densidad de corriente admisible  $\Delta$ . Designando por  $I_c$  la densidad por conductor

$$s_c = \frac{I_c}{\Delta} \quad (\text{mm}^2) \quad [2.04.19 a]$$

( $I_c$  en A,  $\Delta$  en A/mm<sup>2</sup>)

Los valores que pueden tomarse para  $\Delta$  se basarán en la experiencia sobre máquinas del mismo tipo constructivo y dependen de la eficacia de la venti-

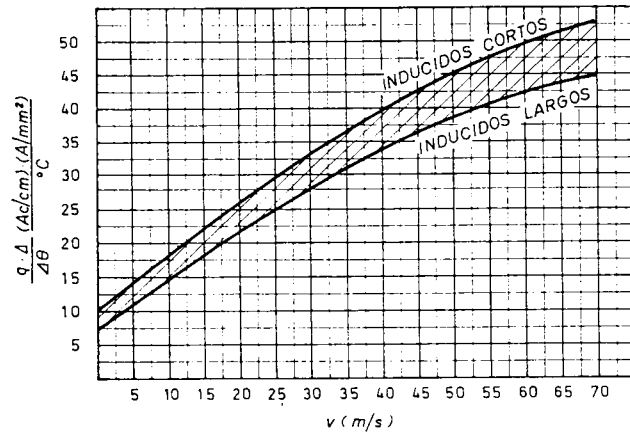


Fig. 2.04.19 a. Calentamiento de las cabezas de bobina en las máquinas de alterna (por termómetro)

lación, ligada a la velocidad periférica del inducido, del grueso de los aislamientos, y por tanto de la tensión así como de la longitud del paquete de chapas; viene a quedar alrededor de los 3,5 A/mm<sup>2</sup>.

Ya vimos en el párrafo 2.01.08 que el producto ( $q\Delta$ ) de la carga lineal específica por la densidad de corriente, constituirá un índice del posible calentamiento de los conductores.

A título de orientación, la figura 2.04.19 a muestra los valores de ( $q\Delta$ ) que pueden adoptarse por cada grado centígrado de elevación de temperatura en las cabezas de bobinas, medida por termómetro. La temperatura media del arrollamiento suele exceder hasta unos 40° C sobre aquellos valores, en virtud de lo cual, admitido, por ejemplo, el calentamiento medio de 80° C con aislamientos tipo B no deberá contarse con más de 40° C de aumento en las cabezas de bobina y sería prudente limitar esta cifra a 35° C como reserva por imprevistos.

2.04.20 Ejemplos

*Ejemplo 1.º* Un alternador de 200 kVA, 380 V, 500 r/m, tiene un diámetro de 85 cm, longitud 20 cm y trabaja con una carga lineal específica de 310 Ac/cm y densidad de 3,5 A/mm<sup>2</sup>

$$v = \frac{\pi D N}{60} = \frac{\pi \cdot 0,85 \cdot 500}{60} = 22,3 \text{ m/s}$$

$$q\Delta = 310 \cdot 3,5 = 1085$$

Con aislamientos tipo A se admite un calentamiento de 60 °C. Siendo una máquina muy corta y de baja tensión contemos con unos 20 °C de diferencia de temperatura entre la media del arrollamiento y la de las cabezas de bobina medida por termómetro. Aceptáramos, pues, para esta última 40 °C.

$$\frac{(q\Delta)}{\Delta\theta} = \frac{1085}{40} = 27 \frac{(\text{Ac/cm}) (\text{A/mm}^2)}{^\circ\text{C}}$$

lo que viene a coincidir con el valor que nos da la curva superior de la figura 2.04.19 a (27,5 °C) para  $v = 22,3$  m/s.

*Ejemplo 2.º* El inducido de un alternador de 1800 kVA, 8200 V, 93,75 r/m, de diámetro, 500 cm y longitud 30,6 cm, funciona con la densidad de 3,82 A/mm<sup>2</sup> y carga lineal específica 279 Ac/cm.

Comprobar las condiciones de calentamiento

$$v = \frac{\pi D N}{60} = \frac{\pi \cdot 5 \cdot 93,75}{60} = 24,5 \text{ m/s,}$$

$$(q\Delta) = 279 \cdot 3,82 = 1066$$

El aislamiento es clase B con 80 °C de elevación de temperatura admisible. Se trata de un inducido muy corto de gran diámetro pero de alta tensión. Suponiendo 40 °C de diferencia entre la temperatura media y la de las conexiones frontales medida por termómetro, restan 40 °C para estas últimas

$$\frac{(q\Delta)}{\Delta\theta} = \frac{1066}{40} = 26,7 \frac{(\text{Ac/cm}^2) (\text{A/mm}^2)}{^\circ\text{C}}$$

La curva superior de la fig. 2.04.19 a recomienda para  $v = 24,5$  m/s,  $(q\Delta)/\Delta\theta = 28$ , también muy próximo al valor efectivo.

*Ejemplo 3.º* Un alternador de 10 MVA, 14500 V, 750 r/m, tiene un diámetro  $D = 180$  cm y longitud  $L = 105$  cm. En condiciones nominales resultan  $q = 489$  Ac/cm y  $\Delta = 3,4$  A/mm<sup>2</sup>

Siendo la velocidad tangencial

$$v = \frac{\pi D N}{60} = \frac{\pi \cdot 1,8 \cdot 750}{60} = 70,7 \text{ m/s}$$

y tratándose de una máquina bastante larga y de alta tensión, cabe suponer una diferencia de temperatura entre la media del arrollamiento y las cabezas de bobina, medida ésta por termómetro, de 45°. Los 80 °C de incremento admisibles para el aislamiento tipo B se reducen, pues, a 35 °C en dichas cabezas

$$\frac{(q\Delta)}{\Delta\theta} = \frac{489 \cdot 3.4}{35} = \frac{1665}{35} = 47.5 \frac{(\text{Ac/cm}) (\text{A/mm}^2)}{^\circ\text{C}}$$

Para  $v = 70,7$  m/s la curva inferior de la fig. 2.04.19 a da como admisibles  $(q\Delta/\Delta\theta) = 45$ , bastante concordante con la cifra real de servicio.

2.04.21 Aislamiento de conductores y ranura y distancias en el aire

Constituye tal vez la parte más delicada en la construcción de los alternadores puesto que suelen ser máquinas de voltaje relativamente elevado (el límite hasta hoy se halla algo por encima de los 30 kV de tensión compuesta aunque la mayoría de ellos va entre 6 y 15 kV). Los aislamientos deben soportar una tensión de prueba a masa superior al doble de la nominal entre activos (tabla 1.02.07 a).

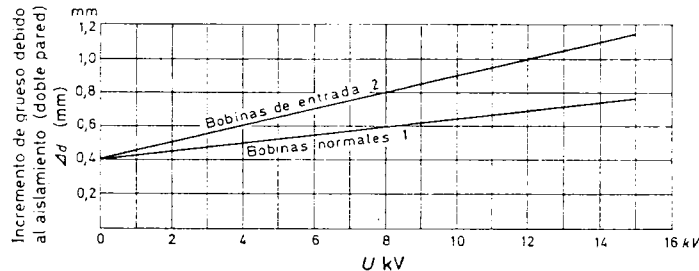


Fig. 2.04.21 a. Aislamiento de los conductores.

El aislamiento, salvo en las máquinas pequeñas de escaso voltaje, donde es similar al de las máquinas de corriente continua, suele estar constituido a base de hojas o cinta enrollada de mica folio, samica y productos micáceos similares ligados con resinas sintéticas, para las barras y aislamiento de ranuras; análogamente, y casi siempre con refuerzo eléctrico y mecánico de cintas impregnadas, para las cabezas de bobina. Es esencial que el proceso de fabricación elimine toda traza de aire en el interior del bobinado sobre todo dentro de las ranuras.

La rigidez dieléctrica media de los productos empleados no se diferencia mucho a pesar de la variedad de los mismos; y dado también el grado de seguridad requerido, las recomendaciones, cuanto al espesor de las paredes aislantes, no acostumbran distinguir el tipo de material empleado, supuesto siempre de la mejor calidad.

La figura 2.04.21 a muestra el incremento aconsejable del espesor de los conductores debido al aislamiento, en función de la tensión nominal de la máquina. La línea 1 hace referencia a las bobinas normales y la 2 a las de entrada o bobinas de choque. Como puede verse el doble espesor de la capa aislante no debe ser inferior, por razones mecánicas a 0,4 mm y llega aproximadamente al doble 0,8 mm para las bobinas interiores de los alternadores de 15 kV y un 50 % más (1,2 mm) para los de choque.

Analíticamente puede ponerse

$$\Delta d = 0,4 + \frac{U}{40} \text{ mm para bobinas normales} \quad [2.04.21 a]$$

$$\Delta d = 0,4 + \frac{U}{20} \text{ » » » de entrada} \quad [2.04.21 b]$$

(U en kV)

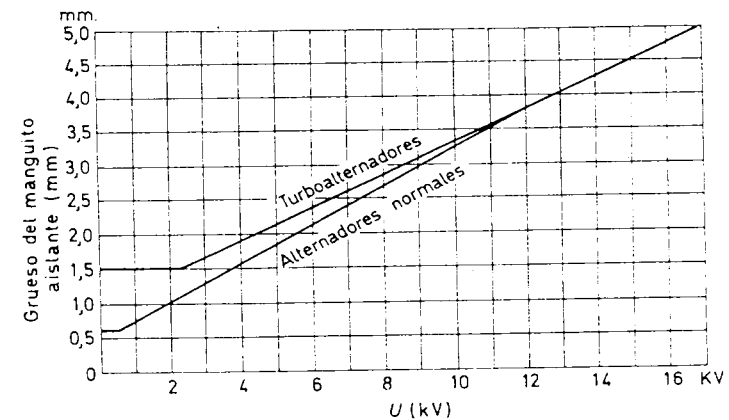


Fig. 2.04.21 b. Grueso del manguito aislante.

$\Delta d$  es el suplemento total de aislante (doble pared) sobre el grosor del conductor y U la tensión compuesta nominal de la máquina en kV.

Las dimensiones de las barras influyen también en la elección de  $\Delta d$  por razones mecánicas independientes del voltaje.

La fig. 2.04.21 b da el grosor aconsejable t del manguito aislante sobre la bobina como aislamiento de ranura. La línea superior sirve para máquinas de gran longitud (turboalternadores).

Los mínimos son, respectivamente, de 0,6 y 1,5 mm, y con 15 kV, se llega ya a unos 5 mm de espesor.

Aproximadamente,

$$t = 0,5 + \frac{U}{3,3} \text{ (mm) para máquinas normales} \quad [2.04.21 c]$$

$$t = 1 + \frac{U}{3,7} \text{ (mm) para turboalternadores} \quad [2.04.21 d]$$

(U en kV).

De todos modos hagamos observar que en la práctica se encuentran valores que difieren bastante de estas recomendaciones, según la experiencia, ensayos y métodos propios de cada constructor. Es frecuente combinar ambos aislamientos dentro de la ranura de modo que no siempre se distingue el del conductor y el manguito sobrepuesto (envolturas en zigzag o en U con enrollado exterior final). En este caso, suele resultar un grueso de aislamiento muy superior entre conductores (de 1 a 2 mm). La cubierta aislante entre

TABLA 2.04.21 a. Aislamiento de los bobinados para estatores hasta 2000 V

Tensión, voltios	0 a 100	100 a 200	200 a 300	300 a 450	450 a 600	600 a 800	800 a 1000	1000 a 1500	1500 a 2000
Grueso del aislamiento de ranura (papel barnizado), milímetros.	0,4	0,5	0,75	1,0	1,25	1,25	1,5	1,75	2,0
Prolongación del manguito, mm.	10	10	15	15	20	25	25	25	25

TABLA 2.04.21 b. Aislamiento de los bobinados para estatores de 600 a 13 500 V

Tensión nominal V	Tensión de prueba V	Manguitos de ranuras			Distancias en el aire		
		Grueso del manguito mm	Coefficiente de seguridad	Prolongación del manguito más corto mm	Coefficiente de seguridad	Entre devanado y hierro mm	Entre cabezas de bobina mm
600	2 200	1,00	9,0	10	7,0	—	—
1 200	3 600	1,50	8,3	15	4,5	—	—
2 300	5 900	1,75	5,1	20	2,5	—	—
3 900	11 700	2,00	3,4	35	1,6	20	15
5 800 a 6 000	16 600	2,00	3,6	50	1,3	30	20
7 500	20 000	2,50	3,7	65	1,2	40	30
9 000	23 000	3,00	3,9	75	1,2	45	35
10 200	25 400	3,50	4,1	85	1,25	50	40
11 500	26 000	4,00	4,6	90	1,3	55	45
13 500	26 000	4,00	4,6	90	1,3	65	50

barras se refuerza también a menudo con láminas y tiras en U o Z de mica-folio en gruesos de 0,3 a 0,5 mm. Los devanados en doble capa han de llevar un suplemento aislante entre estas tal que dupliquen al menos el grueso del manguito de ranuras.

En la obra de MOELLER-WERR (1) se dan como recomendaciones los valores de las tablas 2.04.21 a y b.

Los manguitos se prolongan a la salida de las ranuras para aumentar de este modo la línea de fuga y los salientes son desiguales para las capas superiores e inferiores, e incluso, en los devanados concéntricos de una sola capa,

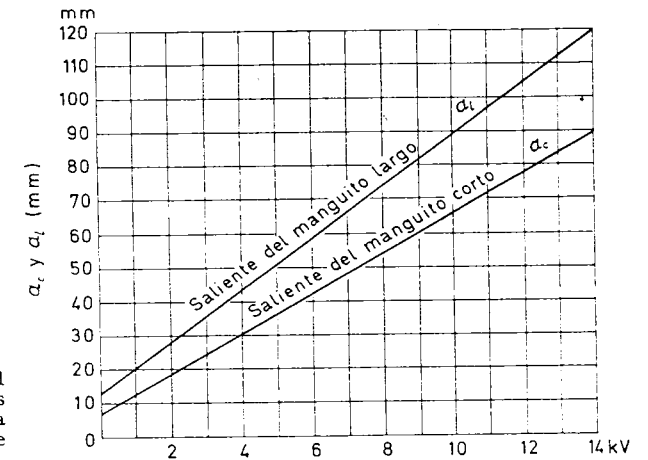


Fig. 2.04.21 c. Longitud saliente de los manguitos cortos  $a_c$  y largos  $a_l$  para las bobinas estatóricas de alterna.

son distintos los de las bobinas cortas y los de las largas. En la segunda tabla mencionada se incluyen también las recomendaciones a este respecto para los salientes cortos y la fig. 2.04.21 c da los valores mínimos aconsejables tanto para los cortos  $a_c$  como para los largos  $a_l$ . Si los refuerzos exteriores del núcleo se extienden como es normal sobre los dientes, las distancias  $a_c$  y  $a_l$  deben contarse a partir de dichos refuerzos.

Puede tomarse aproximadamente

$$a_c = 10 + 5,5 U \text{ (mm)} \quad [2.04.21 e]$$

$$a_l = 15 + 7,5 U \text{ (mm)} \quad [2.04.21 f]$$

(U on kV).

(1) MOELLER-WERR. Máquinas de Corriente Continua. Máquinas de Corriente Alterna. Edición española de Labor, Barcelona.

Como aumento de seguridad, no es raro encontrar máquinas construidas con salientes de manguito doble de los que dan las fórmulas anteriores.

Cuanto a las separaciones disruptivas en el aire, cabe distinguir las distancias entre bobinas de distintas fases (devanados de cadena) y entre éstas y la masa e incluso entre bobinas de la misma fase (arrollamientos en doble capa y en cadena).

He aquí los valores recomendables (figura 2.04.21 d).

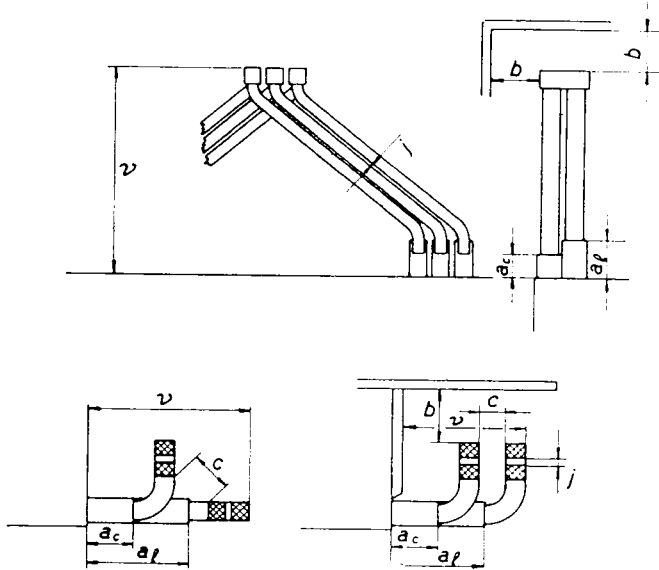


Fig. 2.04.21 d. Distancias aislantes en los alternadores.

Juego entre bobinas  $j = 2,5 + 0,4 U$  (mm) [2.04.21 g]

Distancia entre fases  $c = 4 U$  ( » ) [2.04.21 h]

Distancia a masa  $b = 5 U$  ( » ) [2.04.21 i]

(U en kV)

Las figuras 2.04.21 e y f recogen estos resultados.

2.04.22 Altura radial del yugo

Se adoptará una inducción en vacío,  $B_{yo}$ , de 1,1 a 1,3 T en la sección de máximo flujo, las cifras más bajas para los alternadores que hayan de tra-

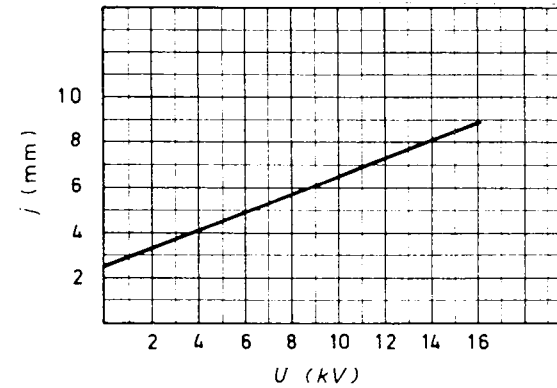


Fig. 2.04.21 e. Distancia entre bobinas de la misma fase.

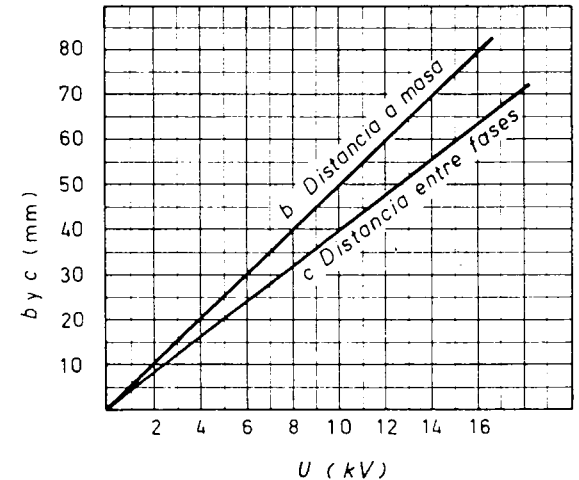


Fig. 2.04.21 f. Distancias a masa b y entre fases c para las máquinas de alterna.

bajar con  $\cos \varphi$  inductivo más reducido. En los generadores de corriente reactiva, convendrá no pasar de 1.1 T.

Tomando, pues, la ecuación [1.04.21 h], se hará

$$h_y = \left( \frac{K_f K_{Fe}}{2} \right) \frac{D}{p} \left( \frac{\hat{B}_{\delta o}}{\hat{B}_{y o}} \right) \quad [2.04.22 a]$$

( $\hat{B}_{\delta o}$  y  $\hat{B}_{y o}$  en las mismas unidades, así como D y  $h_y$ ).

$K_f$  es el factor relativo de forma para la onda de inducción [1.04.06 d]



$$K_f = \frac{1.11}{k_f}$$

que depende de la forma del entrehierro y del recubrimiento polar  $\psi = b_p/\tau_p$  [1.04.06 e] en los alternadores de polos salientes, o de la relación análoga en los de rotor cilíndrico, figura 1.04.06 a. Cuanto al factor de corrección por longitud neta de hierro, [2.04.17 b],

$$K_{Fe} = \frac{L}{L_{Fe}} = \frac{L}{k_{Fe} L_h} = \frac{L}{k_{Fe} (L - n_c \epsilon_c)} \quad [2.04.22 b]$$

### 2.04.23 Ejemplo

Para el alternador de 1800 kVA, 8200 V 93,75 r/m, 50 Hz ( $p = \frac{60 f}{N} = \frac{60 \cdot 50}{93.75} = 32$  pares de polos) del ejemplo 1.04.16 teníamos las siguientes dimensiones:

Diámetro del entrehierro  $D = 500$  cm

Longitud total del mismo  $L = 30,6$  cm

Canales de ventilación radial  $n_c = 3$

Longitud axial por canal  $\epsilon_c = 1$  cm

Tipo de entrehierro: polos salientes, entrehierro uniforme

Recubrimiento polar  $\psi = \frac{b_p}{\tau_p} = 0,665$

La máquina trabaja en vacío con una inducción teórica senoidal en el entrehierro  $\hat{B}_{\delta 0} = 0,803$  T (ejemplo citado 1.04.16).

Con este tipo de entrehierro y el valor de  $\psi = 0,665$  la figura 1.04.06 a nos da

$$K_f = 1,01$$

El factor  $K_{Fe}$  vale, [2.04.22 b], tomando para el coeficiente de empilado  $k_{Fe} = 0,9$

$$K = \frac{L}{k_{Fe} (L - n_c \epsilon_c)} = \frac{L}{k_{Fe} L_h} = \frac{L}{L_{Fe}} = \frac{30,6}{0,9(30,6 - 3 \cdot 1)} = \frac{30,6}{24,8} = 1,23$$

Adoptando para el yugo, en vacío una inducción  $\hat{B}_{\delta 0} = 1,165$  T, deberemos hacer la corona de altura radial, [2.04.22 a],

$$h_y = \frac{K_f K_{Fe} D \hat{B}_{\delta 0}}{2 p \hat{B}_{\delta 0}} = \frac{1,01 \cdot 1,23 \cdot 500 \cdot 0,803}{2 \cdot 32 \cdot 1,165} = 6,7 \text{ cm.}$$

### 2.04.24 Entrehierro

La longitud radial del entrehierro,  $\delta$ , constituye una magnitud limitadora del efecto de la reacción transversal y con ello de la deformación del campo inductor en carga. Refiriéndonos a la fig. 2.04.24a, la curva (1) repre-

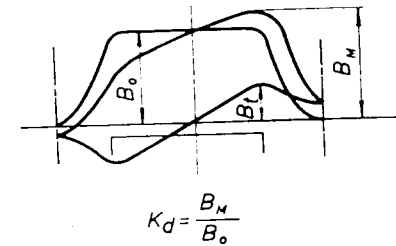


Fig. 2.04.24 a. Factor de distorsión  $K_d$ .

senta la distribución espacial de la inducción en vacío, supuesto un alternador de polos salientes y entrehierro uniforme y la (2) la inducción debida a la componente transversal de la reacción de inducido si actuase sola. La (3) es la curva de inducción en carga, resultante de las dos anteriores, aunque no igual a la suma algebraica de las mismas ya que interviene el fenómeno de la saturación.

La relación  $(B_M/B_0)$  puede tomarse como un índice de la distorsión del campo en carga. Podemos hacer

$$K_d = \frac{B_M}{B_0} = \frac{B_0 + k_1 B_t}{B_0} = 1 + k_1 \frac{B_t}{B_0}$$

siendo  $k_1 < 1$  un coeficiente que tiene en cuenta el efecto de la saturación sobre la suma de ambas inducciones  $B_0$  y  $B_t$ .

$B_t$  es proporcional a la f.m.m. transversal  $\theta_t$  y con ella, [1.07.14 d], al producto de la carga lineal específica del inducido por el paso polar ( $q \tau_p$ ); a la vez varía aproximadamente en razón inversa del entrehierro, si despreciamos la influencia del hierro de los dientes.

Así,

$$B_t \approx k_2 \frac{q \tau_p}{\delta}$$

y

$$K_d = \frac{B_M}{B_0} \approx 1 + k_1 k_2 \frac{q \tau_p}{\delta B_0} \approx 1 + k_3 \left( \frac{q}{B_0} \right) \left( \frac{\tau_p}{\delta} \right);$$

$$\frac{\delta}{\tau_p} = \left(\frac{q}{B_o}\right) \left(\frac{k_3}{K_d - 1}\right)$$

Nótese, párrafo 1.04.08 b, que

$$B_o = K_M \hat{B}_{\delta_o}$$

Si se fija un límite máximo para el coeficiente de distorsión  $K_d$  se deducirá el valor que como mínimo debe guardar la relación  $\delta/\tau_p$ . Prácticamente se ha observado que la deformación del campo no llega a ser excesiva si se toma

$$\frac{\delta}{\tau_p} \geq \frac{3}{4} \frac{q}{K_M \hat{B}_{\delta_o}} \quad \text{en las máquinas de polos salientes y entrehierro uniforme.} \quad [2.04.24 \text{ a}]$$

$$\frac{\delta}{\tau_p} \geq \frac{1}{3} \frac{q}{K_M \hat{B}_{\delta_o}} \quad \text{en las de entrehierro senoidal} \quad [2.04.24 \text{ b}]$$

$$\frac{\delta}{\tau_p} \geq \frac{1}{4} \frac{q}{K_M \hat{B}_{\delta_o}} \quad \text{en las de rotor cilíndrico} \quad [2.04.24 \text{ c}]$$

( $K_M$  se tomará de la figura 1.04.08 b;  $\hat{B}_{\delta_o}$  en G).

La ecuación [a] conduce a valores muy elevados del entrehierro; en general hay que reducir éste conformándose con una mayor distorsión y aceptar

$$\frac{\delta}{\tau_p} \approx \frac{1}{2} \frac{q}{K_M \hat{B}_{\delta_o}} \quad [2.04.24 \text{ d}]$$

Para los compensadores síncronos que trabajan con  $\cos \varphi \approx 0$  donde la reacción de inducido es casi totalmente antagónica, o de componente transversal muy débil pueden adoptarse valores inferiores de la relación citada  $\delta/\tau_p$ .

Por otra parte, desde el punto de vista mecánico ha de fijarse en cualquier caso

$$\frac{\delta}{D} \geq \frac{1}{1000} \quad [2.04.24 \text{ e}]$$

aunque si el rotor es muy corto puede tomarse

$$\frac{\delta}{D} \geq \frac{1}{1250 \dots 1400} \quad [2.04.24 \text{ f}]$$

El recubrimiento polar  $\psi$  suele hacerse de 0,6 a 0,7. Cuanto mayor se toma este valor tanto más fuerte es la dispersión polar  $\sigma_p$ .

Todos los valores indicados se refieren al entrehierro  $\delta$  en el centro del polo;  $\delta$  será constante en las máquinas de entrehierro uniforme pero, en cambio aumentará más o menos gradualmente hacia los extremos de las expansiones polares en los alternadores de entrehierro variable, con objeto de conseguir una onda de campo que se aproxime a la forma senoidal.

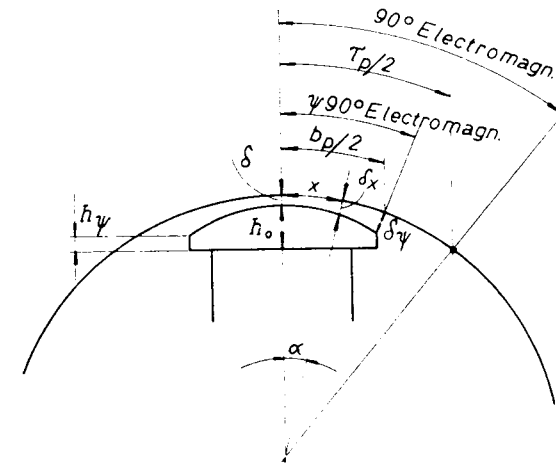


Fig. 2.04.24 b. Entrehierro senoidal

Para ello en el caso más simple, se da a la expansión polar un perfil trapecial haciendo que la altura del entrehierro  $\delta_\psi$  en los extremos sea del doble al triple que en el eje del polo

$$\delta_\psi = (2 \dots 3)\delta \quad [2.04.24 \text{ g}]$$

La solución teóricamente más próxima a la ideal consiste en hacer crecer el valor de  $\delta$  desde el eje polar hasta los extremos de las expansiones, según una ley cosenoidal. Notemos que el ángulo magnético abarcado por medio paso polar completo es de 90°, de los cuales corresponden al arco  $b_p/2$

(fig. 2.04.24 b).  $90 \frac{b_p/2}{\tau_p/2} = \psi 90 \text{ (}^\circ \text{ magnét.)} \quad [2.04.24 \text{ h}]$

La magnitud del entrehierro  $\delta_x$  en cada punto del arco polar contadas las distancias  $x$  a partir del centro del polo y siguiendo la ley expresada, debería ser, con  $\alpha$  en grados magnéticos,

$$\boxed{\delta_x} = \frac{\delta}{\cos \alpha} = \frac{\delta}{\cos \left( \frac{x}{\tau_p/2} 90^\circ \right)} = \boxed{\frac{\delta}{\cos \left( \frac{x}{\tau_p} 180^\circ \right)}} \quad [2.04.24 \text{ i}]$$

lo que nos da en los extremos de las expansiones polares

$$\boxed{\delta_\psi = \frac{\delta}{\cos (\psi 90^\circ)}} \quad [2.04.24 \text{ j}]$$

En la práctica, se marcan los valores de  $\delta$  y  $\delta_\psi$  y los puntos correspondientes se unen por un arco de circunferencia con centro sobre la línea del eje polar.

#### 2.04.25 Ejemplos

*Ejemplo 1.º* En el alternador de 1800 kVA, 8200 V, 50 Hz, 93,75 r/m (64 polos) del ejemplo último, 2.04.23, teníamos.

$D = 500$  cm,  $\psi = 0,665$ , entrehierro uniforme. La inducción senoidal teórica en vacío hemos visto que era (Ejemplo 1.04.16)  $\hat{B}_{\delta_0} = 0,803$  T. Para  $\psi = 0,665$  y entrehierro uniforme la fig. 1.04.08 b nos da un coeficiente relativo de amplitud  $K_M = 0,885$ . Además, este alternador se hace trabajar normalmente con una carga lineal específica  $q = 279$  Ac/cm.

Calcular el entrehierro mínimo aceptable.

Según [2.04.24 a],

$$\frac{\delta}{\tau_p} \geq \frac{3}{4} \frac{q}{K_M \hat{B}_{\delta_0}} \geq \frac{3}{4} \frac{279}{0,885 \cdot 8030} = 0,0294$$

Como

$$\tau_p = \frac{\pi D}{2p} = \frac{\pi \cdot 500}{64} = 24,6 \text{ cm,}$$

debe ser

$$\delta \geq 0,0294 \cdot 24,6 \geq 0,72 \text{ cm}$$

Por la ecuación [2.04.24 d],

$$\frac{\delta}{\tau_p} = \frac{1}{2} \frac{q}{K_M \hat{B}_{\delta_0}} = \frac{1}{2} \frac{279}{0,885 \cdot 8030} = 0,0197$$

y

$$\delta \geq 0,0197 \cdot 24,6 \geq 0,483 \text{ cm}$$

Si la máquina fuese de entrehierro senoidal hubiera bastado con un valor aún más reducido. La longitud de 7,2 mm requiere una excitación muy fuerte y la máquina en cuestión llevaba en realidad  $\delta = 3,5$  mm, incluso algo por bajo del límite mecánico [2.04.23 f],

$$\delta \geq \frac{D}{1250 \dots 1400} \geq \frac{5000}{1200 \dots 1400} \geq 4 \dots 3,58 \text{ mm.}$$

En este alternador la deformación de la onda de f.e.m. en carga será muy fuerte.

*Ejemplo 2.º* El alternador trifásico rápido de 10.000 kVA, 14 kV, 750 r/m, 50 Hz, (8 polos), considerado en el ejemplo 2.º del párrafo 2.04.08, tiene en realidad las siguientes dimensiones

$D = 180$  cm,  $L = 105$  cm,  $n = 108$  ranuras,  $\psi = 0,65$ , 6 conductores por ranura, en doble capa, paso  $y_n = 11$  (1 a 12) ranuras.

Calcular el entrehierro mínimo, de configuración senoidal.

$$\text{Tensión por fase } U_f = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{14}{\sqrt{3}} = 8,09 \text{ kV}$$

$$\text{Corriente por fase } I_f = \frac{P}{\sqrt{3} U} = \frac{10000}{\sqrt{3} \cdot 14} = 412 \text{ A}$$

Inducción teórica senoidal en vacío, [2.01.11 f],

$$\hat{B}_{\delta_0} = \frac{22,5 U_f}{\left( \frac{f}{100} \right) n_{pf} (\xi Z_n) (DL)} \quad (\text{T})$$

(con  $U_f$  en V,  $D$  y  $L$  en cm y  $f$  en Hz);

$$n_{pf} = \frac{n}{2pm} = \frac{108}{8 \cdot 3} = 4,5 \text{ ran. por polo y fase}$$

Para el factor de bobinado  $\xi$  seguiremos el método simplificado expuesto en el párrafo 2.04.15 consistente en suponer que sean todos los grupos de bobina homogéneos, e interpolando, por lo que se refiere al factor de distribución  $\xi_d$

Con  $n_{pf} = 4$  ranuras por polo y fase,  $\xi_d = 0,958$  (Tabla 1.04.13 a)

»  $n_{pf} = 5$  » » » »  $\xi_d = 0,957$  ( » » )

Podemos decir que a  $n_{pf} = 4,5$  le corresponde  $\xi_d = \frac{0,957 + 0,958}{2} = 0,957$

Siendo el número de ranuras por polo  $n_p = mn_{pf} = 3 \cdot 4,5 = 13,5$ .

y el paso de bobinas  $y_n = 11$  (1 a 12), la relación

$$\frac{y_n}{n_p} = \frac{11}{13,5} = 0,815$$

y la tabla 1.04.15 a nos da  $\xi_v \approx 0,96$ . Luego,

$$\xi \approx 0,957 \cdot 0,96 \approx 0,92$$

y

$$\hat{B}_{\delta 0} = \frac{22,5 \cdot 8080}{\left(\frac{50}{100}\right) 4,5 (0,92 \cdot 6) (180 \cdot 105)} = 0,775 \text{ T}$$

La carga lineal específica vale

$$q = \frac{n Z_n I}{\pi D} = \frac{108 \cdot 6 \cdot 412}{\pi \cdot 180} = 472 \text{ Ac/cm}$$

Para  $\psi = 0,65$  y con entrehierro senoidal es  $K_M = 1,02$  fig. 1.04.08. d. Por tanto, [2.04.24 b],

$$\frac{\delta}{\tau_p} \geq \frac{1}{3} \frac{q}{K_M \hat{B}_{\delta 0}} \geq \frac{1}{3} \frac{472}{1,02 \cdot 7750} \geq 0,02;$$

como

$$\tau_p = \frac{\pi D}{2 p} = \frac{\pi \cdot 180}{8} = 70,6 \text{ cm},$$

$$\delta \geq 0,02 \cdot 70,6 \geq 1,41 \text{ cm}$$

El alternador en cuestión lleva un entrehierro mínimo en el centro de los polos  $\delta = 1,125$  cm inferior al recomendado. Mecánicamente debería ser, [2.04.24 d],

$$\delta \geq \frac{D}{1000} \geq \frac{108}{1000} = 0,18 \text{ cm}$$

La condición del mantenimiento de la forma de onda es en este caso mucho más severa.

*Ejemplo 3.º* El turboalternador de 64 MVA, 10,5 kV, 3000 r/m, 50 Hz (2 polos)  $\cos \varphi = 0,8$  del ejemplo 3.º párr. 2.04.08, tiene realmente un diámetro  $D = 100$  cm, longitud  $L = 384$  cm y trabaja con una inducción teórica senoidal en vacío de  $\hat{B}_{\delta 0} = 8080$  G y una carga lineal específica  $q = 674$  Ac/cm;  $\frac{b_p}{\tau_p} = 0,237$ .

Deducir el entrehierro mínimo admisible según [2.04.24 c],

$$\frac{\tau_p}{\delta} \geq \frac{1}{4} \frac{q}{K_M \hat{B}_{\delta 0}};$$

Con  $b_p/\tau_p = 0,237$ , la figura 1.04.08 b nos da para rotores cilíndricos  $K_M = 1,025$ ;

$$\frac{\tau_p}{\delta} \geq \frac{1}{4} \frac{674}{1,025 \cdot 8080} = 0,0205$$

y como

$$\tau_p = \frac{\pi D}{2 p} = \frac{3,14 \cdot 100}{2} = 157 \text{ cm},$$

$$\delta \geq 0,0205 \cdot 157 \geq 3,22 \text{ cm}$$

La máquina se ha construido con  $\delta = 4$  cm.

## 2.04.26 Polos inductores

El resto del circuito magnético, o sea los polos inductores con su dispersión, corona polar, e incluso las bobinas de excitación, se calculan siguiendo exactamente el mismo proceso que en las máquinas de corriente continua. Solamente varía la magnitud de las constantes de trabajo admisibles, inducciones y densidades de corriente, en atención a la mejor ventilación de la rueda polar, la cual en los alternadores constituye el órgano móvil, y con miras también a la saturación, dadas las fuertes caídas de tensión que experimentan en carga. El espacio disponible para las bobinas inductoras es a su vez más reducido que en las de continua.

Los valores de partida suelen ser:

Inducción en los núcleos polares en vacío  $B_{po} = 1,3 \dots 1,5$  T, incluido el flujo de dispersión polar. En primera aproximación puede adoptarse un coeficiente de esta naturaleza  $\sigma_{po} = 1,15 \dots 1,2$ .

El cálculo final de la excitación en carga nos conducirá a rectificar, si es preciso, los valores adoptados.

Fijada  $B_{po}$  la ecuación [1.04.23 h] nos da la anchura  $b_{np}$  del núcleo polar

$$b_{np} = (K_f K_p) \frac{D}{p} \left( \frac{\sigma_{po} \hat{B}_{\delta 0}}{B_{po}} \right) \quad [2.04.26 a]$$

( $D$  y  $b_{np}$ , en las mismas unidades, en cm por ejemplo),  $K_f$  es el factor relativo de forma ( $K_f = 1,11/k_f$ ) que hallamos en las curvas de la fig. 1.04.06 a. Además, [1.04.23 e],

$$K_p = \frac{L}{k_{Fe} L_{np}} \quad [2.04.26 b]$$

es el coeficiente de utilización para el núcleo del polo cuyo factor de empilado  $k_{Fe}$  puede valer 0,95 si se construye con planchas de 1 mm, o 1 si se trata de

polos macizos, y  $L_{np}$ , longitud axial bruta del núcleo polar, se hace igual o algo menor que la del inducido  $L$ . Esta última solución a fin de procurar fácil asiento frontal para las bobinas inductoras.

La longitud radial del núcleo polar  $h_{np}$  debe ser suficiente para alojar la bobina inductora de tal modo que ésta presente una superficie de ventilación adecuada a las pérdidas. El volumen de dicha bobina depende en primer lugar de la excitación necesaria la cual, a su vez, se halla influida por las dimensiones de la rueda polar. Es preciso, pues, adoptar un valor provisional para la longitud radial de los núcleos polares y comprobar finalmente si las bobinas se alojan bien en el espacio disponible sin que por ello el calentamiento resulte excesivo.

A título de orientación, partiendo de los resultados que proporcionan otras máquinas ya construidas, teniendo en cuenta las circunstancias normales del circuito magnético, de la reacción de inducido y de la ventilación, puede tomarse una altura de bobina polar, si se forma con barras dobladas de canto en una sola capa,

$$h_{bp} = \frac{q \tau_p}{700\sqrt{0,3 + 0,1 v}} \quad (\text{cm}). \quad [2.04.26 \text{ c}]$$

Para las bobinas con barras en dos capas y canal intermedio de ventilación esta altura se reduce en un 20 a 40 % y con bobinado en hilo en varias capas, aumenta alrededor de un 20 %

$\tau_p$  es el paso polar en cm;

$q$ , la carga lineal específica en Ac/cm;

$v$ , la velocidad periférica del inducido en m/s.

Dejando 10 a 15 mm para el armazón y soporte aislante de la bobina, tendremos la altura del núcleo polar

$$h_{np} = h_{bp} + (1 \dots 1,5) = \frac{q \tau_p}{700\sqrt{0,3 + 0,1 v}} + (1 \dots 1,5) \quad (\text{cm}) \quad [2.04.26 \text{ d}]$$

Sumándole la altura de la expansión polar en el centro  $h_o$  (cm) deducida del dibujo de la misma, o por estimación, llegamos a una longitud total para el polo

$$l_p = h_{np} + h_o = h_{bp} + (1 \dots 1,5) + h_o = \frac{q \tau_p}{700\sqrt{0,3 + 0,1 v}} + (1 \dots 1,5) + h_o \quad (\text{cm}) \quad [2.04.26 \text{ e}]$$

### 2.04.27 Ejemplo

Acudamos de nuevo al alternador de 10000 kVA, 14 kV, 750 r/m, 50 Hz, (8 polos), para el cual se tenía (párr. 2.04.25 ej. 2.º),

$D = 180$  cm,  $L = 105$  cm,  $\hat{B}_{po} = 0,775$  T,  $q = 489$  Ac/cm,  $\psi = 0,65$ , entrehierro senoidal.

Con  $\psi = 0,65$  y para esta conformación del entrehierro,  $K_f = 0,961$  (fig. 1.04.06 a). Cuanto a  $K_p$  [1.04.23 e],

$$K_p = \frac{L}{k_{pe} L_{np}}$$

Los polos, en planchas de 1 mm dan un coeficiente de empilado  $k_{pe} = 0,95$ . Eligiendo su longitud  $L_{np} = 107$  cm un poco mayor que  $L$  con lo cual se garantiza la ausencia de empuje magnético axial, tendremos

$$K_p = \frac{105}{0,95 \cdot 107} = 1,03$$

Adoptemos una inducción polar en vacío  $B_{po} = 1,35$  T, (párr. 2.04.26), y suponemos el coeficiente de dispersión de los polos, también en vacío  $\sigma_{po} = 1,15$ .

Entonces, [2.04.26 a],

$$b_{np} = (K_f K_p) \frac{D}{p} \left( \frac{\sigma_{po} B_{po}}{B_{po}} \right) = (0,9861 \cdot 1,03) \frac{180}{4} \left( \frac{1,15 \cdot 0,775}{1,35} \right) = 29,4 \text{ cm}$$

La máquina tiene  $b_{np} = 29,5$  cm.

Cuanto a la longitud radial de las bobinas inductoras,

$$\tau_p = \frac{\pi D}{2p} = \frac{\pi \cdot 180}{8} = 70,7 \text{ cm}$$

la velocidad tangencial,  $v = 70,7$  m/s

Altura de la bobina, [2.04.26 c],

$$h_{bp} \approx \frac{q \tau_p}{700\sqrt{0,3 + 0,1 v}} = \frac{489 \cdot 70,7}{700\sqrt{0,3 + 0,1 \cdot 70,7}} = 18,2 \text{ cm}$$

En esta máquina de pocos polos, dada su potencia, las bobinas, con barras de canto, son de gran espesor, van en dos capas y llevan canal intermedio de ventilación entre una y otra capa lo que permite acortarlos mucho. La altura verdadera es  $h_{bp} = 11$  cm y la del núcleo polar con el espacio necesario para la fijación perfecta de las bobinas,  $h_{np} = 17$  cm.

### 2.04.28 Altura de la corona polar $h_n$ .

Para el núcleo se tomará en vacío una inducción  $B_{no} = 1,2 \dots 1,4$  T. Obtenido  $K_f$  como hemos visto, (fig. 1.04.06 a), y haciendo [1.04.26 s],

$$K_n = \frac{L}{k_{Fe} L_n} \quad [2.04.28 \text{ a}]$$

donde  $L_n$  designa la longitud axial bruta de la corona, y  $k_{Fe}$  su factor de empilado si no es maciza, la ecuación [1.04.26 h] nos proporciona

$$h_n = \left( \frac{K_f K_n}{2} \right) \frac{D}{p} \left( \frac{\sigma_{po} \hat{B}_{\delta o}}{B_{no}} \right) \quad [2.04.28 \text{ b}]$$

El coeficiente de dispersión polar, en vacío  $\sigma_{po}$  es el mismo que para los polos.

Las exigencias mecánicas de la corona polar sometida a considerables esfuerzos centrífugos, sobre todo en caso de embalamiento, obligan, por regla general, a aumentar la altura  $h_n$  mucho más de lo que se precisa estrictamente desde el punto de vista magnético.

#### 2.04.29 Ejemplo

Sea el mismo alternador de 10 MVA, 14 kV, 750 r/m, 8 polos con

$$D = 180 \text{ cm}, L = 105 \text{ cm}, \hat{B}_{\delta o} = 0,775 \text{ T}, \psi = 0,65 \text{ y } K_f = 0,961$$

(ver ejemplo anterior 2.04.27). Admitimos también; como en dicho ejemplo,  $\sigma_{po} = 1,15$  Cuanto a [1.04.26 e],

$$K_n = \frac{L}{k_{Fe} L_n}$$

fijaremos para la longitud  $L_n$  de la corona polar maciza  $L_n = 112,5 \text{ cm}$ , 17,5 cm más que el inducido con objeto de poder disponer los topes y asientos estructurales necesarios a los polos fijados por colas de martillo;  $k_{Fe} = 1$

$$K_n = \frac{105}{1 \cdot 112,5} = 0,858$$

Adoptando  $B_{no} = 1,3 \text{ T}$ , resulta, [2.04.28 b],

$$h_n = \left( \frac{K_f K_n}{2} \right) \frac{D}{p} \left( \frac{\sigma_{po} \hat{B}_{\delta o}}{B_{no}} \right) = \left( \frac{0,961 \cdot 0,858}{2} \right) \frac{180}{4} \left( \frac{1,15 \cdot 0,775}{1,3} \right) = 12,75 \text{ cm}$$

Razones mecánicas, ya que esta corona ha de soportar la fuerza centrífuga de todo el sistema polar en condiciones de embalamiento, hacen que aquella altura radial de núcleo sea absolutamente insuficiente. Se adoptó  $h_n = 25,6 \text{ cm}$ , con lo cual la inducción en el núcleo en vacío resulta de

$$1,3 \frac{12,75}{25,6} = 0,65 \text{ T.}$$

prácticamente despreciable para el hierro.

#### 2.04.30 Calentamiento de las bobinas inductoras

Se trata siempre de bobinas de tensión cuya sección  $s_b$  ( $\text{mm}^2$ ) viene determinada por la f.m.m. en carga  $\theta_b$  (Av), la tensión de excitación aplicada por bobina  $U_b$  (V), la longitud de la espira media  $l_{mb}$  (m) y la resistividad del conductor en caliente  $\rho$  ( $\frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$ ).

Según la ecuación [1.09.06 b],

$$s_b = \rho l_{mb} \frac{\theta_b}{U_b} \quad (\text{mm}^2) \quad [2.04.30 \text{ a}]$$

La densidad admisible  $\Delta_b$  es mayor que para las bobinas inductoras estacionarias de los polos de continua. En el caso de los alternadores,  $\Delta_b$  oscila alrededor de unos 2,5 a 3,5 A/mm<sup>2</sup>.

La corriente de excitación a prever viene dada entonces por

$$I_b = s_b \Delta_b \quad [2.04.30 \text{ b}]$$

y el número de espiras por bobina

$$N_b = \frac{\theta_b}{I_b}$$

Se procurará siempre que sea posible disponerlas en una sola capa arrollando comúnmente el cobre en forma de barra, de canto. Sólo los alternadores muy pequeños llevan bobinas inductoras de hilo redondo o rectangular en varias capas.

También aquí como comprobación y a falta de otros datos más precisos obtenidos por el constructor por ensayos directos de laboratorio con las máquinas de su propia fabricación, puede acudir al gráfico de la fig. 2.04.30 a, extraído de experiencias con tipos de construcción usuales, donde puede verse

el coeficiente de ventilación que cabe esperar  $K_{vb}$  en  $\frac{W}{\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$  referido al incremento de temperatura exterior de las bobinas medida en el punto accesible más caliente. El calentamiento medio deducido por el aumento de resistencia óhmica acostumbra ser 10 a 15  $^\circ\text{C}$  superior. Por tanto, habrá que rebajar, de la elevación de temperatura admisible, este suplemento de 10 a 15  $^\circ\text{C}$  siempre que se efectúe el cálculo por las curvas de la fig. 2.04.30 a.

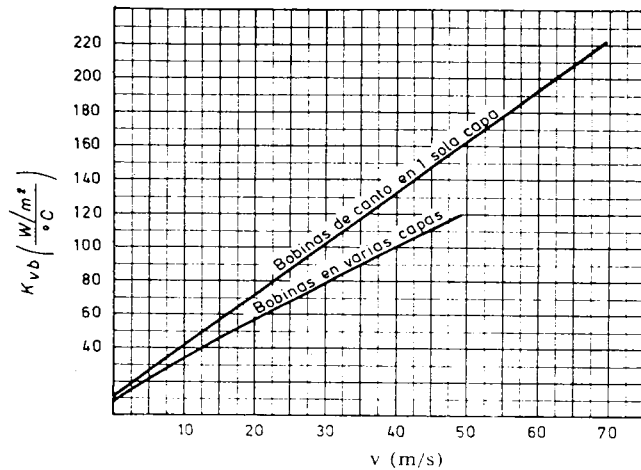


Fig. 2.04.30 a. Coeficiente de ventilación  $K_{vb}$  para las bobinas inductoras de las máquinas sincrónicas en función de la velocidad periférica  $v$  del rotor.

#### 2.04.31 Ejemplos

*Ejemplo 1.º* El alternador de 10 MVA, 14 kV, 750 r/m, 50 Hz, 8 polos, objeto de los ejemplos anteriores consume a P.C. y  $\cos \varphi$  normal (0,8), 43 kW en la excitación.

Las dimensiones de las bobinas inductoras son: Desarrollo exterior, 3300 mm; altura radial por bobina, 140 mm. El diámetro del inducido  $D = 1,8$  m.

Deducir el calentamiento de las mismas.

La pérdida por bobina asciende a

$$p_B = \frac{43 \text{ kW}}{8 \text{ bob.}} = 5,37 \text{ kW/bobina.}$$

La superficie de ventilación,

$$S_b = 3,3 \text{ m} \times 0,14 \text{ m} = 0,462 \text{ m}^2.$$

Las pérdidas por unidad de superficie,

$$p_b = \frac{537 \text{ W}}{0,462 \text{ m}^2} = 11600 \text{ W/m}^2.$$

La velocidad periférica del rotor,

$$v = \frac{\pi D N}{60} = \frac{\pi \cdot 1,8 \cdot 750}{60} = 70,7 \text{ m/s}$$

Para esta velocidad y con el arrollamiento de las bobinas inductoras en cobre de **canto** (1 capa), la fig. 2.04.30 a señala un coeficiente de ventilación  $K_{vb} = 224 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$

El calentamiento medido por termómetro en la superficie de las bobinas será, pues,

$$\theta = \frac{p_b}{K_{vb}} = \frac{11600 \text{ W/m}^2}{224 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}} \approx 52 \text{ } ^\circ\text{C}$$

El incremento medio de temperatura, unos 13 °C mayor ascenderá, pues, a 65 °C suficientemente bajo teniendo en cuenta que la elevación admisible con aislamiento clase B es de 80 °C.

Las bobinas trabajaban con una densidad de corriente de 3,75 A/mm².

*Ejemplo 2.º* Un alternador de 760 kVA, 93,75 r/m, 50 Hz, (64 polos), requiere una excitación a P.C. y  $\cos \varphi$  nominal, de 15,4 kW. El desarrollo exterior de una bobina inductora es de 820 mm y la altura radial 90 mm. El diámetro del inducido, 4250 mm. Calcular el calentamiento aproximado del arrollamiento de excitación

$$\text{Pérdida por bobina } p_B = \frac{15400 \text{ W}}{64 \text{ bob.}} = 241 \text{ W/bob.}$$

$$\text{Superficie de ventilación } S_b = 0,82 \cdot 0,09 = 0,0738 \text{ m}^2$$

$$\text{Pérdida por unidad de superficie } p_b = \frac{p_B}{S_b} = \frac{241 \text{ W}}{0,0738 \text{ m}^2} = 3270 \text{ W/m}^2$$

$$\text{Velocidad periférica } v = \frac{\pi D N}{60} = \frac{\pi \cdot 4,25 \cdot 93,75}{60} = 20,9 \text{ m/s}$$

Coefficiente de ventilación: para  $v = 20,9$  m/s con bobinado inductor en varias capas, la fig. 2.04.30 a nos da  $K_{vb} = 60 \frac{\text{W/m}^2}{^\circ\text{C}}$

$$\text{Calentamiento superficial } \theta = \frac{3270 \text{ W/m}^2}{60 \frac{\text{W/m}^2}{^\circ\text{C}}} = 55 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Lo que supondría unos 15 °C más o sea 70 °C de incremento medio de temperatura, también inferior al que se admitiría con un aislamiento tipo B (80 °C).

La densidad de corriente en las bobinas inductoras de esta máquina era de 2,4 A/mm².

#### 2.04.32 Dimensiones complementarias del inducido

La longitud media de las cabezas de bobina  $L_{cb}$  puede obtenerse exactamente mediante el dibujo a escala del devanado sobre el proyecto de la máquina. Pero como esta fase del trabajo se desarrolla en una etapa mucho más avanzada del estudio constructivo, conviene disponer de fórmulas sencillas que nos permitan terminar antes el cálculo completo de las características eléctricas e incluso del peso de los materiales a prever, con vistas al coste y a las provisiones de almacén.

Para ello pueden aplicarse con suficiente aproximación las ecuaciones siguientes de las cuales ya hemos dado un anticipo al estudiar la reactancia de dispersión [1.06.09 e f g].

a) *Devanado de corona.* Si  $D_m$  (cm) es el diámetro medio de las ranuras

$$L_{cb} \approx \frac{4 D_m}{2 p} \text{ cm} \quad [2.04.32 \text{ a}]$$

También puede darse como válida esta otra expresión que hace intervenir el diámetro del entrehierro  $D$  (cm)

$$L_{cb} \approx \frac{4,5 D}{2 p} \text{ cm} \quad [2.04.32 \text{ b}]$$

Los arrollamientos de corona sólo suelen emplearse en máquinas muy pequeñas de baja tensión bobinada con hilo. Si por excepción se aplicasen a alternadores de voltaje más elevado deberá añadirse unos 2 cm por kV de tensión compuesta

$$L_{cb} \approx \frac{4 D_m}{2 p} + 2 U \approx \frac{4,5 D}{2 p} + 2 U \text{ (cm)} \quad [2.04.32 \text{ c}]$$

( $U$  en kV).

En las máquinas de dos polos, la dificultad del bobinado alarga las cabezas de bobina en un 10 a 20 %.

b) *Devanados de cadena.* Análogamente,

$$L_{cb} \approx \frac{4,5 D_m}{2 p} + 3 U \approx \frac{5 D}{2 p} + 3 U \text{ (cm)} \quad [2.04.32 \text{ d}]$$

( $U$  en kV)

c) *Devanados en doble capa:*

$$L_{cb} \approx \frac{5 D_m}{2 p} + a_l \approx \frac{5,5 D}{2 p} + a_l \text{ (cm)} \quad [2.04.32 \text{ e}]$$

$a_l$  es la longitud del manguito largo, [2.04.21 f] y fig. 2.04.21 d, en cm. Pretende ser más exacta la fórmula siguiente que tiene en cuenta la forma real de las bobinas.

$$L_{cb} = \frac{\pi D}{2 p \sqrt{1 - \left(\frac{a}{\tau_d}\right)^2}} + 3 h_t + a_l \text{ (cm)} \quad [2.04.32 \text{ f}]$$

$a$  = anchura de la ranura en cm

$\tau_d$  = paso de dientes en el entrehierro en cm

$h_t$  = profundidad de ranura en cm

$a_l$  = saliente del manguito largo en cm, fig. 2.04.21 f

El vuelo  $v$  de las cabezas de bobina es aún más difícil de prever. A título de orientación pueden darse las siguientes reglas.

a) *Devanados en corona*

$$v \approx (3 \dots 5) h_t \text{ (cm)} \quad [2.04.32 \text{ g}]$$

El coeficiente más alto, para máquinas bipolares

b) *Devanados de cadena*

$$v \approx a_c + (3 \dots 4) h_t \text{ (cm)} \quad [2.04.32 \text{ h}]$$

( $a_c$  = saliente del manguito corto en cm, [2.04.21 e])

c) *Devanados en doble capa.* Por analogía con los de corriente continua [2.02.36 d a h], podemos escribir

$$v \approx a_l + b + c \text{ (cm)} \quad [2.04.32 \text{ i}]$$

siendo  $a_l$  el saliente del manguito largo en cm (fig. 2.04.21 d y 2.04.21 c),  $b$  el vuelo de la parte inclinada de las cabezas (fig. 2.02.36 a):

$$b = l \frac{r}{\sqrt{l^2 - r^2}} \text{ (cm)} \quad [2.04.32 \text{ j}]$$



con

$$l = \frac{y_n}{2} \tau_s \quad [2.04.32 \text{ k}]$$

y

$$r \approx \frac{y_n}{2} (a + j) \quad [2.04.32 \text{ l}]$$

Por lo que respecta a  $c$ 

$$c \approx \varrho + \frac{h_t}{2} \approx h_t \quad [2.04.32 \text{ m}]$$

si las barras van soldadas en las testas del bobinado es

$$c \approx \frac{h_t}{2} \quad [2.04.32 \text{ n}]$$

**2.04.33 Ejemplos**

*Ejemplo 1.* Un pequeño alternador de 22 kVA, 220 V, 50 Hz, 1500 r/m, (4 polos), tiene un diámetro de entrehierro  $D = 150$  mm, longitud de paquete  $L = 250$  mm y ranuras semicerradas de profundidad total  $h_t = 24$  mm. Devanado de corona.

Calcular aproximadamente la longitud media por conductor y el saliente de bobinas del estator.

Según [2.04.32 a], la longitud media de las cabezas de bobina es

$$L_{cb} \approx \frac{4}{2p} D_m;$$

$$D_m = D + h_t = 150 + 24 = 174 \text{ cm}$$

$$L_{cb} \approx \frac{4 \cdot 174}{4} \approx 174 \text{ cm}$$

Según [2.04.32 b],

$$L_{cb} \approx \frac{4,5 D}{2p} \approx \frac{4,5 \cdot 150}{4} \approx 16,9 \text{ cm}$$

De acuerdo con el primer cálculo, la longitud media de conductor

$$l_m \approx L + L_c \approx 25 + 17,4 \approx 42,4 \text{ cm}$$

y según el segundo, 41,9 cm. Prácticamente resultaba 45 cm. El vuelo de las cabezas, [2.04.32 g],

$$v \approx (3 \dots 5) h_t \approx 4 \cdot 24 = 9,6 \text{ cm}$$

Su valor real venía a ser de unos 9 cm.

*Ejemplo 2.* Un alternador de 150 kVA, 300 V, 600 r/m, 50 Hz (10 polos), tiene un diámetro de entrehierro  $D = 80$  cm longitud de paquete  $L = 23$  cm y ranuras de profundidad  $h = 4,3$  cm. Calcular la longitud de un conductor y el vuelo de las cabezas de bobina.

Devanado en cadena.

De acuerdo con [2.04.32 d],

$$L_{cb} \approx \frac{4,5 D_m}{2p} + 3 U \approx \frac{4,5 (80 + 4,3)}{10} + 3 \cdot 3 \approx 47 \text{ cm}$$

o también, según la misma referencia,

$$L_{cb} \approx \frac{5 D}{2p} + 3 U \approx \frac{5 \cdot 80}{10} + 3 \cdot 3 \approx 49 \text{ cm}$$

Longitud media por conductor:

$$l_m \approx L + L_{cb} \approx 23 + 47 \approx 70 \text{ cm}$$

o bien

$$l_m \approx 23 + 49 \approx 72 \text{ cm}$$

En realidad  $l_m$  venía a ser de unos 75 cm.

Vuelo máximo de las cabezas de bobina, [2.04.32 h],

$$v \approx a_c + (3 \dots 4) h,$$

Para  $U = 3$  kV y según [2.04.21 e],  $a_c \approx 10 + 5,5 U \approx 10 + 5,5 \cdot 3 \approx 27$  mm

y

$$v \approx 27 + 3,5 \cdot 4,3 \approx 18 \text{ cm}$$

En la práctica,  $v = 17$  cm.

*Ejemplo 3.* Un alternador de 1800 kVA, 8200 V, 93,75 r/m, 50 Hz (64 polos), tiene un diámetro en el entrehierro  $D = 500$  cm, ranuras de  $h_t = 60$  mm, de profundidad, longitud de paquete  $L = 30,5$  cm.

Hallar la longitud media por conductor y el vuelo de las cabezas de bobina. Arrollamiento en cadena.

Según [2.04.32 d]

$$L_{cb} \approx \frac{4,5 D_m}{2p} + 3 U \approx \frac{4,5 (500 + 6)}{64} + 3 \cdot 8,2 \approx 60,2 \text{ cm}$$

o bien

$$L_{cb} \approx \frac{5 D}{2p} + 3 U \approx \frac{5 \cdot 500}{64} + 3 \cdot 8,2 \approx 63,7 \text{ cm}$$

de donde, la longitud media

$$l_m \approx 30,5 + 60,2 \approx 90 \text{ cm}$$

o

$$l_n \approx 30,5 + 63,7 \approx 94 \text{ cm}$$

El valor real era de 102 cm

Vuelo [2.04.32 h]:

$$v \approx a_c + (3 \dots 4) h_t$$

Para  $U = 8,2 \text{ kV}$ ,  $a_c \approx 15 + 7,5$   $U \approx 15 + 7,5 \cdot 8,2 \approx 76,5 \text{ mm}$ , [2.04.21 f].

y

$$v \approx 76,5 + 3 \cdot 60 \approx 256 \text{ mm.}$$

El saliente real era de 230 mm.

*Ejemplo 4.* Un alternador de 10000 kVA, 14 kV, 750 r/m, 50 Hz (8 polos), lleva un devanado en doble capa con paso  $y_n = 11$  ranuras sobre ranuras de profundidad  $h_t = 11,5 \text{ cm}$ . Diámetro del entrehierro  $D = 180 \text{ cm}$ , longitud axial  $L = 105 \text{ cm}$ . Paso de ranuras  $\tau_b = 5,23 \text{ cm}$ ; juego entre bobinas  $j = 0,6 \text{ cm}$ ; anchura de ranuras  $a = 2,2 \text{ cm}$ .

La longitud del manguito saliente largo  $a_1$  es en esta máquina extremadamente amplia:  $a_1 = 200 \text{ mm}$  en lugar de, [2.04.21 f],

$$a_1 = 15 + 7,5 \cdot 14 = 120 \text{ mm}$$

Deducir la longitud media por conductor y el vuelo de las cabezas de bobina. Empleando la fórmula [2.04.32 e],

$$L_{cb} \approx \frac{5 D_m}{2 p} + a_1;$$

$a_1 = 200 \text{ mm}$  según hemos comentado

$$L_{cb} \approx \frac{5 (180 + 11,5)}{8} + 20 \approx 140 \text{ cm}$$

o también (véase la misma referencia [2.04.32 e])

$$L_{cb} \approx \frac{5,5 D}{2 p} + a_1 \approx \frac{5,5 \cdot 180}{8} + 20 \approx 144 \text{ cm}$$

de donde, la longitud media de un conductor

$$l_m \approx L_{cb} + L \approx 140 + 105 \approx 245 \text{ cm}$$

o bien

$$l_m \approx 144 + 105 \approx 249 \text{ cm}$$

El valor real es  $l_m = 215 \text{ cm}$ , un 8 a 10 % inferior.

Vuelo: Según [2.04.32 k l m y j],

$$l = \frac{y_n}{2} \tau_b = \frac{11}{2} 5,23 = 28,8 \text{ cm}$$

$$r = \frac{y_n}{2} (a + j) = \frac{11}{2} (2,2 + 0,6) = 15,4 \text{ cm}$$

$$c = e + \frac{h_t}{2} \approx h_t = 11,5 \text{ cm}$$

$$b = l \frac{r}{\sqrt{l^2 - r^2}} = 28,8 \frac{15,4}{\sqrt{28,8^2 - 15,4^2}} = 18 \text{ cm}$$

de donde [2.04.32 i], el vuelo,

$$v = a_1 + b + c = 20 + 18 + 11,5 = 49,5 \text{ cm}$$

El saliente real de esta máquina llega a los 58 cm por haberse dispuesto abiertas las bobinas en las testas frontales para la soldadura de los conductores individuales lo que ensancha el arco de retroceso en unos 8 cm.

## 2.05 CALCULO DE UN ALTERNADOR

2.05.01 **Resumen** Vamos a proceder, como ejemplo, al cálculo completo de un alternador de polos salientes reuniendo al mismo tiempo en un proceso ordenado las fórmulas apropiadas, a guisa de pauta de trabajo.

Debemos advertir una vez más que en la práctica industrial es muy raro el que deba realizarse el cálculo completo de la máquina, sino que se tratará más bien de adaptar a las condiciones exigidas tipos ya construidos modificando debidamente sus dimensiones, para tratar de conseguir en todo cuando se pueda el aprovechamiento de elementos y útiles existentes, lo cual por su parte restringe en cierto modo el grado de libertad; supondremos implícitamente que esto no ocurre al seguir al proceso desarrollado a continuación.

Expondremos como ejemplo el cálculo de un alternador trifásico horizontal de 5000 kVA, 500 r/m, para su acople a una turbina PELTON teniendo en cuenta la velocidad de embalamiento, pero se da como bueno el  $GD^2$  natural que resulte, sin exigencia particular sobre este punto por parte del turbinista.

2.05.02 **Datos principales**

- 001) Potencia aparente en bornes,  $P_b = 5000$  kVA
- 002) Factor de potencia normal,  $\cos \varphi = 0,85$
- 003) Tensión de línea,  $U = 5250$  V
- 004) Número de fases,  $m = 3$
- 005) Conexión,  $Y$
- 006) Frecuencia,  $f = 50$  Hz
- 007) Velocidad de giro,  $N = 500$  r/m
- 008) Velocidad de embalamiento,  $N_{\text{emb}} = 1,8 \cdot N = 1,8 \cdot 500 = 900$  r/m
- 009)  $GD^2$  del sistema rotórico...

- 010) Eje: horizontal
- 011) Ventilación: en circuito cerrado
- 012) Con arrollamiento estabilizador
- 013) Aislamiento  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Estator : clase } B \\ \text{Rotor : } B \end{array} \right.$
- 014) Tensión por fase,  $U_1 = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{5250}{\sqrt{3}} = 3030$  V
- 015) Corriente por fase,  $I_1 = \frac{P}{m U_1} = \frac{5000}{3 \cdot 3030} = 550$  A
- 016) Pares de polos,  $p = \frac{60f}{N} = \frac{60 \cdot 50}{500} = 6$ ;  $2p = 12$  polos
- 017) Rendimiento supuesto (motores),  $\eta = \dots$

2.05.03 **Sistema inducido**

a) *Armatura. Valores provisionales*

- 021) Potencia por par de polos  $\frac{P_b}{p} = \frac{5000}{6} = 833$  kVA/par de polos
- 022) Relación  $\lambda = \frac{L}{\tau_p}$

Para  $p = 6$  pares de polos,  $\lambda = 1 \dots 2,2$  (fig. 2.04.06 c)

Para hacer más fácil obtener un elevado  $GD^2$  adoptemos una longitud corta, lo cual nos llevará a un mayor diámetro.

Tomemos provisionalmente  $\lambda = 1,1$

- 023) Correcciones  
 Coeficiente aproximado de incremento o disminución de potencia por  
 Tensión de 5,25 kV, coef. = 1 (párr. 2.04.06 d)  
 Cos  $\varphi$  de 0,85 coef.  $\approx 1,07$  ( " " e)  
 Arrollamiento inductor en 1 capa, coef. = 1 ( " " g)  
 Coeficiente total de reducción a la potencia base

$$K_r = 1 \cdot 1,07 \cdot 1 = 1,07$$

- 024) Potencia base por par de polos (a 50 Hz,  $\lambda = 1,1$ , 6 kV,  $\cos \varphi = 0,7$  y con devanado inductor en una capa)

$$\left(\frac{P_b}{p}\right) \frac{1}{\lambda} \frac{50}{f} \frac{1}{K_r} = 833 \frac{1}{1,1} \frac{50}{50} \frac{1}{1,07} = 707 \text{ kVA/par de polos}$$

- 025) Paso polar recomendable

para  $\left(\frac{P_b}{p}\right)$  corregido = 707 kVA/par de polos y

$p = \text{pares de polos, } \tau_p = 51,5 \text{ cm}$  (fig. 2.04.05 a y b)

026) Diámetro de entrehierro

$$D = \frac{2p\tau_p}{\pi} = \frac{12 \cdot 51,5}{\pi} = 196,5 \text{ cm}$$

027) Longitud de inducido

$$L = l\tau_p = 1,1 \cdot 51,5 = 56,7 \text{ cm}$$

b) Armadura. Valores adoptados

031) Diámetro  $D = 200$  cm

032) Longitud  $L = 58$  cm

033) Canales de ventilación radial  $n_c = 7$

034) Long. axial por canal  $\epsilon_c = 1$  cm

035) Long. bruta del hierro  $L_h = L - n_c \epsilon_c = 58 - 7 \cdot 1 = 51$  cm

036) Long. neta del hierro  $L_{pe} = k_{pe} L_h = 0,9 \cdot 51 = 45,9$  cm

037) Paso polar  $\tau_p = \frac{\pi D}{2p} = \frac{\pi \cdot 200}{12} = 52,4$  cm

038) Velocidad periférica  $v = \frac{\pi DN}{60} = \frac{\pi \cdot 2 \cdot 500}{60} = 52,4$  m/s

039) Velocidad de embalamiento  $v_{\infty} = v \frac{N_{\infty}}{N} = 52,4 \frac{900}{500} = 94$  m/s

040) Recubrimiento polar  $\psi = 0,65$  (párr. 2.04.24)

041) Entrehierro: senoidal

042) Factor relativo de forma  $K_f = 0,96$  (fig. 1.04.06 a)

043) Arco polar  $b_p = \psi \tau_p = 0,65 \cdot 52,4 = 34$  cm [1.04.06 e]

044) Factor relativo de amplitud  $K_M = 1,02$  (fig. 1.04.08 b)

c) Arrollamiento inducido

051) Arrollamiento: entero doble capa ondulado,

052) Ranuras por polo y fase  $n_{p'} = 4$

053) Número de ranuras  $n = (2pm) n_{p'} = 12 \cdot 3 \cdot 4 = 144$

054) Ranuras por polo  $n_p = m n_{p'} = 3 \cdot 4 = 12$

055) Paso de bobinas  $y_n = 12$  (1 ÷ 13)

056) Paso frontal  $y_f = 12$  (13 ÷ 25)

057) Paso relativo  $\frac{y_n}{n_p} = \frac{12}{12} = 1$

058) Coeficiente de distribución  $\xi_d = 0,958$  (Tabla 1.04.13 a)

059) Coeficiente de acortamiento  $\xi_v = 1$  ( » 1.04.15 a)

060) Coeficiente de bobinado  $\xi = \xi_d \xi_v = 0,958 \cdot 1 = 0,958$

071) Arrollamiento fraccionario de 1 capa sin ranuras muertas

072) Ranuras por polo y fase  $n_{p'}$  = (Tabla 2.04.11 a)

$$\epsilon + \frac{\alpha}{\beta} =$$

073) Número de ranuras  $n = (2pm)n_{p'}$  =

074) Número aparente de ranuras por polo y fase

$$n'_{p'} = \beta n_{p'} \quad [2.04.11 f]$$

075) Factor de bobinado

$\beta$  impar. Para  $n_{p'} \approx \xi =$  (Tabla 2.04.11 a)

$\beta$  par »  $n_{p'} = \xi =$  ( » » b)

076) Angulo vectorial entre ranuras

$$\gamma = \frac{360}{\left(\frac{n}{p}\right)} = \quad (\text{o eléctricos}) \quad [2.04.10 a]$$

077) Número máximo de vías por fase

$n'_{p'}$  = par  $c = 2 \frac{p}{\beta}$  (párr. 2.04.11)

$n'_{p'}$  = impar  $c = \frac{p}{\beta}$  ( » » )

078) Número adoptado de vías  $c =$

081) Arrollamiento fraccionario en 1 capa con 3 ranuras muertas

082) Ranuras por polo y fase  $n_{p'}$  = (Tabla 2.04.13 a)

$$\epsilon + \frac{\alpha}{\beta} =$$

- 083) Número de ranuras  $n = (2pm) n_{p1} =$
- 084) M.d.c. de  $\left\{ \begin{array}{l} p = \text{pares de polos} \\ n = \text{ranuras} \end{array} \right\} \mu =$  [2.04.13 d]
- 085) Bobinas efectivas por fase
- $$B_f = \frac{n-3}{6} =$$
- [2.04.13 e]
- 086) Factor de bobinado
- Para  $\mu =$  y  $B_f =$  ,  $\xi =$  (Tabla 2.04.13 b)
- 087) Angulo vectorial entre ranuras
- $$\gamma = \frac{360}{n/p} =$$
- (°eléctricos) [2.04.10 a]
- 088) Número máximo de vías por fase
- Según diagrama vectorial  $c =$
- 089) Número adoptado de vías  $c =$
- 091) *Arrollamiento fraccionario en doble capa*
- 092) Ranuras por polo y fase  $n_{p1} =$  (Tabla 2.04.15 a)
- $$\varepsilon + \frac{\alpha}{\beta}$$
- 093) Número de ranuras  $n = (2pm) n_{p1} =$
- 094) Ranuras por polo  $n_p = m n_{p1} =$
- 095) Paso de bobinas  $y_n =$
- 096) Paso frontal  $y_f =$
- 097) Paso relativo  $\frac{y_n}{n_p}$
- 098) Coeficiente de distribución : para  $n_{p1} =$  ,  $\xi_d =$  (Tabla 1.04.13 a)
- 099) Coeficiente de acortamiento: para  $\frac{y_n}{n_p} =$  ,  $\xi =$  (Tabla 1.04.15 a)
- 100) Coeficiente de bobinado  $\xi = \xi_d \xi_y =$
- 101) Angulo vectorial entre ranuras
- $$\gamma = \frac{360}{n/p} =$$
- (° eléctricas) [2.04.10 a]
- 102) Número máximo de vías por fase
- $$c = \frac{2p}{\beta} =$$
- [2.04.15 b]

- 103) Número adoptado de vías  $c =$
- d) *Conductores por ranuras y totales*
- 111) Inducción  $\hat{B}_{\delta_0}$  en vacío (provisional)
- Para  $\tau_p = 52,4$  cm y  $p = 6$  pares polos
- $$\hat{B}_{\delta_0} = 0,88 \text{ T}$$
- (fig. 2.04.05 a)
- 112) Conductores por ranura
- $$Z_n = \frac{22,5 U_f}{(f/100) \xi n_{p1} (DL) \hat{B}_{\delta_0}} =$$
- [2.01.11 f]
- $$= \frac{22,5 \cdot 3030}{(50/100) 0,958 \cdot 4 (200 \cdot 58) 0,88} = 3,48$$
- Adoptados:  $Z_n = 4$  (par; devan. en doble capa).
- 113) Inducción teórica senoidal en el entrehierro en vacío
- $$\hat{B}_{\delta_0} = 0,88 \frac{3,48}{4} = 0,765 \text{ T}$$
- 114) Carga lineal específica
- $$q = \frac{n Z_n I_f}{\pi D} = \frac{144 \cdot 4 \cdot 550}{\pi \cdot 200} = 504 \text{ Ac/cm}$$
- Recomendado:
- para  $\tau_p = 52,4$  cm y  $p = 6$  pares de polos,  $q = 460$  Ac/cm
- (Como consecuencia del exceso adoptado para el número de conductores por ranura, al ajustarlos a un entero par, la inducción en el entrehierro es más bien baja y la carga lineal un tanto elevada).
- 115) Flujo teórico senoidal en el entrehierro en vacío
- $$\hat{\Phi}_{\delta_0} = \frac{2}{\pi} \tau_p L \hat{B}_{\delta_0} = 0,636 \cdot 0,525 \cdot 0,58 \cdot 0,765$$
- [1.04.08 g]
- $$= 0,148 \text{ Wb}$$
- 116) Flujo efectivo en el entrehierro en vacío
- $$\hat{\Phi}_{\delta_0} = K_f \hat{\Phi}_{\delta_0} = 0,96 \cdot 0,148 = 0,142 \text{ Wb}$$
- [1.04.06 c]
- 117) Conductores totales  $Z = n Z_n = 144 \cdot 4 = 576$  conduct.
- 118) Conductores por fase  $Z_f = \frac{Z}{m} = \frac{576}{3} = 192$  cond/fase
- e) *Dimensiones de los conductores y ranuras (provisionales)*

- 121)
- $(q \cdot \Delta/\Delta\theta)$
- admisible en la superficie de las cabezas de bobina para
- $v = 52,4$
- m/s

$$\left(\frac{q \cdot \Delta}{\Delta\theta}\right) = 42,5 \frac{\text{Ac/cm} \cdot \text{A/mm}^2}{^\circ\text{C}} \quad (\text{fig. 2.04.19 a})$$

- 122) Incremento de temp. admisible en las cabezas de bobina.

Con aislamiento tipo B,  $\Delta\theta = 80$  °C

Para una longitud normal de inducido, la diferencia entre la temperatura media del arrollamiento y la exterior de las cabezas de bobina la supondremos de 40 °C (párr. 2.04.19)

 $\Delta\theta$  en las cabezas de bobina:  $80 - 40 = 40$  °C.

- 123)
- $(q\Delta)$
- admisible =
- $\left(\frac{q\Delta}{\Delta\theta}\right) \Delta\theta = 42,5 \cdot 40 = 1700$

- 124) Densidad de corriente admisible

$$\Delta = \frac{q\Delta}{q} = \frac{1700}{504} = 3,37 \text{ A/mm}^2$$

- 125) Sección de conductor por fase

$$s_f = \frac{I_f}{\Delta} = \frac{550}{3,37} = 163 \text{ mm}^2$$

- 126) Inducción teórica aparente máxima en los dientes en vacío

$$\hat{B}'_{\text{amo}} = 1,6 \dots 1,8 \dots 2 T = 1,7 T \quad (\text{párr. 2.04.17})$$

- 127) Factor de corrección lineal para los dientes

$$\boxed{K_{Fe}} = \frac{L}{L_{Fe}} = \frac{58}{45,9} = \boxed{1,265} \quad [2.04.17 b]$$

- 128) Paso de ranuras en el entrehierro

$$\boxed{\tau_d} = \frac{\pi D}{n} = \frac{\pi \cdot 200}{144} = \boxed{4,36} \text{ cm}$$

- 129) Grosor del diente en el entrehierro

$$t_o = K_{Fe} \tau_d \frac{\hat{B}'_{\text{do}}}{\hat{B}'_{\text{amo}}} = 1,265 \cdot 4,36 \frac{0,765}{1,7} = 2,49 \text{ cm} \quad [2.04.17 a]$$

- 130) Anchura de ranura
- $a = \tau_d - t_o = 4,36 - 2,49 = 1,87$
- cm

- 131) Aislamiento necesario por conductor: Grosor de la doble pared.

$$\Delta d = 0,4 + \frac{U}{40} = 0,4 + \frac{5,25}{40} = 0,531 \text{ mm} \quad [2.04.21 a]$$

Adoptado, 1 mm

- 132) Aislamiento de las bobinas de entrada: Grosor de la doble pared

$$\Delta d = 0,4 + \frac{U}{10} = 0,4 + \frac{5,25}{20} = 0,662 \text{ mm} \quad [2.04.21 b]$$

Adoptado, 1 mm

- 133) Grosor del manguito de ranura

$$t = 0,5 + \frac{U}{3,3} = 0,5 + \frac{5,25}{3} = 2,08 \text{ mm} \quad [2.04.21 c]$$

o (fig. 2.04.21 a)

Adoptado, 2 mm

- f) Trazado completo de la ranura y ordenación de los conductores (definitivos)

- 141) Disposición definitiva de la ranura; según fig. 2.05.03 a

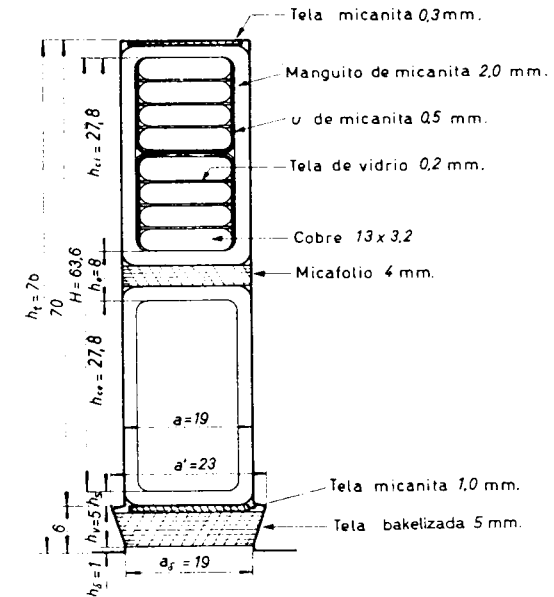


Fig. 2.05.03 a. Disposición de la ranura estática. Alternador de 5.000 kVA, 5.250V, 500 r/m.

- 142) Anchura de ranura
- $\boxed{a = 19}$
- mm

- 143) Profundidad de ranura
- $\boxed{h_t = 76}$
- mm

g) Conductores

- 151) Vías por fase
- $c = 1$

- 152) Sección del conductor por fase:
- 
- 4 cobres en paralelo de
- $13 \times 3,2$
- separadas por cinta tela de vidrio

$$\boxed{s_f} = 4(13 \cdot 3,2) = \boxed{166} \text{ mm}^2$$

153) Densidad definitiva de corriente  $\boxed{\Delta} = \frac{I_f}{\Delta} = \frac{550}{166} = \boxed{3,31}$  A/mm<sup>2</sup>  
(teniendo en cuenta el redondeado de los cantos,  $\Delta$  es ligeramente superior)

154) Producto  $(q \cdot \Delta)$

$$\boxed{(q \cdot \Delta)} = 504 \cdot 3,31 = \boxed{1670}$$

155) Calentamiento probable (medio)

$$\Delta\theta = \frac{(q \cdot \Delta)}{(q \cdot \Delta)/\Delta\theta} + 30 \dots 45 \text{ } ^\circ\text{C} = \frac{1670}{42,5} + 40 = 80 \text{ } ^\circ\text{C}$$

h) Dientes

161) Diámetro mínimo de dientes  $\boxed{D_o = D = 200}$  cm

162) » a 1/3 de la altura  $\boxed{D_{1/3}} = D + \frac{2}{3} h_t = 200 + \frac{2}{3} 7,6 = \boxed{205,06}$  cm

163) Diámetro medio de dientes  $\boxed{D_m} = D + h_t = 200 + 7,6 = \boxed{207,6}$  cm

164) » en la raíz de los dientes  $\boxed{D_M} = D + 2 h_t = 200 + 2 \cdot 7,6 = \boxed{215,2}$  cm

165) Paso mínimo de dientes  $\boxed{\tau_o} = \frac{\pi D_o}{n} = \frac{\pi \cdot 200}{144} = \boxed{4,36}$  cm

166) » a 1/3 de la altura  $\boxed{\tau_{1/3}} = \frac{\pi D_{1/3}}{n} = \frac{\pi \cdot 205,06}{144} = \boxed{4,48}$  cm

167) » medio de dientes  $\boxed{\tau_m} = \frac{\pi D_m}{n} = \frac{\pi \cdot 207,6}{144} = \boxed{4,53}$  cm

168) » en la raíz  $\boxed{\tau_M} = \frac{\pi D_M}{n} = \frac{\pi \cdot 215,2}{144} = \boxed{4,7}$  cm

169) Grosor mínimo del diente  $\boxed{t_o} = \tau_o - a = 4,36 - 1,9 = \boxed{2,46}$  cm  
(en vez de 2,49 fijado provisionalmente (129))

170) Grosor a 1/3 de la altura  $\boxed{t_{1/3}} = \tau_{1/3} - a = 4,48 - 1,9 = \boxed{2,58}$  cm

171) Grosor medio  $\boxed{t_m} = \tau_m - a = 4,53 - 1,9 = \boxed{2,63}$  cm

172) » en la raíz  $\boxed{t_M} = \tau_M - a = 4,7 - 1,9 = \boxed{2,8}$  cm

173) Parámetro  $\boxed{k_{t_o}} = K_{p_s} \frac{\tau_o}{t_o} - 1 = 1,265 \frac{4,36}{2,46} - 1 = \boxed{2,24}$  cm [1.04.17 n]

174) Parámetro  $\boxed{k_{t_{1/3}}} = K_{p_s} \frac{\tau_{1/3}}{t_{1/3}} - 1 = 1,265 \frac{4,48}{2,58} - 1 = \boxed{2,2}$  cm

175) Parámetro  $\boxed{k_{t_m}} = K_{p_s} \frac{\tau_m}{t_m} - 1 = 1,265 \frac{4,53}{2,63} - 1 = \boxed{2,18}$  »

176) Parámetro  $\boxed{k_{t_M}} = K_{p_s} \frac{\tau_M}{t_M} - 1 = 1,265 \frac{4,7}{2,8} - 1 = \boxed{2,12}$  »

Comprobación:

177) Inducción máxima teórica, aparente, en los dientes con onda senoidal en vacío

$$\boxed{\hat{B}'_{dM_o}} = K_{p_s} \frac{\tau_o}{t_o} \hat{B}_{\delta o} = 1,265 \frac{4,36}{2,46} 0,765 \quad [2.04.17 a]$$

$$= \boxed{1,72} \text{ T (en vez de } 1,7 \text{ T (126))}$$

178) Inducción máxima teórica aparente a 1/3 de altura

$$\boxed{\hat{B}'_{1/3 o}} = \hat{B}'_{dM_o} \frac{t_o}{t_{1/3}} = 1,72 \frac{2,46}{2,58} = \boxed{1,7} \text{ T}$$

i) Yugo

181) Inducción admisible en vacío  $\hat{B}_{y_o} = 1,1 \dots 1,3 \text{ T} = 1,3 \text{ T}$  (párr. 2.04.22)

182) Altura del yugo

$$\begin{aligned} h_y &= \left( \frac{K_f K_{p_s}}{2} \right) \left( \frac{D}{\hat{p}} \right) \frac{\hat{B}_{\delta o}}{\hat{B}_{y_o}} = [2.04.22 a] \\ &= \frac{0,96 \cdot 1,265}{2} \frac{200}{6} \frac{0,765}{1,3} = 11,9 \text{ cm} \end{aligned}$$

Adoptado,  $\boxed{h_y = 12,4}$  cm

183) Inducción resultante en vacío

$$\boxed{\hat{B}_{y_o}} = 1,3 \frac{11,9}{12,4} = \boxed{1,25} \text{ T}$$

184) Diámetro medio del yugo  $\boxed{D_{y_m}} = D_M + h_y = 215,2 + 12,4 = \boxed{227,6}$  cm

185) Diámetro exterior del inducido  $\boxed{D_{y_M}} = D_{y_m} + h_y =$

$$= 227,6 + 12,4 = \boxed{240} \text{ cm}$$

186) Longitud media de la línea de fuerza

$$\boxed{l_y} = \frac{\pi D_{y_M}}{4\hat{p}} = \frac{\pi \cdot 240}{4 \cdot 6} = \boxed{31,4} \text{ cm} \quad (\text{fig. 1.04.21 a})$$

2.05.04 Sistema inductor

j) Entrehierro

191) Relación del entrehierro al paso polar  
Máq. de polos salientes y entrehierro uniforme

$$\frac{\delta}{\tau_p} \geq \frac{1}{2} \frac{q}{K_M \hat{B}_{\delta o}} \geq \quad [2.04.24 d]$$

Máq. de polos salientes y entrehierro senoidal

$$\frac{\delta}{\tau_p} \geq \frac{1}{3} \frac{q}{K_M \hat{B}_{\delta o}} \geq \frac{1}{3} \frac{504}{1,02 \cdot 0,765} = 0,0215 \quad [2.04.24 b]$$

Máq. de rotor cilíndrico

$$\frac{\delta}{\tau_p} \geq \frac{1}{4} \frac{q}{K_M \hat{B}_{\delta o}} \geq \quad [2.04.24 c]$$

192) Valor del entrehierro

$$\delta \geq \left(\frac{\delta}{\tau_p}\right) \tau_p \geq 0,0215 \cdot 524 \geq 11,3 \text{ mm}$$

Adoptado  $\delta = 10$  mm

193) Comprobación mecánica

$$\delta \geq \frac{D}{1000 \dots 1200 \dots 1400} \geq \frac{2000}{1000 \dots 120 \dots 1400} \geq 2 \dots 1,6 \dots 1,43 \text{ mm} \quad [2.04.24 e o f]$$

k) Coeficientes de corrección para el entrehierro

201) Longitud efectiva de canal radial

para  $\delta = 10$  mm y  $\epsilon_c = 10$  mm,  $\epsilon_\delta = 2$  mm (fig. 1.04.09 o c)

202) Longitud efectiva del entrehierro

$$L_\delta = L - n_c \epsilon_\delta = 580 - 7 \cdot 2 = 566 \text{ mm} \quad [1.04.09 a]$$

203) Factor de corrección axial

$$K_L = \frac{L}{L_\delta} = \frac{580}{566} = 1,025 \quad [1.04.09 c]$$

204) Coeficiente de CARTER

$$K_c = \frac{\tau_\delta}{\tau_\delta - \frac{(a_\delta/\delta)^2}{5 + (a_\delta/\delta)} \delta} = \frac{4,36}{4,36 - \frac{(1,9/1)^2}{5 + (1,9/1)} 1} = \frac{4,36}{3,778} = 1,155 \quad [1.04.10 b]$$

$$K_c = \frac{\tau_\delta}{\tau_\delta + \delta - \frac{3}{4} a_\delta} = \quad [1.04.10 a]$$

Para  $\frac{\delta}{a_\delta} = \quad$  y  $\frac{a_\delta}{\tau_\delta} = \quad$ ,  $K_c = \quad$  (fig. 1.04.10 b)

l) Núcleos y expansiones polares

211) Inducción admisible en los polos, en vacío

$$B_{po} = 1,3 \dots 1,5 \text{ T} = 1,4 \text{ T} \quad (\text{párr. 2.04.26})$$

212) Coeficiente de dispersión en vacío

$$\sigma_{po} = 1,15 \dots 1,2 = 1,15 \quad (\text{párr. 2.04.26})$$

213) Factor de empilado del rotor

polos macizos,  $k_{ps} = 1$  (párr. 2.04.26)

de plancha 2 mm,  $k_{ps} = 0,98$

214) Longitud del núcleo polar

Adoptado  $L_{np} \approx L = 57$  cm

215) Coeficiente longitudinal del polo

$$K_p = \frac{L}{k_{ps} L_{np}} = \frac{58}{0,98 \cdot 57} = \quad [2.02.26 b]$$

216) Anchura del núcleo polar

$$b_{np} = (K_l K_p) \left(\frac{D}{p}\right) \left(\frac{\sigma_{po} B_{\delta o}}{B_{po}}\right) (=0,96 \cdot 1,04) \frac{200}{6} \left(\frac{1,15 \cdot 0,765}{1,4}\right) = 20,9 \text{ cm} \quad [2.04.26 a]$$

Adoptado:  $b_{np} = 22$  cm

217) Inducción provisional en vacío

$$B_{po} = 1,4 \frac{20,9}{22} = 1,33 \text{ T}$$

218) Longitud de la bobina polar (provisional)

$$h_{bp} = \frac{q \tau_p}{700 \sqrt{0,3 + 0,1v}} = \frac{504 \cdot 52,4}{700 \sqrt{2,3 + 0,1 \cdot 52,4}} = 16 \text{ cm} \quad [2.04.26 c]$$

219) Altura radial del núcleo polar. Dada la importante fuerza centrífuga que han de soportar las bobinas de esta máquina y los considerables refuerzos con que habrá que contar en las cabezas libres dejaremos 4 cm más de altura del núcleo.

$$h_{np} = h_{bp} + 4 = 16 + 4 = 20 \text{ cm}$$



220) Altura de la expansión polar. Un trazado aproximado del polo (fig. 2.05.04 a) nos lleva a una altura de la misma en el centro.

$$h_o = 5,5 \text{ cm}$$

221) Longitud total del polo

$$l_p = h_{np} + h_o = 20 + 5,5 = 25,5 \text{ cm} \quad [2.04.26 \text{ e}]$$

222) Configuración cosenoidal del entrehierro

$$\delta_x = \frac{\delta}{\cos\left(\frac{x}{r_p} 90^\circ\right)} = \frac{1}{\cos\left(\frac{x}{52,4} 90^\circ\right)} = \frac{1}{\cos(1,72x)} \quad [2.04.24 \text{ i}]$$

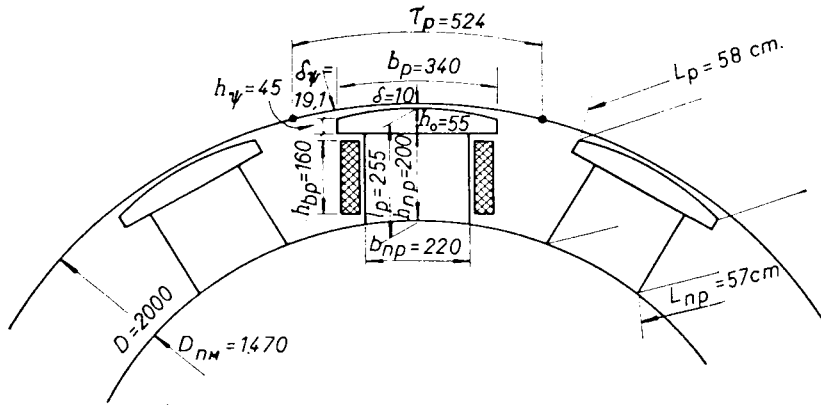


Fig. 2.05.04 a. Sistema polar de un alternador de 5.000 kVA, 5,25 kV 500 r/m., 50 Hz.

$x =$	0	10	20	30	34 = $b_p$	cm
$1,72x =$	0	17,2	34,4	51,6	58,5	°electromagn.
$\cos(1,72x) =$	1	0,955	0,825	0,621	0,523	

$$\delta_x = 1 = \delta \quad 1,05 \quad 1,125 \quad 1,61 \quad 1,91 = \delta_\psi \text{ cm}$$

223) Longitud axial de la expansión polar

$$\text{Adoptado } L_p = L = 58 \text{ cm}$$

m) Núcleo rotórico: de acero fundido

231) Diámetro máximo de la corona polar

$$D_{nm} = D - 2(\delta + l_p) = 200 - 2(1 + 25,5) = 147 \text{ cm}$$

232) Inducción admisible en el núcleo en vacío

$$B_{no} = 1,2 \dots 1,4 \text{ T} = 1,2 \text{ T} \quad (\text{párr. 2.04.28})$$

233) Factor de empilado del núcleo

$$\text{macizo, } k_{Fe} = 1$$

(párr. 2.04.28)

de plancha de mm  $k_{Fe} =$

234) Longitud del núcleo

$$\text{Adoptado } L_n = L_p - 4 \text{ canales de } 1 \text{ cm} = 57 - 4 = 53 \text{ cm}$$

235) Coeficiente longitudinal del núcleo

$$K_n = \frac{L}{k_{Fe} L_n} = \frac{58}{1 \cdot 54} = 1,075 \quad [2.04.28 \text{ a}]$$

236) Altura radial del núcleo

$$h_n = \left(\frac{K_l K_n}{2}\right) \left(\frac{D}{p}\right) \left(\frac{\sigma_{po} \hat{B}_{do}}{B_{no}}\right) = \frac{0,96 \cdot 1,075}{2} \frac{200}{6} \frac{1,15 \cdot 0,765}{1,2} = 12,6 \text{ cm} \quad [2.04.28 \text{ b}]$$

Adoptado:  $h_n = 13 \text{ cm}$  (a reserva de las comprobaciones mecánicas).

237) Inducción provisional en vacío

$$B_{no} = 1,2 \frac{12,6}{13} = 1,165 \text{ T}$$

238) Diámetro medio del núcleo  $D_{nm} = D_{nM} - h_n = 147 - 13 = 134 \text{ cm}$

239) Diámetro mínimo  $D_{no} = D_{nm} - h_n = 134 - 13 = 121 \text{ cm}$

240) Longitud media de las líneas de fuerza

$$l_n = \frac{\pi D_{nM}}{4 p} = \frac{\pi \cdot 147}{4 \cdot 6} = 19,3 \text{ cm} \quad [1.04.21 \text{ d}]$$

2.05.05 Dimensiones complementarias del inducido

n) Longitud media de conductor

251) Salientes de manguito manguito corto

$$a_c = 10 + 5,5 U = 10 + 5,5 \cdot 5,25 = 33,8; \quad [2.04.21 \text{ e}]$$

adoptado, 70 mm

o (fig. 2.04.21 c)

manguito largo

$$a_l = 15 + 7,50 U = 15 + 7,5 \cdot 5,25 = 54,4; \quad [2.04.21 \text{ f}]$$

adoptado 110 mm

o (fig. 2.04.21 c)

252) Juego entre bobinas

$$\boxed{j} = 2,5 + 0,4 U = 2,5 + 0,4 \cdot 5,25 = 4,6; \quad [2.04.21 g]$$

o (fig. 2.04.21 e)

adoptado  $\boxed{5}$  mm

253) Distancia entre fases  $c = 4 U =$  mm [2.04.21 h]  
o (fig. 2.04.21 f)254) Distancias a masa  $b = 5 U = 5 \cdot 5,25 = 26,25$  mm [2.04.21 i]  
o (fig. 2.04.21 f)  
Adoptado, mínimo 30 mm

255) Longitud media de las cabezas de bobina

$$\text{Devanado de corona } L_{cb} \approx \frac{4 D_m}{2p} \approx \frac{4,5 D}{2p} = \quad [2.04.32 a y b]$$

o bien, con tensión elevada,

$$L_{cb} \approx \frac{4 D_m}{2p} + 2 U \approx \frac{4,5 D}{2p} + 2 U = \quad [2.04.32 c]$$

Devanado en cadena

$$L_{cb} \approx \frac{4,5 D_m}{2p} + 3 U \approx \frac{5 D}{2p} + 3 U \quad [2.04.32 d]$$

Devanado en doble capa

$$\boxed{L_{cb}} = \frac{5 D_m}{2p} + a_i = \frac{5 \cdot 207,6}{12} + 11 = 97,5 \text{ cm} \quad [2.04.32 e]$$

$$= \frac{5,5 D}{2p} + a_i = \frac{5,5 \cdot 200}{12} + 11 = 102,7 \text{ cm}$$

$$\approx \frac{\pi D}{2p \sqrt{1 - \left(\frac{a}{r_d}\right)^2}} + 3h + a \quad [2.04.32 f]$$

$$= \frac{\pi \cdot 200}{12 \sqrt{1 - \left(\frac{1,9}{4,36}\right)^2}} + 3 \cdot 7,6 + 11 = 92 \text{ cm}$$

Adoptamos  $L_{cb} = \boxed{102}$  cm (véase (256))

256) Longitud media de conductor

$$l_m = L + L_{cb} \approx 58 + 97,5 = 155,5 \text{ cm}$$

$$\approx 58 + 102,7 = 160,7 \text{ »}$$

$$\approx 58 + 92 = 150 \text{ »}$$

Adoptamos  $\boxed{l_m = 160}$  cm que corresponde mejor a la realidad sobre el dibujo.

o) Vuelo de las cabezas de bobina

261) Saliente de bobina

$$\text{Devanado de corona, } v = (3 \dots 5) h = \quad [2.04.32 g]$$

$$\text{» cadena, } v = a_c + (3 \dots 4) h_i = \quad [2.04.32 h]$$

Devanado en doble capa

$$l = \frac{y_n}{2} \tau_d = \frac{1,2}{2} 4,36 = 26,2 \text{ cm} \quad [2.04.32 k]$$

$$r = \frac{y_n}{2} (a + j) = \frac{1,2}{2} (1,9 + 0,5) = 14,4 \text{ cm} \quad [2.04.32 l]$$

$$c = h_i = 7,6 \text{ cm} \quad [2.04.32 m]$$

$$b = l \frac{r}{\sqrt{l^2 - r^2}} = 26,2 \frac{14,4}{\sqrt{26,2^2 - 14,4^2}} = 17,4 \text{ cm} \quad [2.04.32 j]$$

$$v = a_i + b + c = 11 + 17,4 + 7,6 = 36 \text{ cm.} \quad [2.04.32 i]$$

Adoptaremos  $\boxed{v = 36}$  cm que coincide exactamente con el trazado del arrollamiento.

2.05.06 Constante del inducido

p) Resistencia y pérdidas óhmicas

272) Clase de aislamiento; B,  $\Delta\theta = 80$  °C,  $\theta = 40 + 80 = 120$  °C (Tabla 1.01.16 a)273) Resistividad en caliente;  $\rho = \frac{1}{46} 1,14 = 0,0248 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$  (Tabla 1.01.16 b)274) Resistencia óhmica a 75 °C [1.01.12 a]

$$R_{75} = \frac{\rho_{75} l_m Z_l}{s_l} = \frac{0,0217 \cdot 1,6 \cdot 192}{166} = 0,04 \Omega/\text{fase}$$

275) Peso del cobre inducido

$$G_{cu} = 8,9 \frac{(Z l_m) s_l}{1000} = 8,9 \frac{(1,6 \cdot 576) 166}{1000} = 1362 \text{ kg total}$$

276) Pérdidas relativas por efecto JOULE y caídas óhmicas

$$u_R = p_J = \frac{270 \rho}{\xi D} \frac{\left(\frac{l_m}{L}\right) \Delta}{\left(\frac{N}{1000}\right) \hat{B}_{\delta 0}} = \quad [2.01.16 b]$$

A 75 °C

$$u_R = p_J = \frac{270 \cdot 0,0217}{0,958 \cdot 200} \frac{\left(\frac{160}{58}\right) 3,31}{\left(\frac{500}{1000}\right) 0,765} = 0,73 \%$$

A 120 °C

[Tabla 1.01.16 b]

$$u_R^* = p_J^* = 1,14 \cdot 0,73 = 0,832 \%$$

277) Pérdidas absolutas por efecto JOULE, y caídas óhmicas

$$\text{A } 75 \text{ °C} \quad p_J = p_J^* \frac{P_b}{100} = 0,73 \frac{5000}{100} = 36,5 \text{ kW totales}$$

$$u_R = u_R^* \frac{U_f}{100} = 0,73 \frac{3030}{100} = 22,1 \text{ V/fase}$$

$$\text{A } 120 \text{ °C} \quad p_J = 1,14 \cdot 36,5 = 41,6 \text{ kW totales}$$

$$u_R = 1,14 \cdot 22,1 = 25,2 \text{ V/fase}$$

q) Pérdidas adicionales en el cobre inducido  
En las barras individuales

281) Altura de una barra  $h_c = 3,2 \text{ mm}$ 282) Número de estratos por ranura  $v = 16$ 283) Altura de cobre por ranura  $H_c = v h_c = 16 \cdot 3,2 = 51,2 \text{ mm}$ 

284) Altura del conjunto de barras por ranura (fig. 2.05.03 a)

$$H = 16 \cdot 3,2 + 12 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,5 + 2 \cdot 2 + 4 = 63,6 \text{ mm}$$

285) Anchura de cobre por ranura  $a_c = u_c b_c = 13 \text{ mm}$ 286) Resistividad a 75 °C  $\rho_{75} = \frac{1}{46} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$ 287) Parámetro  $\alpha$ 

$$\alpha = 0,2 \pi \sqrt{\frac{H_c a_c f}{H a 10^3 \rho}} \quad [1.10.26 \text{ h}]$$

$$= 0,2 \pi \sqrt{\frac{51,2 \cdot 13 \cdot 50 \cdot 46}{63,6 \cdot 19 \cdot 10^3}} = 0,706 \text{ cm}^{-1}$$

288) Altura ficticia  $\zeta = \alpha h_c = 0,706 \cdot 0,32 = 0,226 \text{ mc}^2$  [1.10.24 d]

289) Factor de corrección por paso acortado

$$\text{Para } \frac{y_n}{n_p} = \frac{12}{12} = 1, \quad k_y = 1 \quad (\text{fig. 1.10.28 a})$$

290) Longitud axial efectiva en la dispersión de ranuras

$$\text{Para } \epsilon_c = 1 \text{ cm y } a = 1,9 \text{ cm, } \epsilon_n = 1,5 \text{ mm} \quad (\text{fig. 1.06.05 b})$$

$$L_n = L - n_c \epsilon_n = 58 - 7 \cdot 0,15 = 56,95 \text{ cm} \quad [1.06.05 a']$$

291) Incremento de pérdidas en las barras individuales a 75 °C

Simple capa

$$\underline{k}_m = \left( \frac{v^2 - 0,2}{9} \right) \zeta^4 \frac{L_n}{l_m} \quad [1.10.26 \text{ g}]$$

Doble capa

$$\underline{k}_m = \left( \frac{4}{45} + \frac{v^2 - 1}{9} k_y \right) \zeta^4 \frac{L_n}{l_m} = \quad [1.10.28 a]$$

$$= \left( \frac{4}{45} + \frac{16^2 - 1}{9} \cdot 1 \right) 0,226^4 \frac{56,95}{160} = 0,0278$$

$$= 0,078 \cdot 0,356$$

O sea 7,8 % en las ranuras y 2,78 % en el promedio de cada barra

Entre barras en paralelo

292) Parámetro  $\alpha'$  para el conductor compuesto

$$\alpha' = 0,2 \pi \sqrt{\frac{H_c a_c f}{H a 10^3 \rho \frac{l_m}{L_n}}} \quad [1.10.30 a]$$

$$= 0,2 \pi \sqrt{\frac{51,2 \cdot 13 \cdot 50 \cdot 46}{63,6 \cdot 19 \cdot 10^3 \cdot \frac{160}{56,95}}} = 0,421$$

293) Altura del conductor compuesto  $h'_c = 4 \cdot 3,2 = 12,8 \text{ mm}$ 

294) Altura ficticia del conductor compuesto

$$\zeta' = \alpha' h'_c = 0,421 \cdot 12,8 = 0,54 \text{ cm}^2$$

295) Estratos compuestos por ranura  $v' = 4$ 

296) Incremento de pérdidas en las barras en paralelo a 75 °C

$$\underline{k}'_m = \left( \frac{v'^2 - 1}{9} k_y \zeta'^4 \right) \frac{L_n}{l_m} = \quad [1.10.30 c]$$

$$= \left( \frac{4^2 - 1}{9} \cdot 1 \cdot 0,54^4 \right) \frac{56,95}{160} = 0,0505 = 0,142 \cdot 0,356$$

o sea 14,2 % en las ranuras y 5,05 % en el promedio del bobinado.

297) Incremento relativo de caída por resistencia y de pérdidas en el bobinado A 75 °C

$$\underline{k} = (0,078 + 0,142) \cdot 0,356 = \underline{0,0784} = 0,22 \cdot 0,356$$

que representa un 22 % en las ranuras y un 7,84 % medio.

A la temp. de régimen (120 °C) : para  $k_\theta = 1,14$  a 120 °C

$$\underline{k} = (0,22 \cdot 0,356) \frac{1}{1,14} = \underline{0,063} = 0,169 \cdot 0,356 \quad [1.10.24 j]$$

16,9 % en las ranuras y 6,03 % en el conjunto del arrollamiento

r) *Caída de tensión y pérdidas totales en la resistencia del inducido*

301) A 75 °C

$$\underline{u_R^*} = (1 + k) u_R = (1 + 0,0784) 0,73 = \underline{0,787} \% \text{ de } U,$$

$$\underline{p_J^*} = (1 + k) p_J = (1 + 0,0784) 0,73 = \underline{0,787} \% \text{ de } P_b,$$

$$\underline{u_R} = \frac{u_R^*}{100} U_f = 0,787 \frac{3030}{100} = \underline{23,8} \text{ V/fase}$$

$$\underline{p_J} = \frac{p_J^*}{100} P_b = 0,787 \frac{5000}{100} = \underline{39,35} \text{ kW totales}$$

302) A 120 °C

$$\underline{u_R^*} = (1 + k) u_R = (1 + 0,0603) 0,832 = \underline{0,883} \% \text{ de } U,$$

$$\underline{p_J^*} = (1 + k) p_J = (1 + 0,0603) 0,832 = \underline{0,883} \% \text{ de } P_b,$$

$$\underline{u_R} = \frac{u_R^*}{100} U_f = 0,883 \frac{3030}{100} = \underline{26,7} \text{ V/fase}$$

$$\underline{p_J} = \frac{p_J^*}{100} P_b = 0,883 \frac{5000}{100} = \underline{44,1} \text{ kW totales}$$

### 2.05.07 Reactancia de dispersión

s) *Ranuras*

311) Alturas (fig. 2.05.03 a)

$$\text{capa interior } h_{ci} = 8 \cdot 3,2 + 6 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,5 = 27,8 \text{ mm}$$

$$\text{capa exterior } h_{ca} = 27,8 \text{ mm}$$

$$\text{entre capas } h_o = 2 \cdot 2 + 4 = 8 \text{ mm}$$

$$\text{extremo de ranura } h_r = 2 \text{ mm}$$

$$\text{cuña } h_c = 5 \text{ mm}$$

$$\text{salida de entrehierro } h_\delta = 1 \text{ mm}$$

312) Anchuras

$$\text{de ranura } a = 19 \text{ mm}$$

$$\text{de asiento de cuña } a' = 23 \text{ mm}$$

$$\text{de salida al entrehierro } a_\delta = 19 \text{ mm}$$

313) Corrección para la altura de conductores y resto de ranura

$$\text{con } \frac{y_n}{n_p} = \frac{12}{12} = 1 \quad \left. \begin{array}{l} k_c = 1 \\ k_a = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(fig. 1.05.14 c)} \\ \text{(fig. 1.05.14 c)} \end{array}$$

314) Corrección por concentración de corriente

$$\left. \begin{array}{l} \text{para } \zeta' = 0,54 \text{ cm}^0 \\ \nu' \zeta' = 4 \cdot 0,54 = 2,16 \text{ cm}^0 \\ \text{y } \nu' = 4 \end{array} \right\} k_\lambda = 0,98 \quad \text{(fig. 1.06.06 b)}$$

(para los conductores simples la corrección es despreciable).

315) Longitud axial efectiva de dispersión

$$\left. \begin{array}{l} \text{ranura; Para } a = 19 \text{ y } \epsilon_c = 10, \epsilon_{na} = 1,5 \text{ mm} \\ \text{base de cuña; } a' = 23 \text{ } \epsilon_c = 10, \epsilon_{na}' = 1,3 \text{ } \\ \text{salida entrehierro; } a_\delta = 19 \text{ } \epsilon_c = 10, \epsilon_{na\delta} = 1,5 \text{ } \end{array} \right\} \text{(fig. 1.06.05 b)}$$

$$\left. \begin{array}{l} L_{na} = L - n_c \epsilon_{na} = 580 - 7 \cdot 1,5 = 569,5 \text{ mm} \\ L_{na}' = L - n_c \epsilon_{na}' = 580 - 7 \cdot 1,3 = 570,9 \text{ } \\ L_{na\delta} = L - n_c \epsilon_{na\delta} = 580 - 7 \cdot 1,5 = 569,5 \text{ } \end{array} \right\} \text{[1.06.05 a]}$$

316) Permeancia específica de ranura (párr. 1.06.04 y 1.06.07)

$$\lambda = \left( \frac{h_{ci} + h_{ca} + h_o}{3a} + \frac{h_c}{4a} \right) k_c k_a \frac{L_{na}}{L} \left| \left( \frac{27,8 + 27,8}{3 \cdot 19} + \frac{8}{4 \cdot 19} \right) 1 \cdot 0,98 \frac{569,5}{580} + \right. \quad 1,040$$

$$\left. + \frac{h_r}{a} k_a \frac{L_{na}}{L} \right| \frac{2}{19} 1 \cdot \frac{569,5}{580} + \quad 0,103$$

$$\left. + \frac{2 h_v}{a' + a_\delta} k_a \frac{L_{na}' + L_{na\delta}}{2L} \right| \frac{2 \cdot 5}{23 + 19} 1 \frac{570,9 + 569,5}{2 \cdot 580} + \quad 0,234$$

$$\left. + \frac{h_\delta}{a_\delta} k_a \frac{L_{na\delta}}{L} \right| \frac{1}{19} 1 \frac{570,9}{580} + \quad 0,052$$

$$\left( \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \right) \quad \underline{\lambda = 1,429}$$

t) *Cabezas de dientes*

$$321) \text{ Entrehierro medio } \delta_m = \frac{\delta + \delta_v}{2} = \frac{10 + 19,1}{2} = 14,5 \text{ mm}$$

322) Permeancia específica

$$\lambda_1 = \frac{\delta_m}{a_\delta + 0,8 \delta_m} \psi \frac{k_a}{K_L} = \frac{14,5}{19 + 0,8 \cdot 14,5} 0,65 \frac{1}{1,025} = 0,301 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \quad \text{[1.06.08 a]}$$

$$= \frac{5 \frac{\delta_m}{a_\delta}}{5 + \frac{4 \delta_m}{a_\delta}} \psi \frac{k_a}{K_L} = \frac{5 \frac{14,5}{19}}{5 + \frac{4 \cdot 14,5}{19}} 0,65 \frac{1}{1,025} = 0,299 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \quad \text{[1.06.08 b]}$$

Adoptamos  $\lambda_i = 0,3$   $\frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$

u) Cabezas de bobinas

331) Devanado en una capa

$$\lambda_{cb} = n_{pf} \left( 0,6 \frac{L_{cb}}{L} - 0,3 \frac{y_n \tau_m}{L} \right) = \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \quad [1.06.09 \text{ h}]$$

Devanado en doble capa

$$\lambda_{cb} = n_{pf} \left( 0,43 \xi_y^2 \frac{L_{cb}}{L} \right) = 4 \cdot \left( 0,43 \cdot 1^2 \cdot \frac{102}{58} \right) = \frac{3,02}{\text{cm}} \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \quad [1.06.09 \text{ i}]$$

v) Caída de reactancia

341) Permeancia específica combinada

$$\lambda_x = \Sigma \lambda = 1,429 + 0,300 + 3,020 = \frac{4,75}{\text{cm}} \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \quad [1.06.10 \text{ a}]$$

342) Permeancia combinada

$$A_x = L \lambda_x = 58 \cdot 4,75 = 275 \frac{\text{M}}{\text{Gb}}$$

343) Inductancia por fase

$$L_x = 8 \pi \cdot 10^{-9} p n_{pf} Z_n^2 A_x = \quad [1.06.03 \text{ h}]$$

$$= 8 \pi \cdot 10^{-9} \cdot 6 \cdot 4 \cdot 4^2 \cdot 275 = 2,66 \cdot 10^{-3} \text{ H/fase}$$

344) Reactancia por fase  $X = 2\pi f L_x = 2\pi \cdot 50 \cdot 2,66 \cdot 10^{-3} = 0,835 \Omega/\text{fase}$

345) F.e.m. de reactancia por fase

$$E_x = X I_f = 0,835 \cdot 550 = \frac{460}{\text{V/fase}}$$

$$\dot{e}_x = \frac{E_x}{U_f} 100 = \frac{460}{3030} 100 = \frac{15,2}{\% \text{ de } U_f}$$

346) Cálculo directo de la caída relativa de reactancia

$$\dot{e}_x = \frac{5,58}{\xi m n_{pf}} \left( \frac{q}{100} \right) \left( \frac{\lambda_x}{\hat{B}_{\delta o}} \right) = \quad [2.01.18 \text{ e}]$$

para  $m = 3$  fases

$$\dot{e}_x = \frac{1,86}{\xi n_{pf}} \left( \frac{q}{100} \right) \left( \frac{\lambda_x}{\hat{B}_{\delta o}} \right) = \left( \frac{1,86}{0,958 \cdot 4} \right) (0,504) \left( \frac{4,75}{0,765} \right) = 15,2 \% \text{ de } U_f \quad [2.01.18 \text{ f}]$$

(lo mismo que antes)

2.05.08 Excitación en vacío

x) Entrehierro

351) Inducción máxima corregida, en el entrehierro

$$\hat{B}_{\delta o} = (K_M K_L K_c) \hat{E}_{\delta o} = (1,02 \cdot 1,025 \cdot 1,155) \cdot 0,765 = \frac{0,925}{\text{T}} \quad [1.04.10 \text{ e}]$$

352) Intensidad de campo en el entrehierro

$$\hat{H}_{\delta o} = 0,8 \hat{B}_{\delta o} = 0,8 \cdot 9250 = 7400 \text{ Av/cm} \quad [1.04.02 \text{ c}]$$

353) Excitación para el entrehierro en vacío

$$\hat{\theta}_{\delta o} = \hat{H}_{\delta o} \delta = 7400 \cdot 1 = \frac{7400}{\text{Av/polo}} \quad [1.04.11 \text{ a}]$$

y) Dientes

361) Inducción máxima corregida a 1/3 de la altura (párr. 1.04.17)

$$\hat{B}'_{1/3 o} = K_M \hat{B}'_{1/3 o} = 1,02 \cdot 1,7 = \frac{1,735}{\text{T}}$$

362) Inducción real corregida a 1/3 de la altura e intensidad de campo (1.ª met.; fig. 1.04.18 e y 1.03.02 b, plancha 1.85 W<sub>10</sub>)

para  $k_{i,1/3} = 2,2$  y  $\hat{B}'_{1/3 o} = 1,735 \text{ T}$

$$\hat{B}_{1/3 o} = 1,725 \text{ T} \quad \hat{H}_{1/3 o} = 98 \text{ Av/cm}$$

363) Excitación para los dientes en vacío

$$\hat{\theta}_{d o} = \hat{H}_{1/3 o} h_i = 98 \cdot 7,6 = \frac{755}{\text{Av/polo}} \quad [1.04.19 \text{ a}]$$

z) Yugo

371) Inducción efectiva en vacío (183),  $\hat{B}_{y o} = 1,25 \text{ T}$

372) Intensidad de campo  $\hat{H}_{y o} = 3 \text{ Av/cm}$  (fig. 1.03.02 b, chapa 1.85 W<sub>10</sub>)

373) Excitación para el yugo en vacío (186)

$$\hat{\theta}_{y o} = \hat{H}_{y o} l_y = 3 \cdot 31,4 = \frac{94}{\text{Av/polo}} \quad [1.04.21 \text{ c}]$$

aa) Permeancia de dispersión polar, (fig. 2.05.04 a),

381) Longitud de la expansión polar  $L_p = L = 58 \text{ cm}$

382) Arco de la expansión polar  $b_p = 34 \text{ cm}$

383) Altura de la expansión polar

en el centro  $h_o = 5,5 \text{ cm}$

en los extremos  $h_p = 4,5 \text{ cm}$

$$\text{equivalente } h_{p,eq} = \frac{2 h_p + h_o}{3} = \frac{2 \cdot 4,5 + 5,5}{3} = 4,83 \text{ cm} \quad [1.04.24 \text{ i}]$$

384) Arco medio entre expansiones

$$b_1 = \frac{\pi (D - 2\delta - h_o)}{2p} - b_p = \frac{\pi (200 - 2 \cdot 1 - 5,5)}{12} - 34 = 16,4 \text{ cm}$$

385) Arco medio entre núcleos polares

$$b_3 = \frac{\pi(D - 2\delta - 2h_o - h_{np})}{2p} - b_{np} = \frac{\pi(200 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot 5,5 - 20)}{12} - 22 = 21,7 \text{ cm}$$

386) Permeancia de dispersión polar

[1.04.24 h e i]

$$\begin{aligned} \boxed{A_{\sigma p}} &= 5,024 \frac{L_p h_{\psi \sigma p}}{b_1} + 2,512 \frac{L_{np} h_{np}}{b_3} + \\ &+ 7,36 h_{\psi \sigma p} \log_{10} \left( 1 + \frac{\pi b_p}{2 b_1} \right) + 3,68 h_{np} \left( 1 + \frac{\pi b_{n1}}{2 b_3} \right) = \\ &= 5,024 \frac{54 \cdot 4,83}{16,4} + 2,512 \frac{57 \cdot 20}{21,7} + \\ &+ 7,36 \cdot 4,83 \log_{10} \left( 1 + \frac{\pi \cdot 34}{2 \cdot 16,4} \right) + 3,68 \cdot 20 \left( 1 + \frac{\pi \cdot 22}{2 \cdot 21,7} \right) = \\ &= 85,2 + 132 + 22,4 + 30,4 = \boxed{270,6} \frac{\text{M}}{\text{Av}} \end{aligned}$$

ab) Polos

391) F.m.m. de dispersión polar en vacío

$$\boxed{\theta_{\sigma po}} = \hat{\theta}_{\delta o} + \hat{\theta}_{\delta o} + \hat{\theta}_{\nu o} = 7400 + 755 + 94 = \boxed{8249} \text{ Av/polo} \quad [1.04.24 a]$$

392) Flujo de dispersión polar

$$\phi_{\sigma po} = \theta_{\sigma po} A_{\sigma p} = 8249 \cdot 270,6 = 2230 \cdot 13^3 \text{ M} \quad [1.04.24 g]$$

393) Flujo polar (116)

$$\phi_{po} = \hat{\phi}_{\delta o} + \phi_{\sigma po} = 0,142 + 0,0223 = \boxed{0,1643} \text{ Wb} \quad [1.04.23 a]$$

394) Coeficientes de dispersión polar en vacío<sup>(1)</sup>

$$\boxed{\sigma_{po}} = 1 + \frac{\phi_{\sigma po}}{\hat{\phi}_{\delta o}} = 1 + \frac{0,0223}{0,142} = \boxed{1,157} \quad [1.04.23 d]$$

395) Sección neta del núcleo polar (plancha de 2 mm)

$$S_p = k_{p*} L_n b_{np} = 0,98 \cdot 57 \cdot 22 = 1230 \text{ cm}^2 \equiv 0,123 \text{ m}^2$$

(1) Renunciado al cálculo exacto de la permanencia de dispersión polar se puede adoptar el valor de  $\sigma_{po}$  admitido provisionalmente, (212),  $\sigma_{po} = 1,15$ .

396) Inducción en el núcleo polar<sup>(1)</sup>

$$\boxed{B_{po}} = \frac{\Phi_{po}}{S_p} = \frac{0,1643}{0,123} = \boxed{1,336} \text{ T} \quad [1.04.23 b]$$

397) Intensidad de campo en el polo (chapas tipo 3,35 W<sub>10</sub>) (fig. 1.03.02 b)

$$H_{po} = 4 \text{ Av/polo}$$

398) Excitación para el polo en vacío (221)

$$\boxed{\theta_{po}} = H_{po} l_p = 4 \cdot 25,5 = \boxed{102} \text{ Av/polo} \quad [1.04.23 c]$$

ac) Núcleo del rotor

401) Flujo en el núcleo  $\boxed{\Phi_{no}} \approx \Phi_{po} = 0,1643 \text{ Wb}$  [1.04.26 a]402) Sección del núcleo macizo  $S_n = L_n h_n = 54 \cdot 13 = 702 \text{ cm}^2 \text{ W } 0,0702 \text{ m}^2$ 403) Inducción en el núcleo<sup>(2)</sup>  $\boxed{B_{no}} = \frac{\Phi_{no}}{2 S_n} = \frac{0,1643}{2 \cdot 0,0702} = \boxed{1,17} \text{ T}$ 404) Intensidad de campo en el núcleo de acero dinamo  $H_{no} = 6 \text{ Av/cm}$  (fig. 1.03.02 a)405) Excitación para el núcleo en vacío  $\boxed{\theta_{no}} = H_{no} l_n = 6 \cdot 19,3 = \boxed{116} \text{ Av/polo}$ 

ad) Excitación total en vacío

$$\begin{aligned} 411) \boxed{\theta_{\delta o}} &= (\hat{\theta}_{\delta o} + \hat{\theta}_{\delta o} + \hat{\theta}_{\nu o}) + \theta_{po} + \theta_{no} \\ &= 8249 + 102 + 116 = \boxed{8467} \text{ Av/polo} \end{aligned}$$

2.05.09 Excitación a P.C. y cos  $\varphi$  normal (cos  $\varphi = 0,85$ , sen  $\varphi = 0,527$ )

ae) Reacción de inducido (máquinas de rotor cilíndrico)

421) F.m.m. de reacción total

$$\hat{\theta}_1 = 0,45 \xi_1 (q \tau_p) \quad [1.07.12 b]$$

$$= 0,45 \cdot 0,958 (504 \cdot 52,4) = 11400 \text{ Av/polo}$$

422) Coeficiente de reacción (máquinas de polos salientes)

$$\text{para } \psi = 0,65 \text{ y entrehierro senoidal } \left. \begin{array}{l} c_i = 0,32 \\ c_i = 0,88 \end{array} \right\} \text{ (fig. 1.07.14 c o d)}$$

af) Reacción de inducido (máquinas de polos salientes)

423) Componentes transversal

$$\frac{\theta_{ib}}{\cos \alpha} = (0,45 \xi_1 q \tau_p) c_i = 11400 \cdot 0,32 = 3650 \text{ Av/polo} \quad [1.09.12 a]$$

(1) Prácticamente igual al valor provisional, (217), dada la escasa discrepancia que había para  $\sigma_{po}$ .  
(2) Casi idéntico al valor provisional, (237), por la misma razón.

424) Flujo transversal fundamental

$$\hat{\phi}_t = \frac{0,8}{K_M K_L K_C} \left( \frac{\theta_{tb}}{\cos \alpha} \right) \tau_p L \quad [1.09.12 c]$$

$$= \frac{0,8}{1,02 \cdot 1,025 \cdot 1,155} \frac{3650}{1} 52,4 \cdot 58 = 7360000 \text{ M}$$

425) F.e.m. ficticia debida a este flujo

$$\left[ \frac{U_t}{\cos \alpha} \right] = 2,22 \cdot f \frac{\xi_1 Z}{m} \hat{\phi}_t \cdot 10^{-8} \quad [1.09.12 e]$$

$$= 2,22 \cdot 50 \frac{0,958 \cdot 576}{3} 0,0736 = \boxed{1505} \text{ V}$$

426) Valor relativo de la f.e.m. ficticia transversal (máq. de polos salientes)

$$\frac{u_t^*}{\cos \alpha} = \left( \frac{U_t}{U_f} \right) 100 = \frac{1505}{3030} 100 = 49,5 \% \text{ de } U_f$$

427) Cálculo directo del valor relativo de la f.e.m. ficticia transversal (máq. de polos salientes)

$$\frac{u_t^*}{\cos \alpha} = \frac{0,565 c_t \xi_1 \tau_p q / 100}{K_M K_L K_C \delta \hat{E}_{\delta 0}} \quad [2.01.21 a]$$

$$= \frac{0,565 \cdot 0,32 \cdot 0,958}{1,02 \cdot 1,025 \cdot 1,155} \frac{52,4}{1} \frac{5,04}{0,765} = 49,5 \% \text{ de } U_f$$

ag) F.e.m. a inducir por el flujo resultante (máq. de rotor cilíndrico)

431) A temperatura de servicio ( $\theta = 120^\circ \text{C}$ )

$$\bar{E} = 100 + u_R^* \cos \varphi + e_x^* \sin \varphi + \frac{(e_x^* \cos \varphi - u_R^* \sin \varphi)^2}{200} = \quad [2.01.20 b]$$

$$(a \ 120^\circ \text{C}, \ u_R^* = 0,883 \%, \ e_x^* = 15,2 \%)$$

$$\boxed{\bar{E}} = 100 + 0,883 \cdot 0,85 + 15,2 \cdot 0,527 + \frac{(15,2 \cdot 0,85 - 0,883 \cdot 0,527)^2}{200}$$

$$= 100 + 0,75 + 8 + 0,78 = \boxed{109,53} \% \text{ de } U_f$$

$$\boxed{E} = 109,53 \frac{3030}{100} = \boxed{3320} \text{ V/fase}$$

ah) F.e.m. a inducir por el flujo resultante (máq. de polos salientes)

432) Angulo  $\alpha$ 

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{100 \sin \varphi + e_x^* + \frac{u_t^*}{\cos \alpha}}{100 \cos \varphi + u_R^*} \quad [2.01.21 b]$$

$$= \frac{100 \cdot 0,527 + 15,2 + 49,5}{100 \cdot 0,85 + 0,883} = 1,37.$$

$$\alpha = 53^\circ \quad \sin \alpha = 0,808 \quad \cos \alpha = 0,592$$

433) F.e.m. equivalente a la reactancia transversal

$$u_t^* = \left( \frac{u_t^*}{\cos \alpha} \right) \cos \alpha = 49,5 \cdot 0,592 = 29,3 \% \text{ de } U_f$$

$$\boxed{U_t} = 29,3 \frac{3030}{100} = \boxed{888} \text{ V/fase}$$

434) F.e.m. a inducir por el flujo,  $E_\phi$  (fig. 2.05.09 a)

$$\boxed{E_\phi} = \frac{E_\phi}{U_f} 100 = \sqrt{E^2 - u_t^{*2}} = \sqrt{109,53^2 - 29,3^2} = \boxed{105} \% \text{ de } U_f \quad [1.09.12 h]$$

$$\boxed{E_\phi} = 105 \frac{3030}{100} = \boxed{3180} \text{ V/fase}$$

435) Componente longitudinal de la reacción de inducido

$$\boxed{\theta_{tb}} = (0,45 \xi_1 q \tau_p) c_t \sin \alpha = 11400 \cdot 0,88 \cdot 0,808 = \boxed{8100} \text{ Av/polo}$$

[1.07.14 c]

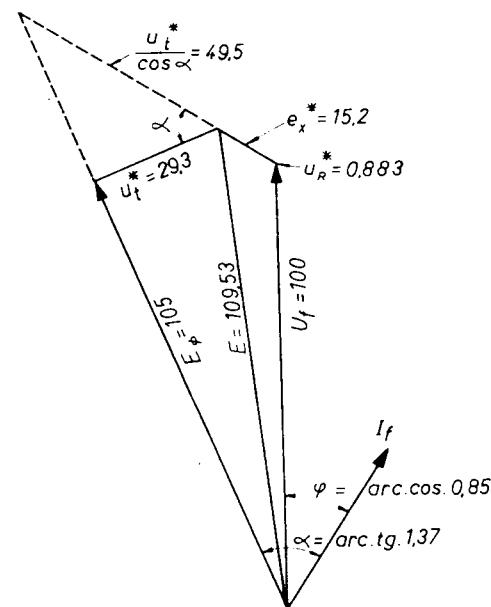


Fig. 2.05.09 a. Diagrama vectorial de un alternador de 5.000 kVA, 5.250 V, 50 Hz, 50 r/m, en valores relativos ( $U_f = 100\%$ ).

## 436) Diagrama vectorial

Máq. de rotor cilíndrico: fig.

» » polos salientes: fig. 2.05.09 a

## 2.05.10 Excitación en carga

ai) Inducido

441) F.e.m. a inducir  $\hat{E} = \dots$  % de  $U$ , (431: rotor cilíndrico)

$$\boxed{\hat{E} = 105} \% \gg \gg (434: \text{polos salientes})$$

Factor para las inducciones = 1.05

442) Entrehierro

$$\text{Inducción } \boxed{\hat{B}_\delta} = 1,05 \hat{B}_{\delta 0} = 1,05 \cdot 0,925 = \boxed{0,97} \text{ T} \quad (351)$$

$$\text{Campo } \hat{H}_\delta = 0,8 \hat{B}_\delta = 0,8 \cdot 9700 = 7750 \text{ Av/polo cm}$$

$$\text{Excitación } \boxed{\hat{\theta}_\delta} = H_\delta \delta = 7750 \cdot 1 = \boxed{7750} \text{ Av/polo}$$

443) Flujo en el entrehierro (116)

$$\boxed{\hat{\Phi}_\delta} = 1,05 \hat{\Phi}_{\delta 0} = 1,05 \cdot 0,142 = \boxed{0,149} \text{ Wb}$$

444) Inducc. aparente a 1/3 de la altura (371)  $\boxed{\hat{B}'_{1/3}} = 1,05 B'_{1/3 0} =$ 

$$= 1,05 \cdot 1,735 = \boxed{1,82} \text{ T}$$

Induc. real a 1/3 de la altura:

$$\text{Para } k_{1/3} = 2,2 \text{ y } \hat{B}'_{1/3} = 1,82 \text{ T, } \boxed{\hat{B}_{1/3}} = \boxed{1,80} \text{ T} \quad (\text{fig. 1.04.18 e})$$

$$\text{Campo a 1/3 de la altura } \hat{H}_{1/3} = 150 \text{ Av/cm} \quad (\text{fig. 1.03.02 b})$$

$$\text{Excitación } \hat{\theta}_s = \hat{H}_{1/3} h_i = 150 \cdot 7,6 = \boxed{1140} \text{ Av/polo}$$

445) Yugo (371)

$$\text{Inducción } \boxed{\hat{B}_y} = 1,05 B_{y0} = 1,05 \cdot 1,25 = \boxed{1,31} \text{ T}$$

$$\text{Campo } \hat{H}_y = 4 \text{ Av/cm} \quad (\text{fig. 1.03.02 b})$$

$$\text{Excitación } \boxed{\hat{\theta}_y} = \hat{H}_y l_y = 4 \cdot 31,4 = \boxed{126} \text{ Av/polo}$$

aj) Inductor

451) F.m.m. de dispersión polar en carga

$$\boxed{\theta_{sp}} = (\hat{\theta}_\delta + \hat{\theta}_s + \hat{\theta}_y) + \theta_{ib} = \quad [1.04.24 b]$$

$$= (7750 + 1140 + 126) + 8100 = 9010 + 8100 = \boxed{17110} \text{ Av/polo}$$

452) Flujo de dispersión polar en carga

$$\Phi_{sp} = \theta_{sp} A_{sp} = 17110 \cdot 270,6 = 4640 \times 10^3 \text{ M} \quad [1.04.24 g]$$

453) Flujo polar en carga

$$\boxed{\Phi_p} = \hat{\Phi}_\delta + \Phi_{sp} = 0,149 + 0,0464 = \boxed{0,1954} \text{ Wb} \quad [1.04.23 a]$$

454) Coeficiente de dispersión polar en carga

$$\boxed{\sigma_p} = 1 + \frac{\Phi_{sp}}{\hat{\Phi}_\delta} = 1 + \frac{0,0464}{0,149} = \boxed{1,31} \quad [1.04.23 d]$$

455) Núcleo polar en carga (393)

$$\text{Inducción } \boxed{B_p} = \frac{\Phi_p}{\Phi_{p0}} B_{p0} = \frac{0,1954}{0,1643} 1,336 = 1,59 \text{ T}$$

$$\text{Campo } H_p = 16 \text{ Av/cm} \quad (\text{fig. 1.03.02 b})$$

$$\text{Excitación } \theta_p = H_p l_p = 16 \cdot 25,5 = \boxed{408} \text{ Av/polo.}$$

456) Núcleo del rotor

$$\text{Flujo } \boxed{\Phi_n} = \Phi_p = \boxed{0,1954} \text{ Wb}$$

$$\text{Inducción } B_n = \frac{\Phi_n}{\Phi_{n0}} B_{n0} = \frac{0,1954}{0,1643} 1,17 = \boxed{1,39} \text{ T}$$

$$\text{Campo } H_n = 10 \text{ Av/cm} \quad (\text{acero dinamo}) \quad (\text{fig. 1.03.02 a})$$

$$\text{Excitación } \theta_n = H_n l_n = 10 \cdot 19,3 = \boxed{193} \text{ Av/polo}$$

ak) Excitación total = a P.C., T.N. y  $\cos \varphi = 0,85$ 

$$\boxed{\theta_{bp}} = (\hat{\theta}_\delta + \hat{\theta}_s + \hat{\theta}_y) + \theta_{ib} + (\theta_p + \theta_n)$$

$$= 17110 + (408 + 193) = \boxed{17711} \text{ Av/polo}$$

## 2.05.11 Bobinas polares

al) Sección de conductor

461) Tensión nominal de la excitatriz: Adoptada  $U_{ez} = 100 \text{ V}$ 462) Tensión disponible  $\boxed{U'_{ez}} \approx 0,9 U_{ez} = 0,9 \cdot 100 = \boxed{90} \text{ V}$ 463) Número de vías del circuito inductor: Adoptado  $\alpha_{bp} = 1$ 

464) Tensión de excitación por bobina polar

$$\boxed{U_{bp}} = \frac{U'_{ez}}{2p} \alpha_{bp} = \frac{90}{12} 1 = \boxed{7,5} \text{ V/bobina}$$

465) Clase de aislamiento:  $B, \Delta \theta = 80^\circ \text{C}, \theta = 40 + 80 = 120^\circ \text{C}$  (tabla 1.01.16 a)



466) Resistividad en caliente

$$\rho = \frac{1}{46} \cdot 1,14 = 0,0248 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \quad (\text{tabla 1.01.16 b})$$

467) Grosor de la bobina polar (supuesto)  $g_{bp} = 4,5 \text{ cm}$ 468) Espira media  $l_{mp} = 2 (L_{np} + b_{np} + 3) + \pi g_{bp}$   
 $= 2 (57 + 22 + 3) + \pi \cdot 4,5 \approx 178 \text{ cm} \equiv 1,78 \text{ m}$ 

469) Excitación a producir (con 7,5 % por imprevistos)

$$\theta_{bp} = 17711 \cdot 1,075 = 19000 \text{ Av/bobina}$$

470) Sección del conductor

$$s_{bp} = \frac{\rho l_m \theta_{bp}}{U_{bp}} = \frac{0,0248 \cdot 1,78 \cdot 19000}{7,5} = \boxed{112} \text{ mm}^2 \quad [1.09.06 b]$$

Adoptado: conductor de  $(45 \times 2,5) \text{ mm}$  con aislamiento entre espiras de 0,3 mm micanita

am) Número de espiras por bobina

481) Densidad de corriente admisible  $\Delta_{bp} = 2,5 \dots 3,5 \text{ A/mm}^2$  (párr. 2.04.30)Adoptado  $\Delta_{bp} = 3,2 \text{ A/mm}^2$ 482) Corriente de excitación por bobina  $I_{bp} = \Delta_{bp} s_{bp} = 3,2 \cdot 112 = 358 \text{ A}$ 

483) Espiras por bobina

$$N_{bp} = \frac{\theta_{bp}}{I_{bp}} = \frac{19000}{358} = \boxed{53} \text{ espiras}$$

484) Corriente de excitación total

$$\boxed{I_{ex}} = \alpha_{bp} I_{bp} = 1 \cdot 358 = \boxed{358} \text{ A}$$

an) Pérdidas y calentamientos de las bobinas inductoras

491) Pérdidas totales en las bobinas  $p_{ex} = U'_{ex} I_{ex} = 90 \cdot 358 = \boxed{32220} \text{ W}$ 492) Pérdidas por bobina  $p_{bp} = \frac{p_{ex}}{2p} = \frac{32220}{12} = 2680 \text{ W}$ 

493) Desarrollo exterior de una bobina

$$l_{Mp} = l_{mv} + \pi g_{bp} = 178 + \pi \cdot 4,5 = 192 \text{ cm}$$

494) Alturas de la bobina polar

$$h_{bp} = (53 + 1) \text{ espiras} \times 2,5 \text{ mm} + 53 \text{ capas aisl.} \times 0,3 = 151 \text{ mm (se habían supuesto 160 mm (218))}$$

495) Superficie de ventilación por bobina

$$S_{vp} = l_{Mp} h_{bp} = 1,92 \cdot 0,151 = 0,289 \text{ m}^2$$

496) Coeficiente de ventilación

para  $v = 52,4 \text{ m/s}$  y bob de 1 capa,  $K_v = 170 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$  (fig. 2.04.30 a)

497) Incremento de temperatura (párr. 2.04.30)

$$\Delta\theta_{bp} = \frac{p_{bp}}{S_{vp} K_v} = \frac{2680}{0,289 \cdot 170} = 54,6 \text{ } ^\circ\text{C en la superficie.}$$

Incremento medio de la bob.  $\approx 54,5 + (10 \dots 15^\circ) \approx 70 \text{ } ^\circ\text{C}$ 

2.05.12 Excitatriz

a0) Características

501) Tensión de servicio 90 V

Corriente de servicio  $\boxed{358} \text{ A}$ Potencia de servicio  $90 \cdot 358 = 32220 \text{ W}$ Tensión nominal  $\boxed{100} \text{ V.}$ Corriente a la tensión nominal  $\frac{100}{90} 358 = 398 \text{ A}$ Potencia nominal =  $100 \cdot 0,398 \approx \boxed{40} \text{ kW. a } \boxed{n = 500} \text{ r/m.}$ 

502) Potencia absorbida en servicio

Rendimiento (supuesto)  $\eta_{ex} = 0,9$ 

$$\text{Pot. absorbida } \boxed{P_{ex}} = \frac{p_{ex}}{\eta_{ex}} = \frac{32220}{0,9} = \boxed{36900} \text{ W.}$$

2.05.13 Rendimiento

ap) Pérdidas en el hierro en carga

511) Peso de los dientes

$$G_d = 7,7 \cdot L_{Fe} n t_m h_i = 7,7 \cdot 4,59 \cdot 144 \cdot 0,263 \cdot 0,76 = 1020 \text{ kg}$$

512) Peso del yugo

$$G_y = 7,7 \cdot L_{Fe} \pi D_{vm} h_y = 7,7 \cdot 4,59 \cdot \pi \cdot 22,76 \cdot 1,24 = 3130 \text{ kg}$$

513) Pérdidas específicas en los dientes en carga

Para  $\hat{B}_{1/3} = 1,8 \text{ T}$  y  $f = 50 \text{ Hz}$ ,  $p_{Fe d} = 0,5 \cdot 33 = 16,5 \frac{\text{W}}{\text{kg}}$  (fig. 1.10.18)

514) Pérdidas específicas en el yugo en carga

Para  $B_y = 1,31 \text{ T}$  y  $f = 50 \text{ Hz}$ ,  $p_{Fe y} = 0,5 \cdot 18 = 9 \frac{\text{W}}{\text{kg}}$  (fig. 1.10.18a)

515) Pérdidas en los dientes

$$p_{Fe d} = p_{Fe d} \cdot G_d = 16,5 \cdot 1020 = 16800 \text{ W}$$

516) Pérdidas en el yugo

$$p_{r,y} = p_{j,y} G_y = 9 \cdot 3130 = 28200 \text{ W}$$

517) Pérdidas en el hierro en carga (a 3180 V/fase)

$$p_{r,i} = p_{r,e} + p_{r,y} = 16,8 + 28,2 = \boxed{45} \text{ kW}$$

La calidad de la chapa y el cuidadoso recorte y montaje de la misma, redujeron estas pérdidas en realidad a unos 37 kW.

aq) Pérdidas en los cojinetes

521) Tipo: de deslizamiento

522) Diámetro cojinete lado accionamiento <sup>(1)</sup>

$$d_{cA} \approx 2,6 \dots 3 \sqrt[3]{\frac{P}{N}} \approx 2,6 \sqrt[3]{\frac{5000}{0,5}} \approx 26 \text{ cm} \quad [1.10.53 \text{ b}]$$

$$\text{Adoptado: } d_{cA} = 26 \text{ cm } \quad d_{cB} = 23 \text{ cm}$$

x 523) Longitud cojinetes de deslizamiento <sup>(1)</sup>

$$l_{cA} \approx 1,5 \dots 2,5 d_{cA} \approx 1,5 \cdot 26 = 39 \text{ cm} \quad [1.10.53 \text{ c}]$$

$$\text{Adoptado: } l_{cA} = 32 \text{ cm } \quad l_{cB} = 28 \text{ cm}$$

524) Velocidades lineales de los cojinetes

$$v_{cA} = \frac{\pi d_{cA} N}{60} = \frac{\pi \cdot 0,26 \cdot 1500}{60} = 6,8 \text{ m/s}$$

$$v_{cB} = \frac{\pi d_{cB} N}{60} = \frac{\pi \cdot 0,23 \cdot 1500}{60} = 6 \text{ m/s}$$

525) Pérdidas en los dos cojinetes

$$\text{De deslizamiento } p_{c\mu A} = 0,5 d_{cA} l_{cA} \sqrt{v_{cA}^3} \quad [1.10.53 \text{ a}]$$

$$= 0,5 \cdot 26 \cdot 32 \cdot \sqrt{6,8^3} = 7380 \text{ W}$$

$$p_{c\mu B} = 0,5 d_{cB} l_{cB} \sqrt{v_{cB}^3} \quad [1.10.53 \text{ a}]$$

$$= 0,5 \cdot 23 \cdot 28 \cdot \sqrt{6^3} = 4730 \text{ W}$$

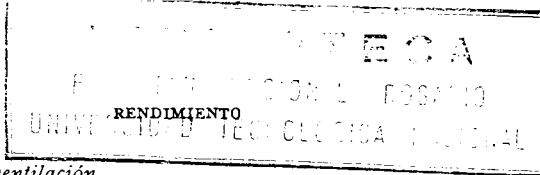
$$\boxed{p_{c\mu} = 12110} \text{ W}$$

De rodamiento

$$p_{c\mu A} = 0,15 \frac{N}{1000} d_{cA}^3 = \quad \text{W} \quad [1.10.55 \text{ a}]$$

$$p_{c\mu B} = 0,15 \frac{N}{1000} d_{cB}^3 = \quad \text{W} \quad [1.10.55 \text{ a}]$$

(1) Dimensiones subordinadas en último término al resultado de los cálculos mecánicos.



ar) Pérdidas por ventilación

531) Pérdidas a eliminar por ventilación, en servicio

Pérdidas en el hierro (517)

$$p_{r,i} = 45000 \text{ W}$$

En los conduct. del inducido en c.a. (302) a 120 °C

$$p_J = 44100 \text{ »}$$

Pot. absob. por la excitatriz (502)

$$p_{ex} = 36900 \text{ »}$$

Pérdidas a evacuar por el aire

$$p_a = 126000 \text{ W}$$

532) Diámetro del ventilador. Adoptado  $D_v = 1,75 \text{ m}$ 533) Velocidad periférica  $v_v = \frac{\pi D_v N}{60} = \frac{\pi \cdot 1,75 \cdot 500}{60} = 46 \text{ m/s}$ 

534) Pérdidas por ventilación

$$\boxed{p_v} = v_v p_a v_v^2 = \frac{126000 \cdot 46^2}{20000} = \boxed{10330} \text{ W} \quad [1.10.60 \text{ a}]$$

as) Rendimiento en servicio (a 120 °C)

541) Pérdidas evacuadas por el aire

$$p_a = 126000 \text{ W}$$

» en los cojinetes

$$p_{c\mu} = 12110 \text{ »}$$

» por ventilación

$$p_v = 10330 \text{ »}$$

$$\text{Imprevistos } \left( (0,5 \% P \approx 0,5 \frac{5000000}{100}) = 25000 \text{ »} \right)$$

Pérdidas totales en servicio

$$\boxed{p = 173440} \text{ W}$$

542) Rendimiento a P.C. en servicio y  $\cos \varphi = 0,85$  (a 120 °C)

$$\boxed{\eta} = 1 - \frac{p}{P} = 1 - \frac{173,4}{500 \cdot 0,85} = 1 - 0,408 = 0,9592 \text{ o } \boxed{95,92} \%$$

at) Rendimiento a 75 °C (coef. de reducción de 120° a 75 °C)

551) Tabla de pérdidas a 75 °C

Pérdidas en el hierro

$$p_{r,i} = 45000 \text{ W}$$

En los conductores del inducido, en c.a. (301)

$$p_J = 39350 \text{ »}$$

Pot. absob. por la excitatriz  $p_{ex} = \frac{36900}{1,14} = 32400 \text{ »}$ 

Pérdidas en los cojinetes

$$p_{c\mu} = 12110 \text{ »}$$

» por ventilación

$$p_v = 10330 \text{ »}$$

Pérdidas adicionales imprevistas

$$= 25000 \text{ »}$$

Pérdidas totales a 75 °C

$$\boxed{p = 164190} \text{ W}$$

552) Rendimiento referido a 75 °C

$$\boxed{\eta} = 1 - \frac{p}{P} = 1 - \frac{164,19}{500 \cdot 0,85} = 1 - 0,396 = 0,9604 \text{ o sea } \boxed{96,4} \%$$

(medido, 96,65 %)

## 2.06 CARACTERISTICAS DE LOS MOTORES ASÍNCRONOS

### 2.06.01 Ecuaciones fundamentales del rotor

Consideremos el motor conectado a la tensión  $U_1$  y frecuencia  $f_1$  normales de la red pero con el rotor parado y a circuito abierto. El campo rotatorio del entrehierro inducirá en cada fase del rotor o secundario una f.m.e.  $E_2$  de la misma frecuencia  $f_1$  primaria y la corriente rotórica será nula.

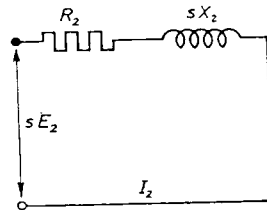


Fig. 2.06.01 a. Circuito de una fase rotórica del motor asincrónico en carga con el deslizamiento  $s$ .

Si el motor funciona luego en carga con un deslizamiento  $s$  y prescindimos por el momento de la disminución del flujo en el entrehierro producida por las caídas de tensión en el estator, la f.e.m. por fase pasará a ser  $(sE_2)$  y circulará una corriente  $I_2$  de frecuencia  $(sf_2)$  que vendrá dada por, (fig. 2.06.01 a),

$$I_2 = \frac{s E_2}{\sqrt{R_2^2 + (s X_2)^2}} \quad (A) \quad [2.06.01 a]$$

siendo  $R_2$  la resistencia y  $X_2$  la reactancia rotóricas por fase, medida esta última a la frecuencia  $f_1$ .

El desfase en retraso de la corriente con respecto a la f.e.m. queda determinado por

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{s X_2}{R_2} \quad \text{o} \quad \cos \varphi_2 = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + (s X_2)^2}} \quad [2.06.01 b]$$

$\cos \varphi_2$  se aproxima tanto más a la unidad cuando menor es el deslizamiento  $s$ .

Con la carga nominal del motor puede considerarse prácticamente  $\cos \varphi_2 = 1$ . Las ecuaciones [a] y [b] se transforman fácilmente en

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_2^2}} \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{X_2}{\left(\frac{R_2}{s}\right)} \quad [2.06.01 c]$$

Si imaginamos ahora el rotor bloqueado, y por tanto de nuevo con la f.e.m.  $E_2$ , por fase, y variamos las resistencias del circuito rotórico desde  $R_2$  a  $\left(\frac{R_2}{s}\right)$  y las reactancias desde  $(sX_2)$  a  $X_2$ , las corrientes del rotor adquirirán el mismo valor  $I_2$  y el mismo desfase  $\varphi_2$  que con el motor en marcha pero a la frecuencia  $f_1$  de la red. Por consiguiente, la corriente y el desfase primarios seguirán siendo los mismos que antes y con ello la potencia absorbida de la red así como las pérdidas en el devanado primario, la f.e.m., el flujo y el par.

De consecuencia, las pérdidas en el hierro del primario continuarán invariables. Si prescindimos de éstas en el circuito ferromagnético del secundario (donde realmente habrán aumentado al pasar la frecuencia desde  $sf_1$  hasta  $f_1$ ) podremos decir que la potencia transferida desde el primario al secundario tampoco habrá variado apenas por el hecho de haber bloqueado el rotor incrementando simultáneamente su resistencia por fase desde  $R_2$  hasta  $\frac{R_2}{s}$ .

La potencia absorbida por el secundario será también la misma que en servicio y como las pérdidas por efecto JOULE en este devanado, al no variar la corriente se mantendrán igualmente inalteradas, la potencia mecánica  $P_m$  que se habrá enulado en el motor viene sustituida ahora por las pérdidas sobre la supuesta resistencia añadida que representaremos por  $R_c$ .

$$R_c = \frac{R_2}{s} - R_2 = R_2 \left( \frac{1}{s} - 1 \right) = R_2 \frac{1-s}{s} \quad (\Omega) \quad [2.06.01 d]$$

dando origen a la equivalencia ( $m_2 =$  número de fases rotóricas),

$$P_{m_c} = m_2 I_2^2 R_c = m_2 I_2^2 R_2 \left( \frac{1}{s} - 1 \right) \quad (W) \quad [2.06.01 e]$$

La supuesta resistencia adicional  $R_c$  sobre el circuito del rotor bloqueado constituye, pues, una representación de la potencia mecánica desarrollada por la máquina en servicio.

El circuito estático equivalente de una fase del rotor, en tales condiciones, se muestra en la fig. 2.06.01 b.

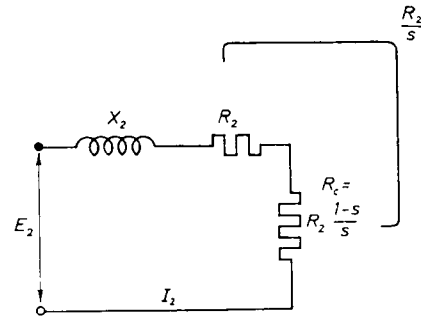


Fig. 2.06.01 b. Circuito estático del rotor, equivalente al anterior, del motor en marcha.

Sobre este circuito pueden estudiarse las propiedades del rotor en servicio sin más que hacer coincidir el valor de  $s$  con el deslizamiento de la máquina.

Según dicho circuito, la potencia  $P_{1-2}$  transmitida al rotor o potencia electromagnética  $P_{em}$  es igual a

$$P_{em} = P_{1-2} = m_2 E_2 I_2 \cos \varphi_2 \quad (W) \quad [2.06.01 f]$$

y con deslizamiento normal ( $s$  alrededor de 0,05)

$$P_{1-2} \approx m_2 E_2 I_2 \quad [2.06.01 g]$$

$P_{1-2} = P_{em}$  es la potencia electromagnética que «cruza» el entrehierro. Las pérdidas en el devanado vienen siempre dadas por

$$p_{J2} = m_2 R_2 I_2^2 \quad (J) \quad [2.06.01 h]$$

La potencia mecánica desarrollada,

$$P_m = P_{1-2} - P_{R2} \quad [2.06.01 i]$$

y por lo que acabamos de ver, [e], [f] y [h]

$$P_m = m_2 R_c I_2^2 = m_2 E_2 I_2 \cos \varphi_2 - m_2 R_2 I_2^2 \quad [2.06.01 j]$$

Esta última conduce a una interesante ecuación para el deslizamiento, ya que de la misma surge

$$m_2 R_2 \left( \frac{I}{s} - I \right) I^2 = m_2 E_2 I_2 \cos \varphi_2 - m R_2 I_2^2$$

o bien

$$\frac{m_2 R_2 I_2^2}{s} = m_2 E_2 I_2 \cos \varphi_2$$

y

$$s = \frac{m_2 R_2 I_2^2}{m_2 E_2 I_2 \cos \varphi_2} = \frac{p_{J2}}{P_{1-2}} = \frac{u_{R2}}{E_2 \cos \varphi_2} \quad [2.06.01 k]$$

El deslizamiento  $s$  es igual a la relación entre las pérdidas  $p_{J2}$  en el devanado del rotor y la potencia  $P_{1-2}$  transmitida al mismo por el estator. Por tanto (1)

$$p_{J2} = s P_{1-2} \quad [2.06.01 l]$$

y

$$P_m = P_{1-2} - p_{J2} = (1 - s) P_{1-2} \quad (W) \quad [2.06.01 m]$$

Si designamos por  $\eta_m$  el *rendimiento mecánico* definido como la relación entre la potencia útil en el eje  $P$  y la potencia mecánica desarrollada por el rotor  $P_m$ ,  $\eta_m = \frac{P}{P_m}$ , se tendrá también

$$P = \eta_m P_m = \eta_m (1 - s) P_{1-2} \quad \text{o} \quad P_{1-2} = \frac{P}{\eta_m (1 - s)} \quad (W) \quad [2.06.01 n]$$

2.06.02 Ejemplo

Para un motor asíncrono trifásico de 20 CV con un deslizamiento a plena carga del 5 %, la resistencia  $R_c$  equivalente a la carga habría de ser tal que en ella se disipase la suma de la potencia útil,  $P = 20$  CV y de las pérdidas mecánicas  $p_m$

(1) Puede explicarse también de la manera siguiente: Designando por  $N_1$  la velocidad sincrónica o velocidad de giro del campo rotatorio y por  $N$  la efectiva del rotor, en r/m.

$$s = \frac{N_1 - N}{N_1} \quad [2.06.01 o]$$

Multiplicando numerador y denominador por el par transmitido del estator al rotor  $M_{1-2}$  en  $\frac{W}{r/m}$

$$s = \frac{M_{1-2} N_1 - M_{1-2} N}{M_{1-2} N_1}$$

Pero  $(M_{1-2} N_1)$  es a su vez la potencia  $P_{1-2}$  (W) cedida al secundario y  $(M_{1-2} N)$  la potencia transformada en mecánica por el rotor,  $P_m$  (W), suma de la potencia útil a la salida del eje,  $P$ , y de las pérdidas por rozamiento y ventilación  $p_m$ ; la diferencia entre  $P_{1-2}$  y  $P_m$  proviene justamente de las pérdidas por efecto Joule en el devanado rotórico  $P_{J2} = m_2 R_2 I_2^2$

Así

$$s = \frac{P_{1-2} - P_m}{P_{1-2}} = \frac{p_{J2}}{P_{1-2}} = \frac{m_2 R_2 I_2^2}{m_2 E_2 I_2 \cos \varphi_2}$$

La potencia útil es  $P = 20 \cdot 0,736 = 14,72$  kW.

Admitiendo un rendimiento mecánico del 98 %, la potencia a transmitir al eje debe ser:

$$P_m = P + p_m = \frac{P}{\eta_m} = \frac{14,72}{0,98} = 15,02 \text{ kW}$$

y si el deslizamiento es de un 5 %, [2.06.01 m],

$$P_{1-2} = \frac{P_m}{1-s} = \frac{15,02}{1-0,05} = 15,8 \text{ kW}$$

Las pérdidas en el devanado rotórico ascenderán a

$$p_{J_2} = s P_{1-2} = P_{1-2} - P_m = 0,05 \cdot 15,8 = 790 \text{ W}$$

La corriente por fase  $I_2$  para una misma potencia, puede ser muy distinta según se elija el número de conductores y el de fases secundarias,  $Z_2$  y  $m_2$ , respectivamente, y con ello la f.e.m. secundaria por fase a circuito abierto  $E_2$ ; pero en cualquier caso la potencia eléctrica transmitida por el campo del entrehierro al rotor es igual, a, [2.06.01 f],

$$P_{1-2} = m_2 E_2 I_2 \cos \varphi_2$$

y aproximadamente, a P.C. [2.06.01 g], con  $\cos \varphi_2 \approx 1$ .

$$P_{1-2} = m_2 E_2 I_2$$

Suponiendo que el número de fases del rotor sea también  $m_2 = 3$  y la tensión elegida por fase, a motor bloqueado  $E_2 = 110$  V

$$I_2 = \frac{P_{1-2}}{m_2 E_2} = \frac{15,8}{3 \cdot 0,110} = 478 \text{ A/fase}$$

Como es, [2.06.01 e],

$$P_m = m_2 I_2^2 R_c$$

la resistencia  $R_c = R_2 \left( \frac{1}{s} - 1 \right)$  equivalente a la carga vale

$$R_c = \frac{P_m}{m_2 I_2^2} = \frac{15020}{3 \cdot 478^2} = 0,0219 \Omega \text{ fase secundaria}$$

El deslizamiento de 5 % a plena carga que da unas pérdidas en los conductores del rotor de 790 W nos indica que la resistencia por fase del devanado secundario asciende a, [2.06.01 h],

$$R_2 = \frac{p_{J_2}}{m_2 I_2^2} = \frac{790}{3 \cdot 478^2} = 0,00115 \Omega \text{ /fase}$$

Compruébese que, [2.06.01 d],

$$R_c = R_2 \frac{1-s}{s} = 0,00115 \frac{1-0,05}{0,05} = 0,0219 \Omega.$$

### 2.06.03 Reducción del rotor al estator. Circuito equivalente.

Supongamos el devanado rotórico del motor original constituido por un total de  $Z_2$  conductores distribuidos uniformemente entre  $n_2$  ranuras y  $m_2$  fases con un factor de bobinado  $\xi_2$ .

Sea  $E_2$  (V) la f.e.m. por fase a circuito secundario abierto,  $I_2$  (A) la corriente por fase a plena carga y  $s$  el deslizamiento en estas últimas condiciones de carga normal. La resistencia por fase del devanado rotórico es  $R_2(\Omega)$  y  $X_2(\Omega)$  su reactancia con el motor parado ( $s = 1$ )

Imaginemos sustituido este arrollamiento del secundario por otro idéntico al del primario en lo que se refiere a número de conductores y fases, es decir, con  $Z_1$  conductores,  $m_1$  fases y factor de bobinado  $\xi_1$ . Las f.e.m. por fase, en reposo, serían entonces evidentemente iguales para el primario ( $E_1$ ) y para el nuevo secundario ( $E_2'$ ), puesto que estarán inducidas por el mismo flujo común del entrehierro  $\phi_\delta$  y a la misma frecuencia  $f_1$

$$\boxed{E_2' = E_1} \quad (\text{V/fase}) \quad [2.06.03 \text{ a}]$$

y como estas f.e.m. son proporcionales a los números correspondientes de conductores activos, también por fase, tendremos con relación a los valores primitivos del rotor

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\boxed{E_2'}}{E_2} = \frac{\left( \frac{Z_1}{m_1} \right) \xi_1}{\left( \frac{Z_2}{m_2} \right) \xi_2} = \frac{m_2 \left( \frac{Z_1 \xi_1}{Z_2 \xi_2} \right)}{m_1 \left( \frac{Z_2 \xi_2}{Z_1 \xi_1} \right)} = r_E \quad [2.06.03 \text{ b}]$$

Establezcamos además para el nuevo rotor reducido al estator según la relación anterior, la condición fundamental de que se conserve su potencia electromagnética aparente  $P_{em}$  y veamos la corriente por fase  $I_2'$  que debemos asignarle

$$\boxed{P_{em} = m_2 E_2 I_2 = m_1 E_2' I_2'} \quad (\text{VA}) \quad [2.06.03 \text{ c}]$$

de donde

$$\boxed{\frac{I_2'}{I_2}} = \frac{m_2 E_2}{m_1 E_2'} = \frac{m_2 m_1 Z_2 \xi_2}{m_1 m_2 Z_1 \xi_1} = \frac{\boxed{Z_2 \xi_2}}{\boxed{Z_1 \xi_1}} = r_I \quad [2.06.03 \text{ d}]$$

La corriente del rotor referida al estator es independiente tanto del número de fases primarias como del número de fases secundarias.

Como de aquí, [d], se desprende también,

$$I'_2 (Z_1 \xi_1) = I_2 (Z_2 \xi_2)$$

vemos que  $I'_2$  se confunde numéricamente con la corriente primaria que equilibra a la f.m.m. de carga secundaria.

Añadamos aún otra condición: que las pérdidas por efecto JOULE en el rotor se mantengan invariables, es decir

$$\boxed{\dot{p}_{J2} = m_2 I_2^2 R_2 = m_1 I_2'^2 R_2' = \dot{p}'_{J2}} \quad (W)$$

Para ello, habrá que variar la resistencia por fase transformándola en  $R'_2$  según la relación

$$\boxed{\frac{R'_2}{R_2} = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{I'_2}{I_2}\right)^2 = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{Z_1 \xi_1}{Z_2 \xi_2}\right)^2 = r_\Omega} \quad [2.06.03 f]$$

Modifiquemos en la misma relación las reactancias por fase  $X_2$  a la frecuencia  $f_1$  transformándolas en  $X'_2$  tal que

$$\boxed{\frac{X'_2}{X_2} = r_\Omega = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{Z_1 \xi_1}{Z_2 \xi_2}\right)^2} \quad [2.06.03 g]$$

con lo cual, evidentemente, el desfase secundario  $\varphi'_2$  seguirá siendo el mismo que en el circuito antes de referirlo al primario,

$$\boxed{\varphi'_2 = \varphi_2}$$

y, a su vez, la potencia activa  $P_{1-2}$  transferida al secundario (también llamada potencia interna o electromecánica ( $P_{em}$ ) no sufrirá tampoco cambio alguno.

$$\boxed{P_{1-2}} = (m_2 E_2 I_2) \cos \varphi_2 = (m_1 E'_2 I'_2) \cos \varphi'_2 = \boxed{P'_{1-2}} \quad (W)$$

De esta manera, permaneciendo constante las pérdidas por efecto JOULE  $\dot{p}_{J2}$  y la potencia interna  $P_{em} = P_{1-2}$  del rotor, el deslizamiento se mantendrá también, [2.06.01 k],

$$\boxed{s'} = \frac{\dot{p}'_{J2}}{P'_{1-2}} = \frac{\dot{p}_{J2}}{P_{1-2}} = \boxed{s}$$

Las caídas óhmica y reactiva del secundario varían en la misma relación  $r_E$  que las f.e.m.

$$\begin{aligned} \boxed{u'_{R2}} &= R'_2 I'_2 = R_2 r_\Omega I_2 r_1 = R_2 I_2 \left[ \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{Z_1 \xi_1}{Z_2 \xi_2}\right)^2 \left(\frac{Z_2 \xi_2}{Z_1 \xi_1}\right) \right] = \\ &= R_2 I_2 \left[ \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{Z_1 \xi_1}{Z_2 \xi_2}\right) \right] = R_2 I_2 r_E = \boxed{u_{R2} r_E} \quad (V) \quad [2.06.03 h] \end{aligned}$$

Análogamente

$$\boxed{e'_{x2}} = X'_2 I'_2 = X_2 I_2 \left[ \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{Z_1 \xi_1}{Z_2 \xi_2}\right) \right] = \boxed{e_{x2} r_E} \quad (V) \quad [2.06.03 i]$$

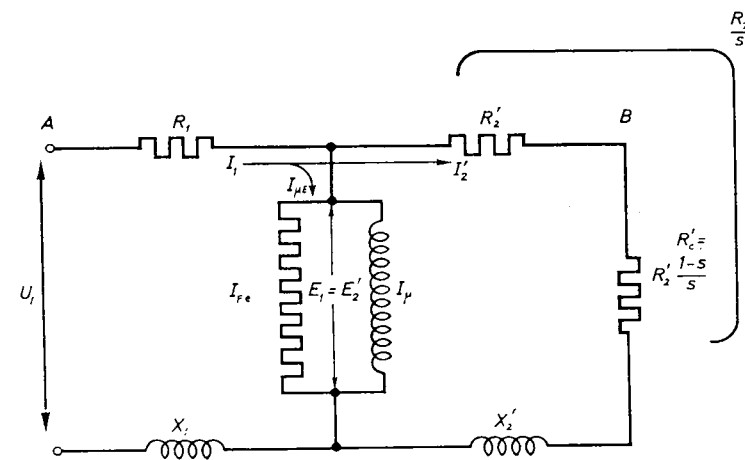


Fig. 2.06.03 a. Circuito equivalente del motor asincrónico.

pero en valores relativos, referidos a las f.e.m. respectivas en reposo  $E'_2$  y  $E_2$  resultan idénticos.

$$\boxed{u'_{R2}} = \frac{u'_{R2}}{E'_2} = \frac{u_{R2} r_E}{E_2 r_E} = \frac{u_{R2}}{E_{R2}} = \boxed{u_{R2}} \quad [2.06.03 j]$$

así como

$$\boxed{e'_{x2}} = \frac{X'_2 I'_2}{E'_2} = \frac{X_2 I_2}{E_2} = \boxed{e_{x2}} \quad [2.06.03 k]$$

Transformando asimismo la resistencia de la carga  $R_c$  en  $R'_c = R_c r_\Omega$ , tal y como se hizo para la del arrollamiento por fase  $R_2$ , la pérdida en  $R'_c$  continuará representando la potencia mecánica del motor

$$m_1 R'_c I'^2_2 = m_2 R_c I^2_2 = P_m \quad (W)$$

con 
$$R'_c = R_2' \frac{1 - S'}{S'} = R_c r_\Omega = R_2 \left[ \frac{m_2 \left( \frac{Z_1 \xi_1}{Z_2 \xi_2} \right)^2}{m_1} \right] \quad (\Omega) \quad [2.06.03 \text{ l}]$$

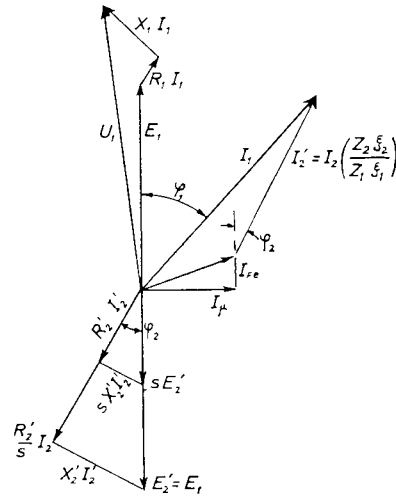


Fig. 2.06.03 b. Diagrama vectorial del motor asincrónico mostrando en particular la corriente primaria de carga secundaria  $I'_2$ .

El motor con el rotor reducido al estator de la manera expuesta, es decir, igualando el número de fases y el de conductores activos a los del primario,  $m_1$  y  $(Z_1 \xi_1)$ , respectivamente, y modificando sus resistencias y reactancias por fase en la relación

$$r_\Omega = \frac{m_2 \left( \frac{Z_1 \xi_1}{Z_2 \xi_2} \right)^2}{m_1} \quad [2.06.03 \text{ m}]$$

presenta las notables propiedades de mantener las mismas características de funcionamiento que el motor primitivo (potencia, pérdidas, deslizamiento, caídas relativas) con la particularidad de igualarse además la f.e.m. primaria y secundaria en el valor  $E'_2 = E_1$  de aquellos así como las corrientes debidas a la carga en ambos elementos  $I'_2$ . En vista de la identidad de la f.e.m. el

esquema representativo del rotor, fig. 2.06.01 b reducido ahora al primario, podemos acoplarlo directamente al esquema representativo de este devanado, tal y como aparece en la fig. 2.06.03 a, obteniéndose así un circuito estático continuo. El diagrama vectorial completo puede verse en la fig. 2.06.03 b.

La potencia transformada en mecánica viene dada siempre por la pérdida en la resistencia  $R'_c$

$$R'_c = R'_2 \left( \frac{1}{s} - 1 \right) \quad [2.06.03 \text{ n}]$$

En el circuito expuesto se ha mostrado también la derivación central representativa de la corriente magnetizante en carga  $I_\mu$  y de la de pérdidas en el hierro  $I_{Fe}$  dependientes del flujo resultante  $\phi_\delta$ , o sea, de la f.e.m.  $E_1$  variable con la carga. El trasladar esta derivación a los bornes de entrada para simplificar el estudio, como se hará sin inconveniente al estudiar los transformadores, constituye una aproximación poco satisfactoria en los motores, ya que, dada la presencia inevitable del entrehierro, la corriente magnetizante no es nada despreciable.

Sin embargo, el análisis del motor por medio del diagrama circular se simplifica así notablemente en vista de lo cual es conveniente acudir a efectuar el traslado en cuestión aunque introduciendo después algunas correcciones.

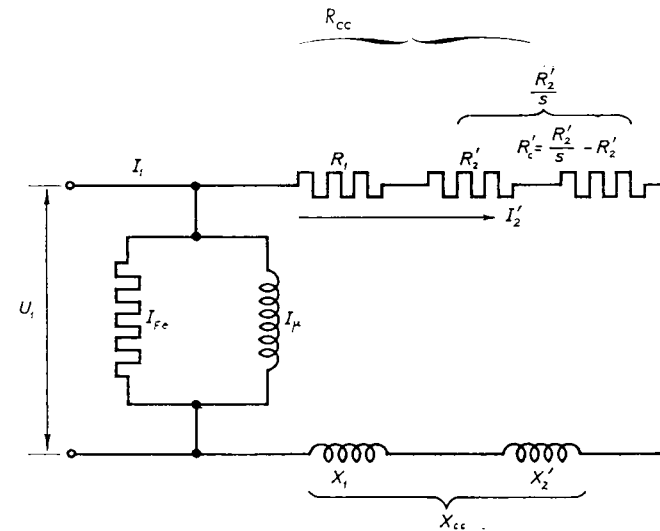


Fig. 2.06.04 a. Circuito equivalente aproximado.

2.06.04 Diagrama circular

Recurramos, pues, de momento, al circuito aproximado de la fig. 2.06.04 a con el fin de hallar la representación geométrica de la corriente primaria cuando varíe la carga. La malla principal queda constituida por:

- la resistencia  $R_1$  y la reactancia  $X_1$  constantes, por fase del estator.
- la reactancia del rotor reducida al primario  $X'_2$  también constante
- la resistencia constante del rotor referida al primario  $R'_2$  y
- la resistencia representativa de la carga,  $R'_c$  referida, asimismo, al primario y variable con el deslizamiento :  $R'_c = \frac{R'_2}{s} - R'_2$

Por todo este circuito principal circula la misma corriente  $I'_2$  del secundario reducida al estator.

Para hallar gráficamente la evolución de la corriente  $I'_2$  al variar la carga  $R'_c$  a través de  $s$ , dibujaremos primero el diagrama de impedancia  $Z$  en función de  $s$ , pasaremos luego por inversión geométrica al de admitancias  $\bar{Y} = \frac{I}{Z}$  y multiplicando estos vectores por el factor numérico  $U_1$  quedarán transformados en los de corriente  $I'_2$

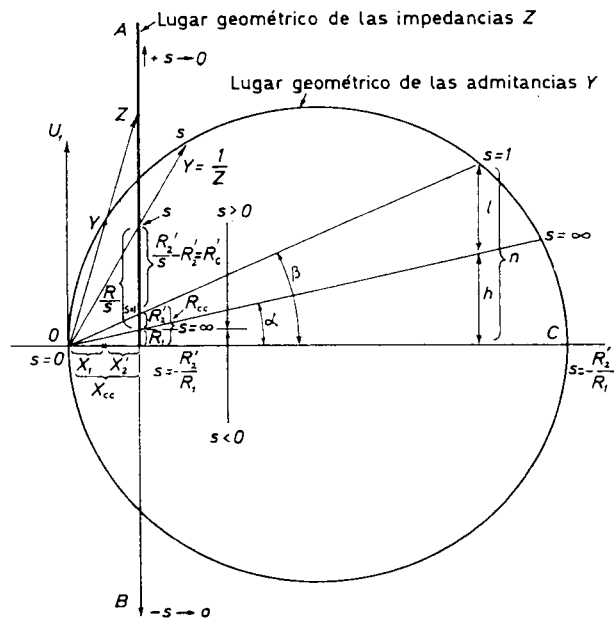


Fig. 2.06.04 b. Diagrama de impedancias y admitancias del circuito principal.

Basta hacer el estudio por fase (primaria).

Tomando como eje de referencia el vector  $U_1$ , las reactancias aparecen retrasadas en cuadratura y las resistencias en fase, fig. 2.06.04 b.  $X_1$  y  $X'_2$  son constantes así como  $R_1$  y  $R'_2$  señaladas visiblemente sobre el diagrama.

$$A \text{ las sumas } X_1 + X'_2 = X_{cc} \quad [2.06.04 \text{ a}]$$

$$y \quad R_1 + R'_2 = R_{cc} \quad [2.06.04 \text{ b}]$$

se las denomina respectivamente reactancia y resistencia de cortocircuito.

A continuación de estas resistencias se lleva la magnitud  $R'_c = \frac{R'_2}{s} - R'_2 = R'_2 \left( \frac{1}{s} - 1 \right)$  representativa de la carga mecánica. Uniendo  $O$  con los puntos de esta recta se obtiene la impedancia del circuito equivalente en las distintas condiciones de carga caracterizadas por el deslizamiento  $s$  tal y como muestra el dibujo. Nada impide considerar para el trazado del diagrama posibles valores de  $s$  superiores a 1 (giro en sentido inverso al del campo: corresponde al frenado a contracorriente) o inferiores a 0,  $s$  negativos (marcha hipersincrónica como generador de inducción). Todos estos estados quedan representados sobre la recta  $AB$  de resistencias y en consecuencia definen otras tantas impedancias, distintas en magnitud y fase, de acuerdo con las condiciones de carga, a través del deslizamiento  $s$ .

El diagrama de impedancias se transforma en el de admitancias tomando las inversas de aquellos vectores.

$$\bar{Y} = \frac{I}{Z}$$

Pero la inversa de la recta  $AB$  respecto al centro  $O$  es una circunferencia que pasa por  $O$  y de diámetro  $OC$  perpendicular a  $AB$ , según aparece en la figura. Son dignos de destacarse los siguientes puntos:

a) *sincronismo*

$$s = 0 \quad \frac{R'_2}{s} = \infty \quad R'_c = \frac{R'_2}{s} - R'_2 = \infty \quad R = R_1 + \frac{R'_2}{s} = \infty$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_{cc}^2} = \infty \quad Y = \frac{I}{Z} = 0$$

b) *arranque o corto circuito*

$$s = 1 \quad \frac{R'_2}{s} = R'_2 \quad R'_c = \frac{R'_2}{s} - R'_2 = 0 \quad R = R_1 + \frac{R'_2}{s} = R_1 + R'_2 = R_{cc}$$



$$Z = \sqrt{R^2 + X_{cc}^2} = \sqrt{R_{cc}^2 + X_{cc}^2} = Z_{cc} \quad Y = \frac{I}{Z} = \frac{I}{Z_{cc}} = Y_{cc}$$

La impedancia  $Z_{cc}$  y la admitancia  $Y_{cc}$  correspondientes a este punto se denominan, en consecuencia, de corto circuito.

c) *punto del infinito*

$$s = \infty \quad \frac{R_2'}{s} = 0 \quad R_c' = \frac{R_c'}{s} - R_2' = -R_2' \quad R = R_1 + \frac{R_2'}{s} = R_1$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_{cc}^2} = \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} \quad Y = \frac{I}{Z} = \frac{I}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}}$$

Sería el punto de arranque de un motor con resistencia rotórica  $R_2$  nula.

d) *punto diametral*. Correspondería al de deslizamiento infinito en un motor sin resistencia primaria ( $s = \infty$ ;  $R_1 = 0$ )

En efecto: para

$$s = \infty \quad \frac{R_2'}{s} = 0 \quad R_c' = \frac{R_2'}{s} - R_2' = -R_2' \text{ y si además } R_1 = 0,$$

$$Z = X_1 + X_2' = X_{cc} \quad e \quad Y = \frac{I}{X_{cc}}$$

En el motor real, el punto C se obtiene para  $s = -\frac{R_2'}{R_1}$ ;  $\frac{R_2'}{s} = -R_1$

$$R = R_1 + \frac{R_2'}{s} = 0 \quad Z = X_1 + X_2' = X_{cc} \quad Y = \frac{I}{X_{cc}}$$

De la circunferencia de admitancias, multiplicando los radios vectores  $Y$  por  $U_1$  se pasa a los de corriente  $I_2'$  según aparece en la fig. 2.06.04 c, diagrama en el cual se establecen correlativamente los puntos de  $s = 0$ ,  $s = 1$ ,  $s = \infty$  y  $s = -\frac{R_2'}{R_1}$  como sigue

a) Sincronismo:

$$s = 0 \quad I_2' = U_1 Y = U_1 \times 0 = 0 \quad [2.06.04 \text{ c}]$$

(Corriente de carga nula).

b) Arranque o corto circuito:

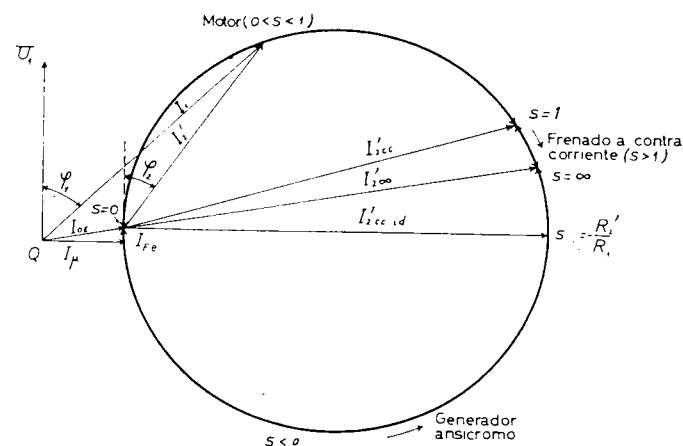


Fig. 2.06.04 c. Diagrama circular de corrientes.

$$s = 1 \quad I_2' = U_1 Y = \frac{U_1}{\sqrt{R_{cc}^2 + X_{cc}^2}} = I_2'_{cc} \quad [2.06.04 \text{ d}]$$

(Corriente de arranque).

c) Punto del infinito

$$s = \infty \quad I_2' = U_1 Y = \frac{U_1}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} = I_2'_{\infty} \quad [2.06.04 \text{ e}]$$

(Corriente de arranque con resistencia rotórica nula).

d) Punto diametral

$$s = -\frac{R_2'}{R_1} \quad I_2' = U_1 Y = \frac{U_1}{X_{cc}} = I_2'_{cc \text{ id}} \quad [2.06.04 \text{ f}]$$

(Corriente ideal de corto circuito con resistencias primaria y secundaria nulas).

De acuerdo con el circuito equivalente aproximado (fig. 2.06.04 a), esta misma circunferencia será el lugar geométrico de los extremos del vector de corriente primaria  $I_1$  si al de la corriente secundaria reducida el primario  $I_2'$  le sumamos gráficamente el de la corriente de vacío bajo la tensión  $U$ . Para corregir en parte el error que se introduce al trasladar el circuito de excitación a los bornes de entrada, conviene sustituir la corriente de vacío citada por la correspondiente a  $E_1$ , la cual la representaremos por  $I_{0E}$  tal y como se

ha hecho en la figura 2.06.04 c. Se muestran las dos componentes de esta última; la corriente magnetizante  $I_\mu$  (calculada para  $E_1$ ) enteramente reactiva y la de pérdidas en el hierro  $I_{Fe}$  con el flujo correspondiente a  $E_1$ , íntegramente activa pero incluyendo en ella la componente de pérdidas mecánicas en vacío  $e$  según se detalla en la fig. 2.06.05 a.

La corriente primaria se obtendrá ahora uniendo el nuevo origen  $Q$  con los puntos de la circunferencia

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_{0E} + \vec{I}'_2 \quad (A) \quad [2.06.04 g]$$

2.06.05 Representación de las características del motor sobre el diagrama circular, fig. 2.06.05 a

Cualquier estado de servicio de la máquina se halla representado por un punto  $A$  sobre la circunferencia. Uniendo este punto con el origen  $Q$  se obtiene la corriente estatórica  $I_1$  (A) en magnitud y fase. La proyección vertical de este vector es la corriente vatiada  $I_w$  (A) de la máquina y responde a la potencia activa absorbida.

$$P_w = m_1 U_1 I_w \quad (W) \quad [2.06.05 a]$$

( $U_1$ : tensión por fase primaria en V)

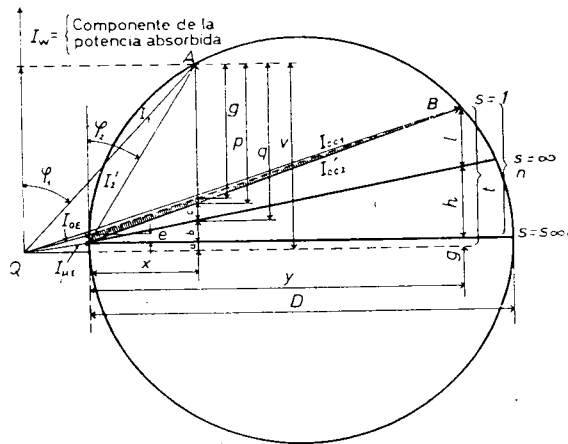


Fig. 2.06.05 a. Representación de las características de la máquina sobre el diagrama circular.

$$\begin{aligned} p_{Fe} &= m_1 U_1 \times a \\ m_1 R_1 I_2'^2 &= m_1 U_1 \times b \\ m_1 R_2' I_2'^2 &= m_1 U_1 \times c \\ p_m &= m_1 U_1 (p - g), \text{ en carga} \\ p_m &= m_1 U_1 \times e, \text{ en vacío} \end{aligned}$$

De un modo general, los segmentos verticales de esta proyección multiplicados por el factor constante ( $m_1 U_1$ ) se traducen en potencias activas como sumandos aritméticos parciales en el proceso de transformación de la energía eléctrica en mecánica (o a la inversa si se trata de un generador de inducción). Estrictamente las pérdidas por efecto JOULE en el devanado del estator aparecen en el diagrama circular exentas del incremento debido a la corriente de excitación.

Así,

$$\begin{aligned} (m_1 U_1) \times a &= p_{Fe} = \text{Pérdidas en el hierro (W)} \quad [2.06.05 b] \\ (m_1 U_1) \times b &= m_1 R_1 I_2'^2 = \text{Pérdidas en el devanado del rotor debidas} \\ &\quad \text{a la componente de carga rotórica (W)} \quad [2.06.05 c] \end{aligned}$$

Las pérdidas reales serían

$$p_{J1} = (m_1 U_1) \times b \left( \frac{I_2'}{I_1} \right)^2 \quad (W) \quad [2.06.05 d]$$

$$(m_1 U_1) \times c = m_1 R_2' I_2'^2 = \text{Pérdidas en el devanado rotórico } p_{J2} \quad (W) \quad [2.06.05 e]$$

$$(m_1 U_1) \times p = P_m = \text{Potencia mecánica interna (W)} \quad [2.06.05 f]$$

La potencia mecánica útil  $P$  vendrá disminuida en la cuantía de las pérdidas por rozamiento y ventilación que en sincronismo requieren una corriente activa representada por  $e$  y en el arranque son nulas. Esto conduce a una corriente de vacío  $I_{0E}$ , a la vez que permite tomar también

$$(m_1 U_1) \times g = P = \text{Potencia útil en el eje del motor (W)} \quad [2.06.05 g]$$

$$(m_1 U_1) \times (p - g) = p_m = \text{pérdidas mecánicas en carga (W)} \quad [2.06.05 h]$$

$$(m_1 U_1) (p + c) = (m_1 U_1) \times q = P_{1-2} = \text{Potencia transmitida al rotor (W)} \quad [2.06.05 i]$$

$$\frac{c}{q} = s = \text{Deslizamiento} \quad [2.06.05 j]$$

$$\frac{g}{p} = \text{Rendimiento mecánico del motor} \quad [2.06.05 k]$$

$$\frac{g}{v} = \text{Rendimiento industrial} \quad [2.06.05 l]$$

Este último valor, con la salvedad que acabamos de hacer respecto a las pérdidas por efecto JOULE en el estator.

El significado de los segmentos verticales (corrientes activas), según acabamos de exponer, se deduce del concepto físico de las distintas magnitudes y de simples consideraciones geométricas sobre el diagrama.

Para  $a$ , que coincide con  $I_{Fe}$  el sentido es claro.

Para  $b$  y  $c$  conviene referirse antes al punto de corto circuito en el cual evidentemente, con el rotor bloqueado la energía mecánica es nula y toda la potencia absorbida ( $m_1 U_1 \times t$ ) se ha de transformar en pérdidas. Descontando las del hierro (1), represen-

(1) Durante el arranque ( $s = 1$ ) las pérdidas en el hierro aparecen también en el rotor sometido a la frecuencia  $f_1$  de la red mientras que en servicio normal estas son despreciables debido a su baja frecuencia ( $s f_1$ ). Pero como por otra parte en las condiciones de corto circuito las caídas de tensión primarias son muy elevadas, la f.e.m. y el flujo se reducen considerablemente y las pérdidas en el hierro del estator descienden. Puede admitirse que ambos fenómenos se compensen quedando invariables las pérdidas en el hierro.

tadas por  $g$  y puesto que las mecánicas, en reposo, son nulas, las que quedan,  $m_1 U_1 \times n$  han de disiparse forzosamente por efecto JOULE en los arrollamientos y se distribuirán entre el primario y el secundario.

Como el circuito principal que ha servido para la deducción del diagrama no incluye en el primario la corriente de vacío (fig. 2.06.04 a), la única componente que se supone en circulación por ambos arrollamientos es la de carga secundaria reducida al primario  $I_2'$ .

Tendremos, pues,

$$(m_1 U_1) \times n = (m_1 U_1) (l + h) = m_1 (R_1 + R_2') I_{cc}'^2 = m_1 R_{cc} I_{cc}'^2 \text{ (W)} \quad [2.06.05 \text{ m}]$$

Volviendo a la fig. 2.06.04 b es obvio que  $\frac{R_1}{R_2'} = \frac{h}{l}$ ,  $R_1 = R_2' \frac{h}{l}$

y

$$(m_1 U_1) (l + h) = m_1 (R_2' \frac{h}{l} + R_2') I_{cc}'^2 = m_1 R_2' I_{cc}'^2 \frac{l + h}{l}$$

de donde resultan las pérdidas rotóricas en el momento del arranque

$$\boxed{(m_1 U_1) \times l = m_1 R_2' I_{cc}'^2} \quad \text{(W)} \quad [2.06.05 \text{ n}]$$

Análogamente, las del estator, en el mismo momento, y con la salvedad hecha respecto a la corriente de vacío,

$$\boxed{(m_1 U_1) \times h = m_1 R_1 I_{cc}'^2} \quad \text{(W)} \quad [2.06.05 \text{ o}]$$

Relacionemos ahora las pérdidas en estos mismos arrollamientos cuando la máquina trabaja con un deslizamiento cualquiera  $s$  (punto A, por ejemplo, fig. 2.06.05 a).

Las pérdidas en ambos devanados pasan a ser

$$m_1 (R_1 + R_2') I_2'^2 = m_1 R_{cc} I_2'^2$$

Pero

$$\frac{m_1 R_{cc} I_2'^2}{m_1 R_{cc} I_{cc}'^2} = \frac{I_2'^2}{I_{cc}'^2} = \frac{D \cdot x}{D \cdot y} = \frac{x}{y} = \frac{c + b}{l + h}$$

o sea,

$$m_1 R_{cc} I_2'^2 = (m_1 R_{cc} I_{cc}'^2) \frac{c + b}{l + h}$$

Ahora bien, según [m]

$$m_1 R_{cc} I_{cc}'^2 = (m_1 U_1) (l + h);$$

luego, la suma de pérdidas por efecto JOULE a cualquier carga,

$$\boxed{m_1 R_{cc} I_2'^2 = m_1 U_1 (c + b)} = m_1 (R_1 + R_2') I_2'^2 \quad [2.06.05 \text{ p}]$$

Nuevamente se tiene, fig. 2.06.04 b,

$$\frac{R_1}{R_2'} = \frac{b}{c}; \quad R_1 = R_2' \frac{b}{c}$$

y sustituyendo en [p]

$$m_1 \left( R_2' \frac{b}{c} + R_2' \right) I_2'^2 = m_1 R_2' I_2'^2 \left( \frac{b}{c} + 1 \right) = m_1 R_2' I_2'^2 \frac{b + c}{c} = m_1 U_1 (c + b).$$

Por tanto, las pérdidas en el devanado del rotor con carga  $I_2'$ ,

$$\boxed{m_1 R_2' I_2'^2 = (m_1 U_1) \times c}$$

y del mismo modo para el estator

$$\boxed{m_1 R_1 I_2'^2 = (m_1 U_1) \times b}$$

como se pretendía demostrar, [e] y [c].

Las restantes ecuaciones [f] a [l] se deducen ya de las propias definiciones y del balance de potencia que recogemos en la figura 2.06.05 b.

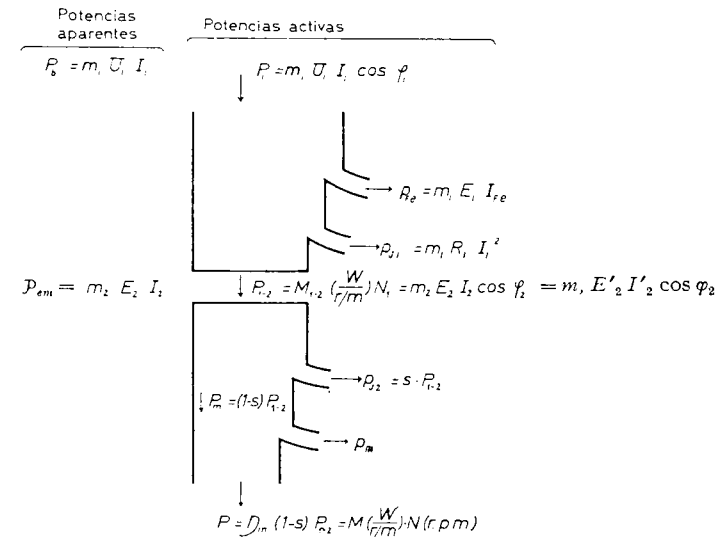


Fig. 2.06.05 b. Balance de potencias en el motor asincrónico.

2.06.06 Pares del motor

Si designamos por

$M$  el par útil del motor en  $Nw \cdot m$  o J-par

$N$  la velocidad de giro del rotor en  $r/m$ .

$\omega_N$  la velocidad angular correspondiente, en  $rad/s$  y

$P$  la potencia mecánica útil a la salida del eje en  $W$

$$\boxed{P} = M \omega_N = M \frac{2 \pi N}{60} = \boxed{\frac{M N}{9,55}} \quad (\text{W}). \quad [2.06.06 \text{ a}]$$

Con  $P$  en kW,  $M$  en Nw·m y  $N$  en r/m,

$$\boxed{P} = \frac{M}{9,55} \left( \frac{N}{1000} \right) \quad (\text{kW}) \quad [2.06.06 \text{ b}]$$

Si manteniendo la potencia  $P$  en kW y la velocidad  $N$  en r/m ponemos  $M$  en m·kg, ( $1 \text{ m} \cdot \text{kg} = 9,81 \text{ Nw} \cdot \text{m}$ )

$$\boxed{P} = \frac{M \cdot 9,81}{9,55} \frac{N}{1000} = \boxed{1,03 M \left( \frac{N}{1000} \right)} \quad (\text{kW}) \quad [2.06.06 \text{ c}]$$

La potencia en kW viene a ser numéricamente igual al par de la máquina en m·kg referida la velocidad a 1000 r/m.

Como aún es frecuente expresar la potencia en CV. ( $1 \text{ CV} = 0,736 \text{ kW}$ )

$$0,736 P = 1,03 M \frac{N}{1000} \quad (\text{CV})$$

$$\boxed{P} = \frac{M N}{716} \quad (\text{CV}) \quad [2.06.06 \text{ d}]$$

( $M$  en m·kg,  $N$  en r/m)

De [a] [b] [c] y [d] se deduce  $M$  una vez conocidos  $P$  y  $N$ .

En el análisis y ensayo de las máquinas asíncronas es conveniente expresar los momentos o pares de rotación en otra unidad muy característica, el «vatio síncrono» (W síncr) o el «kilovatio síncrono» (kW síncr) que no es otra cosa sino la potencia que correspondería al par en cuestión con una velocidad de giro igual a la de sincronismo  $N_1 = \frac{60 f}{p}$  r/m.

Esta unidad un tanto arbitraria, puesto que con pares idénticos conduce a unos valores numéricos de los mismos que dependen de la velocidad de rotación, tiene, sin embargo, la ventaja de poder calcularse o medirse, en numerosas ocasiones, como potencias eléctricas en función de magnitudes de esta naturaleza sin hacer intervenir otros conceptos mecánicos. Las cifras de par en (W síncr) conservan además la propiedad, puesto que la velocidad de referencia es la misma para cualquiera de ellos dentro de la máquina considerada, de mantener entre sí los mismos valores relativos que los momentos correspondientes expresados en unidades mecánicas.

Utilizando, pues, dichos valores relativos es indistinto ya acudir a estas unidades mecánicas o a las de potencia síncrona, mientras que las últimas ofrecen la ventaja, repetimos, de su más cómoda evaluación.

Si el par útil de motor asíncrono es  $M$ , en cualquier unidad mecánica (Nw·m, m·kg, etc.), y la potencia en el eje a la velocidad normal  $N$  r/m es igual a  $P$  kW, el mismo par  $M$  en kW síncr vendrá dado por

$$M = P \frac{N_1}{N} \text{ en kW síncr.}$$

siendo  $N_1 = \frac{60 f}{p}$  la velocidad de sincronismo.

Puesto que

$$\frac{N_1}{N} = \frac{N_1}{(1-s) N_1} = \frac{1}{1-s},$$

$$\boxed{M} = \frac{P}{1-s} \quad (\text{kW síncr}) \quad [2.06.06 \text{ e}]$$

( $P$ , en kW;  $s$ , en %)

Del mismo modo el par mecánico total  $M_m$  que actúa sobre el rotor, en correspondencia con la potencia mecánica  $P_m = (1-s) P_{1-2}$  (fig. 2.06.05 b) expresado en kW síncronos valdrá, [2.06.01 m],

$$\begin{aligned} \boxed{M_m} &= \frac{P_m}{N} N_1 = [(1-s) P_{1-2}] \frac{N_1}{N} = [(1-s) P_{1-2}] \frac{1}{(1-s)} = \\ &= \boxed{P_{1-2}} = \boxed{M_{em}} \quad (\text{kW síncr}) \quad [2.06.06 \text{ f}] \end{aligned}$$

El par mecánico total  $M_m$  que actúa sobre el rotor (absorbido en pequeña parte por los rozamientos), expresado en kW síncronos, coincide con el valor de la potencia efectiva en kW  $P_{1-2}$  transmitida del estator al rotor.

El par  $M_{1-2}$  transmitido, de acuerdo con  $P_{1-2}$ , por medio del campo magnético que gira a la velocidad de sincronismo  $N_1$ , será a su vez

$$\boxed{M_{1-2}} = \frac{P_{1-2}}{N_1} N_1 = \boxed{P_{1-2}} = \boxed{M_m} \quad (\text{kW síncr}) \quad [2.06.06 \text{ g}]$$

( $P_{1-2}$  en kW).

Nótese que el par efectivo transmitido del estator al rotor  $M_{1-2} = \frac{P_{1-2}}{N_1} = M_{em}$  se transforma íntegramente en par efectivo mecánico sobre el rotor  $M_m = \frac{P_m}{N}$ , de tal modo que ambos valores son iguales. La pérdida

de potencia en el devanado se traduce, no en una reducción del par, sino de velocidad.

Tomando como módulo el par  $M_{1-2}$  en cualquier instante, el par útil será, respecto a aquél, [e] y [g],

$$\boxed{\frac{M}{M_{1-2}}} = \frac{P}{P_{1-2}} = \frac{P}{P_{1-2}} \frac{1}{1-s} = \boxed{\frac{P}{P_m}} = \eta_m \quad [2.06.06 \text{ h}]$$

igual al rendimiento mecánico; y el par mecánico desarrollado, [f] y [g],

$$\boxed{\frac{M_{1-2}}{M_m}} = \frac{P_{1-2}}{P_{1-2}} = \boxed{1}$$

con independencia de la unidad en que se expresen los momentos de giro.

Evidentemente si nos limitamos a considerar uno solo de estos pares, en las distintas condiciones de carga, la relación entre dos valores cualesquiera del momento verdadero será idéntica a la de los pares en cuestión expresados en kW sincr. Así, identificando por el subíndice ( $n$ ) los valores correspondientes a la carga nominal tendremos, sobre el diagrama circular (fig. 2.06.05 a)

$$\begin{aligned} \text{Para los pares útiles } \boxed{\frac{M}{M_{(n)}}} &= \frac{\left(\frac{P}{1-s}\right)}{\left(\frac{P_{(n)}}{1-s_{(n)}}\right)} = \frac{P}{P_{(n)}} \frac{1-s_{(n)}}{1-s} = \\ &= \frac{g}{g_{(n)}} \frac{1-\frac{c_{(n)}}{q_{(n)}}}{1-\frac{c}{q}} = \boxed{\frac{g}{g_{(n)}} \frac{q}{q_{(n)}} \frac{p_{(n)}}{p}} \quad [2.06.06 \text{ i}] \end{aligned}$$

$$\text{Para los pares mecánicos } \boxed{\frac{M_m}{M_{m(n)}}} = \frac{P_{1-2}}{P_{1-2(n)}} = \boxed{\frac{q}{q_{(n)}}} \quad [2.06.06 \text{ j}]$$

$$\text{que en las condiciones de arranque se traduce por } \boxed{\frac{M_{cc}}{M_{m(n)}}} = \frac{l}{q_{(n)}} \quad [2.06.06 \text{ k}]$$

De esta manera, en el diagrama circular de la figura 2.06.05 a, a distintas escalas convenientes, y para cualquier punto de funcionamiento A se tiene:

— el segmento  $g \left( \frac{q}{q_{(n)}} \frac{p_{(n)}}{p} \right)$  representa a la escala de potencias el par útil  $M$  en kW sincr

— el segmento  $q$  representa a la escala de potencias el par útil transmitido al rotor  $M_{1-2}$ , en kW sincr. y también el par mecánico total  $M_m$

Para el punto  $B$  de corto circuito correspondiente al instante inicial del arranque (rotor parado,  $s = 1$ ) la potencia y el par útiles  $P$  y  $M$  son nulos así como la potencia transformada en mecánica  $P_m$ .

En cambio, el par mecánico, igual al transmitido al rotor ( $M_m = M_{1-2}$ ), viene dado por el segmento  $l$ . Este segmento a la escala de potencias nos representa pues el par de arranque expresado en kW sincr.

Si suponemos que A fuera el punto de funcionamiento a P.C. tendríamos para la corriente  $I_{cc}^*$  y para el par de arranque  $M_{cc}^*$  en valores relativos de los de servicio normal

$$\boxed{I_{cc}^* = \frac{I_{cc1}}{I_1} = \frac{QB}{QA}} \quad [2.06.06 \text{ l}]$$

$$\boxed{\frac{M_{cc}}{M_{1-2}} = \frac{l}{q}} \quad [2.06.06 \text{ m}]$$

este último va así referido al par  $M_{1-2}$  transmitido al rotor, el cual es igual al par mecánico  $M_m$  en las condiciones nominales de marcha. Referido al par útil  $M$  a P.C., [i]

$$\boxed{M_{cc}^* = \frac{M_{cc}}{M}} = \left( \frac{M_{cc}}{M_{1-2}} \right) \frac{M_{1-2}}{M} = \boxed{\frac{l}{q} \frac{1}{\eta_m}} \quad [2.06.06 \text{ n}]$$

Sobre el diagrama circular resulta, pues, muy simple caracterizar las magnitudes del motor en cualquier condición de servicio y su variación con respecto a las nominales de P.C.

### 2.06.07 Tratamiento de los motores de jaula

La jaula de ardilla con sus anillos de corto circuito constituye una modalidad singular de arrollamiento que conviene asimilar a los bobinados corrientes a fin de unificar los métodos de cálculo.

El número de fases que presenta una jaula cualquiera (en el concepto normal que se le asigna a esta característica, según el cual cada fase ha de estar constituida al menos por una espira), es igual al de ranuras por polo: todo conductor de ida bajo un polo cierra su espira a través de otro de retorno,

en situación aproximadamente homóloga con respecto al polo inmediato. Entonces el número de fases rotóricas, con  $n_2$  ranuras o  $Z_2 = n_2$  barras, es

$$m_2 = \frac{Z_2}{2p}$$

y si bien el número de conductores que entran en cada fase, según la expresión anterior es  $\frac{Z_2}{m_2} = 2p$ , el de conductores en serie o a efectos del cálculo es solamente 2 ya que los restantes quedan en paralelo con éstos a través de los anillos de corto circuito.

Diremos pues, que una jaula ofrece  $m_2 = \frac{Z_2}{2p}$  fases de dos conductores cada una y  $p$  barras en paralelo por conductor

$$\left. \begin{array}{l} m_2 = \frac{Z_2}{2p} \text{ fases} \\ \text{espiras por fase} = 1 \\ \text{conductores por fase} = 2 \\ \text{barras en paralelo por conductor} = p \end{array} \right\} [2.06.07 \text{ a}]$$

Esta interpretación no es única: podemos aceptar también que cada fase conste de 1 conductor o 1/2 espira siendo entonces doble el número de fases, igual, pues al de ranuras por par de polo  $\frac{Z_2}{p}$  y seguirá habiendo  $p$  barras en paralelo por conductor.

$$\left. \begin{array}{l} m_2 = \frac{Z_2}{p} \text{ fases} \\ \text{espiras por fase} = 1/2 \\ \text{conductores por fase} = 1 \\ \text{barras en paralelo por conductor} = p \end{array} \right\} [2.06.07 \text{ b}]$$

Si representamos por  $R_b$  la resistencia de una barra y por  $X_b$  su reactancia (corregidos ambos valores en la medida que les afecte el suplemento debido a los aros de corto circuito, según veremos en seguida), la resistencia y la reactancia que hay que considerar por fase son:

En el primer caso: ( $m_2 = \frac{Z_2}{2p}$  fases de una espira o dos conductores por fase y  $p$  espiras en paralelo)

$$\left. \begin{array}{l} R_2 = \frac{2 R_b}{p} (\Omega/\text{fase}) \\ X_2 = \frac{2 X_b}{p} (\Omega/\text{fase}) \end{array} \right\} [2.06.07 \text{ c}]$$

y en el segundo: ( $m_2 = \frac{Z_2}{p}$  fases de  $n_{pf} = 1/2$  espira o un conductor por fase y  $p$  barras en paralelo por conductor)

$$\left. \begin{array}{l} R_2 = \frac{R_b}{p} (\Omega/\text{fase}) \\ X_2 = \frac{X_b}{p} (\Omega/\text{fase}) \end{array} \right\} [2.06.07 \text{ d}]$$

Correlativamente, designado por  $E_b$  la f.e.m. y por  $I_b$  la corriente, ambas por barra, tendremos:

En el primer caso (espiras completas). F.e.m. por fase del secundario, con el rotor bloqueado

$$E_2 = 2 E_b \text{ (V/fase)} \quad [2.06.07 \text{ e}]$$

Corriente secundaria de carga

$$I_2 = p I_b \text{ (A/fase)} \quad [2.06.07 \text{ f}]$$

y en el segundo (medias espiras)

$$E_2 = E_b \text{ (V/fase)} \quad [2.06.07 \text{ g}]$$

$$I_2 = p I_b \text{ (A/fase)} \quad [2.06.07 \text{ h}]$$

Los dos criterios conducen al mismo resultado, que traduciremos más tarde estableciendo como base exclusiva de cálculo el número de barras y las magnitudes por barra o por ranura que son entidades bien definidas, eliminando de los desarrollos, a fin de evitar confusiones, el concepto de número de fases rotóricas.

El factor de bobinado  $\xi$  de los motores de jaula es siempre prácticamente igual a 1.

#### 2.06.08 Corriente eficaz en los anillos

El circuito de cada barra se cierra simétricamente por los anillos de corto circuito sobre otras barras situadas bajo los polos inmediatos de signo opuesto.

La figura 2.06.08 a trata de esquematizar la distribución de corriente en barras y anillos, habiéndose dibujado el desarrollo de la jaula próximo a su extremo en la extensión de un par de polos. Como esto no influirá en la relación de intensidades, si prescindimos para simplificar del desfase de la corriente rotórica  $I_2$  respecto a la f.e.m. ( $s E_2$ ), el momento considerado marcaría el paso de una zona neutra del campo rotatorio por el centro de la figura y en esta sección  $A$  de los anillos se acumula la máxima corriente al superponerse allí la mitad de todas las intensidades instantáneas en las barras de un polo. La

corriente a lo largo del anillo decrece en escalones señalados por las barras mismas, anulándose en las secciones *CD* y *EF* después de las cuales vuelve a incrementarse escalonadamente hasta alcanzar de nuevo el máximo en *JK* y *GH* y así sucesivamente.

Si el número de barras fuese infinito la línea quebrada se transformaría en una curva continua y si el campo rotatorio fuera además senoidal, la curva en cuestión, que marca la distribución de la corriente a lo largo del desarrollo

Fig. 2.06.08 a. Distribución de la corriente en los aros de cortocircuito de una jaula.

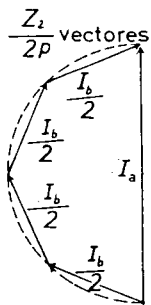
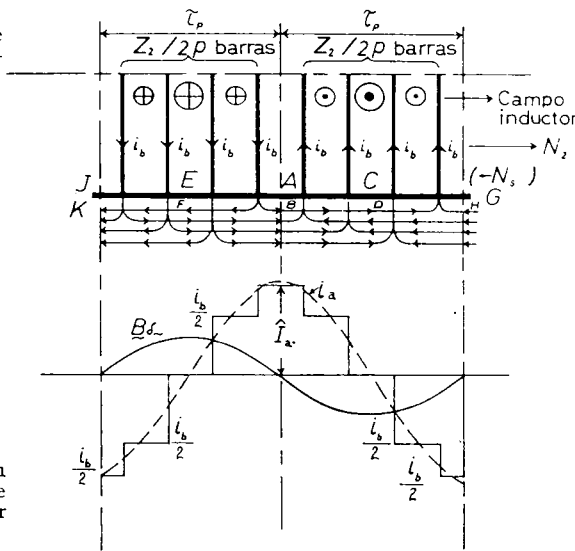


Fig. 2.06.08 b. Corriente en un anillo como suma geométrica de las corrientes de las barras por polo.

de los aros de corto circuito sería también una senoide. Esta curva avanza progresivamente con respecto a los anillos a la velocidad relativa de deslizamiento de tal modo que cualquier sección de estos últimos se halla sometida a una corriente alterna de amplitud constante  $\hat{I}_a$ . Es fácil ver que el valor eficaz de la corriente  $I_a$  por anillo viene dado por la suma geométrica de  $\frac{Z_2}{2p}$  vectores (tantos como barras por polo) igual cada uno a  $I_b/2$ , desfasados regularmente entre sí dentro del ángulo polar el cual vale  $180^\circ$  (fig. 2.06.08 b). Esta suma geométrica  $I_a$  se halla representada, pues, por el diámetro de un polígono regular cuyo semiperímetro tiene por expresión  $\left(\frac{Z_2}{2p}\right) \times \left(\frac{I_b}{2}\right)$ . Sustituyendo el polígono por la circunferencia, lo que equivale a suponer un número infinito de barras por polo, la resultante (el diámetro) será

$$I_a \approx \frac{2}{\pi} \Sigma \frac{I_b}{2} \approx \frac{2}{\pi} \frac{Z_2}{2p} \frac{I_b}{2} = \frac{Z_2}{2p} \frac{I_b}{\pi} \quad (\text{A}) \quad [2.06.08 \text{ a}]$$



2.06.09 **Suplemento longitudinal de las barras equivalente a los anillos de corto circuito**

Al estudiar la reactancia de las máquinas de corriente alterna (capítulo 1.06) ya vimos la manera de reducir a la longitud axial del inducido  $L$  las diversas permeancias específicas de dispersión, entre ellas, conjuntamente, las de los dos aros de corto circuito  $\lambda_{cb(2)}$  [1.06.09 d].

Interesa hacer algo parecido con la resistencia de estos aros y, a tal fin pueden computarse las pérdidas en los mismos traduciendo sus efectos por un aumento aparente  $\Delta l_b$  de la longitud  $l_b$  de las barras y prescindir entonces de los aros.

El suplemento equivalente de longitud  $\Delta l_b$  teniendo en cuenta los dos anillos viene dado por

$$\Delta l_b = \frac{D_a}{p} \frac{\Delta_a}{\Delta_b} \quad (\text{cm}) \quad [2.06.09 \text{ a}]$$

o bien

$$\Delta l_b = \frac{D_a}{p} \frac{I_a}{I_b} \frac{S_b}{S_a} \quad (\text{cm}) \quad [2.06.09 \text{ b}]$$

así como

$$\Delta l_b = \frac{D_a}{p} \frac{S_b}{S_a} \frac{\left(\frac{I_2 I_b}{\tau q \pi}\right)}{I_b} = \frac{D_a}{2p^2} \frac{S_b}{S_a} \frac{Z_2}{\pi} \quad (\text{cm}) \quad [2.06.09 \text{ c}]$$

o sea que la longitud aparente de cada barra, incorporando los anillos, sería

$$L_b = l_b + \Delta l_b = \left( l_b + \frac{D_a}{p} \frac{\Delta_a}{\Delta_b} \right) \quad (\text{cm}) \quad [2.06.09 \text{ d}]$$

$$= \left( l_b + \frac{D_a}{p} \frac{I_a}{I_b} \frac{S_b}{S_a} \right) \quad (\text{cm}) \quad [2.06.09 \text{ e}]$$

$$= \left( l_b + \frac{D_a}{2p^2} \frac{S_b}{S_a} \frac{Z_2}{\pi} \right) \quad (\text{cm}) \quad [2.06.09 \text{ f}]$$

Si las barras y los anillos son de resistividades distintas  $\rho_b$  y  $\rho_a$  hay que multiplicar  $\Delta l_b$  por la relación  $\left(\frac{\rho_a}{\rho_b}\right)$  [2.06.09 g]

En estas fórmulas

$p$  = pares de polos de la máquina

$D_a$  = diámetro medio de los aros en cm

$\Delta_a$  = densidad de corriente en las barras en A/mm<sup>2</sup>

$\Delta_b$  = densidad de corriente en los anillos en A/mm<sup>2</sup>

$l_b$  = longitud geométrica de una barra en cm.

La deducción de las ecuaciones anteriores es como sigue. Con una corriente eficaz de  $I_a$  (A) a través de la sección  $S_a$  (mm<sup>2</sup>) de un anillo, de resistividad  $\rho$  ( $\frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$ ), cuyo desarrollo vale  $\pi D_a$  (cm), la pérdida por efecto JOULE en los dos aros de resistencia óhmica individual  $R_a$  ( $\Omega$ ) asciende a

$$p_a = 2 R_a I_a^2 = 2 R_a I_a I_a = 2 \left( \frac{\rho \pi D_a}{100} \right) I_a \left( \frac{Z_2 I_b}{2p \pi} \right)$$

$$= \frac{\rho D_a}{100} \Delta_a \frac{Z_2}{p} I_b \quad (\text{W})$$

Si suponemos distribuidas estas pérdidas entre todas las barras del rotor, le corresponderán a cada una

$$\frac{p_a}{Z_2} = \frac{\rho D_a}{100 p} \Delta_a I_b \quad (\text{W})$$

De otra parte, la pérdida propia en cada barra, designando por  $l_b$  su longitud en cm y por  $S_b$  la sección en mm<sup>2</sup> es igual a

$$p_b = \frac{\rho l_b}{S_b} I_b^2 = \frac{\rho l_b}{100} \Delta_b I_b$$

luego,

$$\left( \frac{p_a}{Z_2} \right) = \frac{D_a \Delta_a}{p l_b}$$

o lo que es equivalente: bastaría aumentar la longitud  $l_b$  de la barra en la magnitud  $\left( \frac{D_a \Delta_a}{p} \right)$  para incorporar a ésta las pérdidas alícuotas por efecto JOULE en los anillos.

La longitud aparente de barra pasaría a ser entonces

$$L_b = l_b + \frac{D_a \Delta_a}{p} \quad (\text{cm})$$

como se ha expresado en [a]

Esto presupone una misma resistividad  $\rho$  para el material de barras y anillos. Si fueran distintas (barras de cobre soldadas con aros de bronce,

por ejemplo, lo cual se hace algunas veces para aumentar la sección de estos últimos y con ello la capacidad térmica del rotor durante los arranques), el incremento de longitud  $\Delta l_b$  variaría en la misma relación  $\left( \frac{\rho_a}{\rho_b} \right)$  que la resistividad de los anillos a la de las barras.

$$\Delta l_b = \frac{D_a \Delta_a \rho_a}{p \Delta_b \rho_b} \quad (\text{cm}) = \frac{D_a S_b \rho_a Z_2}{2p^2 S_a \rho_b \pi} \quad (\text{cm}) \quad [2.06.09 \text{ h}]$$

Cuando la densidad de corriente elegida es la misma para barras y anillos el aumento de longitud  $\Delta l_b$  que implica la presencia de éstos resulta simplemente igual a  $\left( \frac{D_a}{p} \right)$  si el material de toda la jaula es homogéneo.

La relación de densidades vale

$$\frac{\Delta_a}{\Delta_b} = \frac{\Delta l_b}{\left( \frac{D_a}{p} \right) \left( \frac{\rho_a}{\rho_b} \right)} \quad [2.06.09 \text{ i}]$$

Para igualar estas densidades habrá que disponer en cada anillo una sección igual a  $\left( \frac{Z_2}{2p \pi} \right)$  veces la sección de una barra, [2.06.08 a], o sea, aproximadamente la tercera parte de la sección total de barras por polo.

## 2.06.10 Expresión paramétrica de las caídas óhmicas relativas y del deslizamiento

Las fórmulas paramétricas de las pérdidas relativas por efectos JOULE y de la caída óhmica relativa son válidas tanto para el estator como para el rotor, referidas ambas a la potencia aparente  $P_b$  y a la tensión por fase  $U_1$  en bornes del primario, [2.01.16 a, b y c], suponiendo reducidas previamente a este arrollamiento las constantes del rotor según [2.06.03 j y k] poniendo en las ecuaciones del secundario la densidad de corriente,

$$\Delta_{2/1} = \Delta_2 \frac{I_1}{I_2'}; \quad \frac{\Delta_{2/1}}{\Delta_2} = \frac{I_1}{I_2'} \quad [2.06.10 \text{ a}]$$

Así, en % de  $U_1$  o de la potencia aparente en bornes  $P_b = m_1 U_1 I_1$ ,

$$\dot{i}_{R1} = \frac{R_1 I_1}{U_1} 100 = \dot{p}_{J1} = \frac{m_1 R_1 I_1^2}{P_b} 100 =$$



$$= \frac{4500 \varrho_1 \left(\frac{l_{m1}}{L}\right) \Delta_1}{f \xi_1 \left(\frac{D}{p}\right) \hat{B}_{\delta o}} = \frac{270 \varrho_1 \left(\frac{l_{m1}}{L}\right) \Delta_1}{\xi_1 D \left(\frac{N_1}{1000}\right) \hat{B}_{\delta o}} \quad (\%) \quad [2.06.10 b]$$

$$\boxed{\dot{i}_{R2/1}} = \frac{R'_2 I_1}{U_1} 100 = \boxed{\dot{p}_{J2/1}} = \frac{m_1 R'_2 I_1^2}{P_b} 100 =$$

$$= \frac{4500 \varrho_2 \left(\frac{l_{m2}}{L}\right) \Delta_{2/1}}{f \xi_2 \left(\frac{D}{p}\right) \hat{B}_{\delta o}} = \frac{270 \varrho_2 \left(\frac{l_{m2}}{L}\right) \Delta_{2/1}}{\xi_2 D \left(\frac{N_1}{1000}\right) \hat{B}_{\delta o}} \quad (\%) \quad [2.06.10 c]$$

( $\varrho_1 \varrho_2$  en  $\frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$ ,  $f$  en Hz,  $l_{m1} l_{m2}$  y  $L$  en las mismas unidades,  $D$  en cm,  $\Delta_1 \Delta_{2/1}$  en  $\text{A/mm}^2$ ,  $\hat{B}_{\delta o}$  en T,  $N_1$  en r/m).

Al calcular  $\dot{i}_{R2/1}$  para el instante de la puesta en marcha, con plena frecuencia rotórica hay que tener en cuenta para  $\varrho_2$  el efecto de concentración de corriente (párr. 1.10.24 y siguientes).

Si el rotor es de jaula se tomará para  $l_{m2}$  el valor  $L_b$  correspondiente a las barras, después de haber sustituido la longitud geométrica  $l_b$  de las mismas por la equivalente ( $l_b + \Delta l_b$ ) de barra y anillo (párrafo anterior, [2.06.09 d a f]. Para el valor de  $\varrho$  hay que tener también en cuenta la temperatura: 20° C en el arranque; 75° C a los efectos del rendimiento; y la temperatura de servicio cuando se calculan las pérdidas para deducir el calentamiento.

Lo mismo podrían definirse unos nuevos valores relativos propios del rotor tomando como base la f.e.m.  $E_2$  y la potencia aparente  $P_{em} = m_2 E_2 I_2$  y refiriéndose a estos valores correlativamente la inducción ( $\hat{B}_{\delta E}$  en el entrehierro) y la densidad rotórica  $\Delta_2 = I_2/S_2$ .

$$\boxed{\dot{i}_{R2}} = \frac{R_2 I_2}{E_2} 100 = \frac{R'_2 I'_2}{E'_2} 100 = \boxed{\dot{p}_{J2}} = \frac{m_2 R_2 I_2^2}{m_2 E_2 I_2} 100 = \frac{m_1 R'_2 I_2'^2}{m_1 E_2' I_2'} 100$$

$$= \frac{4500 \varrho_2 \left(\frac{l_{m2}}{L}\right) \Delta_2}{f \xi_2 \left(\frac{D}{p}\right) \hat{B}_{\delta E}} = \frac{270 \varrho_2 \left(\frac{l_{m2}}{L}\right) \Delta_2}{\xi_2 D \left(\frac{N}{1000}\right) \hat{B}_{\delta E}} \quad (\%) \quad [2.06.10 d]$$

Notemos las siguientes relaciones:

Entre las caídas y pérdidas relativas, referidas uniformemente a los valores en bornes del primario,

$$\boxed{\frac{\dot{i}_{R2/1}}{\dot{i}_{R1}} = \frac{\dot{p}_{J2/1}}{\dot{p}_{J1}} = \frac{\varrho_2 \xi_1 l_{m2} \Delta_{2/1}}{\varrho_1 \xi_2 l_{m1} \Delta_1}} \quad [2.06.10 e]$$

Entre las caídas y pérdidas relativas en valores propios del secundario y dichas caídas o pérdidas con relación a las magnitudes en bornes del estator,

$$\boxed{\frac{\dot{i}_{R2}}{\dot{i}_{R2/1}} = \frac{R'_2 I_2'}{E_2'} \frac{U_1}{R'_2 I_1} = \frac{I_2' U_1}{I_1 E_2'}} \quad [2.06.10 f]$$

La relación entre las corrientes  $I_2'$  e  $I_1$  puede expresarse por, [2.06.03 c], [2.06.03 n],

$$\begin{aligned} \frac{I_2'}{I_1} &= \frac{m_1 U_1 I_2'}{m_1 U_1 I_1} = \frac{m_1 \frac{U_1}{E_2'} E_2' I_2'}{m_1 U_1 I_1} = \frac{P_{em} U_1}{P_b E_2'} = \\ &= \frac{P}{\eta_m (1-s) \cos \varphi_2 \cdot P_b} \frac{U_1}{E_1} = \frac{P_b \eta \cos \varphi}{\pi_m (1-s) \cos \varphi_2 \cdot P_b} \frac{U_1}{E_1} \end{aligned}$$

y finalmente

$$\boxed{\frac{I_2'}{I_1} = \frac{\eta \cos \varphi}{\eta_m \cos \varphi_2} \frac{1}{(1-s) \frac{E_1}{U_1}}} \quad [2.06.10 g]$$

Esta última ecuación conduce sin dificultad a la igualdad

$$m_1 U_1 I_1 \eta \cos \varphi = (m_1 E_2' I_2' \cos \varphi_2) (1-s) \eta_m = P \text{ (W)} \quad [2.06.10 h]$$

evidente por sí misma puesto que ambos miembros no son más que expresiones distintas de la potencia útil en el eje.

Cuanto a  $E_1/U_1$ , [1.09.11 a], con suficiente aproximación,

$$\boxed{\frac{E_1}{U_1} \approx 1 - \frac{R_1 I_1}{U_1} \cos \varphi - \frac{X_1 I_1}{U_1} \sin \varphi \approx 1 - \frac{\dot{i}_{R1}}{100} \cos \varphi - \frac{\dot{e}_{x1}}{100} \sin \varphi} \quad [2.06.10 i]$$

Para el cálculo de  $\dot{e}_{x1}$ , ver párrafo siguiente 2.06.11.

Incidentalmente, notemos que la relación [2.06.10 f] pasa a valer, según [g].

$$\boxed{\frac{\dot{i}_{R2}}{\dot{i}_{R2/1}} = \frac{\eta \cos \varphi}{\eta_m \cos \varphi_2} \frac{1}{(1-s) \left(\frac{E_1}{U_1}\right)^2}} \quad [2.06.10 j]$$

Las expresiones [h] y [g] sirven para calcular independientemente  $I_1$  e  $I_2'$  o deducir una corriente de la otra. En cualquier caso, hay que asignar provisionalmente ciertos valores a  $\eta$ ,  $\cos \varphi$ ,  $\eta_m$ ,  $s$  y  $\cos \varphi_2$  (a P.C. puede suponerse, ya,  $\cos \varphi_2 = 1$ ) y comprobarlos más tarde aunque los antecedentes de máquinas similares y el margen relativamente estrecho en que puede moverse cada una de estas características suelen hacer supérflua toda rectificación ulterior.

Sobre el deslizamiento, es fácil ver que, [2.06.01 k] y [2.06.10 f] conducen a

$$s = \frac{u_{R2}}{E_2 \cos \varphi_2} = \frac{R_2 I_2}{E_2 \cos \varphi_2} = \frac{\dot{u}_{R2}}{100 \cdot \cos \varphi_2} = \frac{\dot{u}_{R2/1} I_2' U_1}{100 \cos \varphi_2 I_1 E_2'} \quad [2.06.10 k]$$

A plena carga puede admitirse sin error apreciable  $\cos \varphi_2 = 1$  y en general, [2.06.01 b],

$$\cos \varphi_2 = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + (s X_2')^2}} = \frac{R_2'}{\sqrt{R_2'^2 + (s X_2')^2}} = \frac{\dot{u}_{R2/1}}{\sqrt{\dot{u}_{R2/1}^2 + (s e_{x2/1})^2}} \quad [2.06.10 l]$$

### 2.06.11 Expresiones paramétricas de las caídas de reactancia relativas

Para el primario tampoco ofrece dificultad alguna el planteamiento de la expresión adecuada que se deduce directamente de [2.01.18 e]

$$\dot{e}_{x1} = \frac{X_1 I_1}{U_1} 100 = \frac{5,58}{\xi_1 m_1 n_{pf(1)}} \frac{q_1}{100} \frac{\lambda_{x(1)}}{\hat{B}_{\delta o}} \quad (\% \text{ de } U_1) \quad m_1 n_{pf1} = \frac{n_1}{2p} \quad [2.06.11 a]$$

Cuanto al secundario, interesa, como veremos, definir una caída de reactancia  $\dot{e}_{x2/1}$ , similar a la de resistencia  $\dot{u}_{R2/1}$  calculada con respecto a la tensión primaria  $U_1$  y con la corriente  $I_1'$  de este mismo circuito previa reducción de  $X_2$  al estator en forma de  $X_2'$

$$\dot{e}_{x2/1} = \frac{X_2' I_1'}{U_1} 100 = \frac{5,58}{\xi_2 m_2 n_{pf(2)}} \frac{q_2}{100} \frac{I_1'}{I_2'} \frac{\lambda_{x(2)}}{\hat{B}_{\delta o}} \quad [2.06.11 b]$$

pero, teniendo en cuenta [2.06.03 d],

$$q_2 \left( \frac{I_1'}{I_2'} \right) = \left( \frac{Z_2 I_2}{\pi D} \right) \left( \frac{I_1'}{I_2'} \right) = \frac{Z_2}{\pi D} \frac{Z_1 \xi_1}{Z_2 \xi_2} I_1 = \frac{Z_1 I_1 \xi_1}{\pi D \xi_2} = q_1 \left( \frac{\xi_1}{\xi_2} \right) \quad [2.06.11 c]$$

de donde

$$\dot{e}_{x2/1} = \frac{5,58}{m_2 n_{pf(2)}} \frac{\xi_1}{\xi_2^2} \frac{q_1}{100} \frac{\lambda_{x(2)}}{\hat{B}_{\delta o}} \quad (\% \text{ de } U_1) \quad [2.06.11 d]$$

$$m_2 n_{pf(2)} = \frac{n_2}{2p}$$

También dentro del circuito rotórico cabe introducir una caída relativa, propia, de reactancia, expresada por

$$\dot{e}_{x2} = \frac{X_2 I_2}{E_2} = \frac{X_2' I_2'}{E_2'} = \frac{5,58}{\xi_2 m_2 n_{pf(2)}} \frac{q_2}{100} \frac{\lambda_{x(2)}}{\hat{B}_{\delta E}} \quad [2.06.11 e]$$

Nótese que los productos

$$m_1 n_{pf(1)} = n_{p(1)} = \frac{n_1}{2p} \quad m_2 n_{pf(2)} = n_{p(2)} = \frac{n_2}{2p} \quad [2.06.11 f]$$

son simplemente las ranuras por polo del estator y del rotor. Esto nos indica que, a igualdad de  $n_{p(1)}$  o de  $n_{p(2)}$ , las caídas relativas de reactancia son independientes del número de fases respectivas  $m_1$  o  $m_2$ .

Pongamos de manifiesto las relaciones entre estos diversos valores relativos

$$\frac{\dot{e}_{x2/1}}{\dot{e}_{x1}} = \frac{\lambda_{x(2)} \left( \frac{\xi_1}{\xi_2} \right)^2 \frac{n_1}{n_2}}{\lambda_{x(1)} \left( \frac{\xi_1}{\xi_2} \right)^2 \frac{n_1}{n_2}} \quad [2.06.11 g]$$

$$\frac{\dot{e}_{x2}}{\dot{e}_{x2/1}} = \frac{q_2}{q_1} \frac{\hat{B}_{\delta o}}{\hat{B}_{\delta E}} \frac{I}{\xi_1 \xi_2}$$

Pero, como según [c]

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{\xi_1}{\xi_2} \frac{I_2'}{I_1} \quad \text{y además} \quad \frac{\hat{B}_{\delta o}}{\hat{B}_{\delta E}} = \frac{U_1}{E_2'} \quad [2.06.11 h]$$

resulta, si observamos también [2.06.10 f] y [2.06.10 j],

$$\frac{\dot{e}_{x2}}{\dot{e}_{x2/1}} = \frac{I}{\xi_2^2} \frac{I_2'}{I_1} \frac{U_1}{E_2'} = \frac{I}{\xi_2^2} \left( \frac{\dot{u}_{R2}}{\dot{u}_{R2/1}} \right) = \frac{\eta \cos \varphi}{\eta_m \cos \varphi_2} \frac{I}{\xi_2^2 (1-s) \left( \frac{E_1}{U_1} \right)^2} \quad [2.06.11 i]$$

Para  $\frac{E_1}{U_1}$ , véase la ecuación [2.06.10 i].

Repetamos que  $n_{p(1)}$   $n_{p(2)}$  son siempre los números de ranuras por polo independientemente del número de fases el cual no influye como vemos en los valores relativos de las caídas de reactancia como tampoco en las de resistencia [2.06.10 b, c y d].

**2.06.12 Resistencia reactiva e impedancia de corto circuito. Corriente de arranque**

Acudamos otra vez al circuito equivalente fig. 2.06.03 a. Imaginemos el secundario en corto circuito,  $R_c' = 0$  y el deslizamiento  $s = 1$ . Estas son precisamente las condiciones que responden en el circuito considerado al

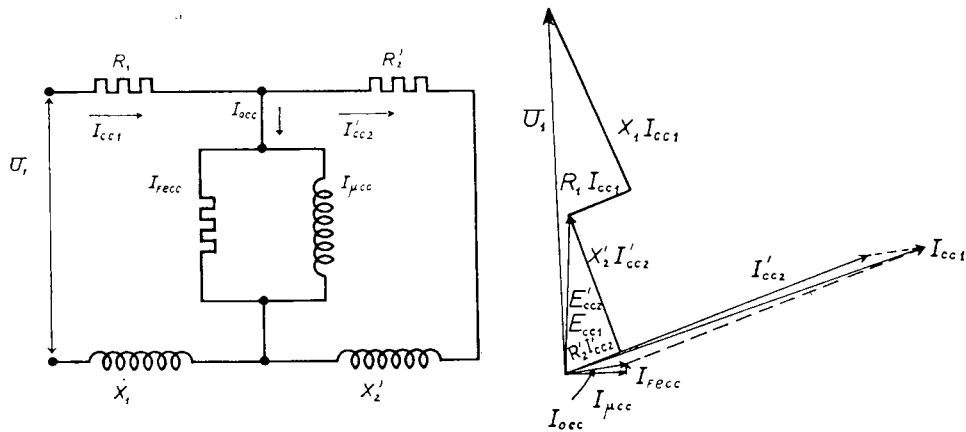


Fig. 2.06.12 a. Circuito equivalente de un motor asincrono en corto circuito. (Arranque).

Fig. 2.06.12 b. Diagrama vectorial del circuito equivalente para  $R_c' = 0$  y  $s = 1$  (arranque del motor en corto circuito).

momento inicial de la puesta en marcha de la máquina (arranque del motor). La fig. 2.06.12 a representa dicho circuito en tales condiciones y la b el diagrama vectorial asociado. Interesa destacar en este diagrama el gran desfase de la corriente secundaria  $I_{cc2}'$  que se aproxima al de la corriente total de excitación  $I_{occ}$  pudiendo admitirse que ambas se suman aritméticamente para dar la corriente primaria  $I_{cc1}$ .

$$I_{cc1} \approx I_{cc2}' + I_{occ} \quad [2.06.12 a]$$

El aumento del desfase citado en el motor proviene de la mayor frecuencia rotórica (en reposo, la misma del estator  $f$ ), haciendo así que la reactancia secundaria predomine sobre la resistencia, limitada esta última a la del propio arrollamiento, ya que la expresión  $R_c$  de la carga se anula. Por el contra-

rio, en marcha normal, la frecuencia de las corrientes rotóricas es mucho menor ( $sf$ ) disminuyendo en la misma proporción la reactancia, mientras que la resistencia óhmica aparente del secundario viene incrementada por la presencia de  $R_c$  representativa de la carga, todo lo cual contribuye a anular prácticamente el desfase  $\varphi_2$ .

En el circuito equivalente, como la reactancia se introduce por su valor fijo  $X_2'$  a la frecuencia de la red, argumentaríamos a base de la disminución del cociente  $\frac{R_2'}{s}$  al pasar el deslizamiento desde una baja cifra decimal, en servicio, hasta el valor 1 en reposo.

Notemos también que la corriente de excitación  $I_{occ}$  ha de ser forzosamente muy inferior a la misma corriente de excitación en vacío,  $I_o$  o en carga normal  $I_{oE}$  debido a que la fuerte caída de tensión primaria en el caso de corto circuito reduce en gran escala la f.e.m.  $E_1$  y con ello el flujo principal.

Considerando en fase las tres corrientes  $I_{cc1}$ ,  $I_{cc2}'$  e  $I_{occ}$  el planteamiento aritmético de las ecuaciones del circuito nos lleva a expresiones muy útiles y razonablemente simples.

Aplicamos la 2.ª ley de KIRCHHOFF a la malla periférica principal. Tendremos:

$$U_1 = \sqrt{(R_1 I_{cc1} + R_2' I_{cc2}')^2 + (X_1 I_{cc1} + X_2' I_{cc2}')^2}$$

Representado por  $I_1$  la corriente nominal primaria, transformemos la expresión anterior a base de multiplicar y dividir cada término por el mismo o los mismos factores como sigue:

$$U_1 = \sqrt{\left(R_1 I_{cc1} \frac{I_1}{I_1} + R_2' I_{cc2}' \frac{I_1}{I_{cc1}}\right)^2 + \left(X_1 I_{cc1} \frac{I_1}{I_1} + X_2' I_{cc2}' \frac{I_1}{I_{cc1}}\right)^2}$$

$$= \frac{I_{cc1}}{I_1} \sqrt{\left(R_1 I_1 + R_2' I_1 \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}}\right)^2 + \left(X_1 I_1 + X_2' I_1 \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}}\right)^2}$$

Seguindo la transformación, multipliquemos ahora ambos miembros por el factor  $\frac{100}{U_1}$

$$100 = \frac{I_{cc1}}{I_1} \sqrt{\left(\frac{R_1 I_1}{U_1} 100 + \frac{R_2' I_1}{U_1} 100 \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}}\right)^2 + \left(\frac{X_1 I_1}{U_1} 100 + \frac{X_2' I_1}{U_1} 100 \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}}\right)^2} \quad [2.06.12 a]$$

En esta ecuación identificamos ya los valores relativos siguientes:

La caída de resistencia estática, [2.06.10 b],  $\dot{u}_{r1} = \frac{R_1 I_1}{U_1} 100$

» » » reactancia » [2.06.11 a]  $\dot{e}_{x1} = \frac{X_1 I_1}{U_1} = 100$

La caída de resistencia rotórica referida al estator [2.06.10 c]  $\dot{u}_{R2/1} = \frac{R_2' I_1}{U_1} 100$

» » » reactancia rotórica referida al estator [2.06.11 b y d]  $\dot{e}_{x2/1} = \frac{X_2' I_1}{U_1} 100$

Si representamos además por  $I_{cc}^*$  la corriente relativa de corto circuito

$$I_{cc}^* = \frac{I_{cc1}}{I_1} \quad [2.06.12 \text{ b}]$$

la ecuación [a] nos dará la expresión de esta corriente

$$I_{cc}^* = \frac{I_{cc1}}{I_1} = \frac{100}{\sqrt{\left(\dot{u}_{R1} + \dot{u}_{R2/1} \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}}\right)^2 + \left(\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1} \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}}\right)^2}} \quad (0/1) \quad [2.06.12 \text{ c}]$$

Ello equivale a poner para la caída de resistencia global de corto circuito del motor, referida a la tensión de entrada,

$$\dot{u}_{Rcc} = \dot{u}_{R1} + \dot{u}_{R2/1} \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}} \quad (\% \text{ de } U_1) \quad [2.06.12 \text{ d}]$$

y para la f.e.m. de reactancia del mismo género

$$\dot{e}_{xcc} = \dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1} \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}} \quad (\% \text{ de } U_1) \quad [2.06.12 \text{ e}]$$

con una caída de impedancia

$$\dot{u}_{xcc} = \sqrt{\dot{u}_{Rcc}^2 + \dot{e}_{xcc}^2} \quad (\% \text{ de } U_1) \quad [2.06.12 \text{ f}]$$

Entonces

$$I_{cc}^* = \frac{I_{cc1}}{I_1} = \frac{100}{\dot{u}_{xcc}} = \frac{100}{\sqrt{\dot{u}_{Rcc}^2 + \dot{e}_{xcc}^2}} = \frac{100}{\sqrt{\left(\dot{u}_{R1} + \dot{u}_{R2/1} \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}}\right)^2 + \left(\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1} \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}}\right)^2}} \quad (0/1) \quad [2.06.12 \text{ g}]$$

Notemos que en el caso de los motores de inducción las magnitudes secundarias normales  $\dot{u}_{R2}$  y  $\dot{e}_{x2}$  requieren ser corregidas antes de poderlas utilizar como valores de corto circuito, lo cual según veremos, no será preciso en el caso de los transformadores [2.09.26 h] y [2.09.26 i]. La distinción viene de la importancia que adquiere en los motores la corriente magnetizante y de pérdida en el hierro, especialmente la primera con sus correspondientes caídas adicionales en el primario.

No obstante, estas correcciones son fáciles de hacer y bastante seguras a priori sin que tampoco se excluya la posibilidad de una rectificación de los cálculos en segunda aproximación.

La primera corrección que consiste en afectar a las caídas normales  $\dot{u}_{R2}$  y  $\dot{e}_{x2}$  de los factores que han de convertirlas en  $\dot{u}_{R2/1}$  y  $\dot{e}_{x2/1}$  la hemos derivado a través de las fórmulas directas [2.06.10 c] y [2.06.11 d] e indirectas [2.06.10 f y j] y [2.06.11 i], respectivamente.

Por lo que se refiere al segundo factor  $\frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}} < 1$  se diferencia muy poco de la unidad.  $I_{cc1}$  excede de  $I_{cc2}'$  solamente en la cuantía de  $I_{occ}$  que ya de por sí (en corto circuito) se reduce apreciablemente con respecto a su valor en vacío mientras que  $I_{cc2}'$  e  $I_{cc1}$  constituyen un múltiplo de 4 a 8 veces la corriente nominal. No se comete grave error al admitir  $\frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}} \approx 1$ , pero sí se desea mayor exactitud puede tomarse un valor intermedio entre 0,98 y 0,93, aproximándose al primero en los motores rápidos y de gran potencia y al segundo en los motores lentos y pequeños. La cifra 0,95 cabe aplicarla con buenos resultados en casi todos los casos.

### 2.06.13 Par de arranque en corto circuito

Deduciremos su expresión de la idea de potencia transmitida al secundario en las condiciones de arranque ( $R_c = 0, s = 1$ ) valiéndonos del circuito equivalente, fig. 2.06.12 a, potencia que nos será fácil, después, traducir en par.

En dichas condiciones, toda la potencia transmitida al rotor es absorbida por la resistencia  $R_2$  bajo la corriente de arranque  $I_{cc2}$ , [2.06.03 e],

$$P_{cc2} = m_2 R_2 I_{cc2}^2 = m_1 R_2' I_{cc2}'^2$$

Relacionemos esta potencia con la electromagnética nominal del rotor [2.06.01 f],

$$P_{em} = m_2 E_2 I_2 \cos \varphi_2 = m_1 E_2' I_2' \cos \varphi_2$$

lo cual nos conduce a [2.06.10 d]

$$\frac{P_{cc2}}{P_{em}} = \frac{R_2 I_{cc2}^2}{E_2 I_2 \cos \varphi_2} = \frac{R_2' I_{cc2}'^2}{E_2' I_2' \cos \varphi_2} = \frac{R_2' I_2' I_{cc2}'^2}{E_2' I_2'^2 \cos \varphi_2} =$$

$$= \frac{\dot{u}_{R2}}{100 \cos \varphi_2} \left( \frac{I'_{cc2}}{I'_2} \right)^2 = \frac{\dot{u}_{R2}}{100 \cos \varphi_2} (I'_{cc2})^2 \quad [2.06.13 \text{ a}]$$

con

$$I'_{cc2} = \frac{I'_{cc2}}{I'_2} \quad [2.06.13 \text{ b}]$$

Así la relación propuesta viene dada en función de la caída de resistencia y de la corriente de arranque relativas del secundario referidas a las magnitudes nominales del rotor  $E_2$  e  $I_2$  o  $E_2'$  e  $I_2'$ . Interesa, no obstante, mantener uniformemente como base de referencia la tensión y la corriente primarias  $U_1$  e  $I_1$  junto con la corriente de arranque  $I_{cc1}$ . Para ello hagamos una sencilla transformación en el último miembro de [a] poniendo

$$\frac{P_{cc2}}{P_{em}} = \left( \frac{\dot{u}_{R2}}{100 \cos \varphi_2} \right) \left( \frac{I'_{cc2}}{I'_2} \frac{I_1}{I_1} \frac{I_{cc1}}{I_{cc1}} \right)^2 = \frac{\dot{u}_{R2}}{100 \cos \varphi_2} \left( \frac{I_{cc1}}{I_1} \frac{I'_{cc2}}{I_{cc1}} \right)^2 \frac{I_1}{I_2'} \frac{I_1}{I_2'}$$

Según [2.06.10 f],

$$\dot{u}_{R2} \frac{I_1}{I_2'} = \dot{u}_{R2/1} \frac{U_1}{E_2'}$$

y como, al mismo tiempo, según [2.06.10 g], es

$$\frac{I_1}{I_2'} \frac{U_1}{E_2'} = \frac{\eta_m \cos \varphi_2}{\eta \cos \varphi} (1 - s)$$

resulta, de acuerdo también con la definición de  $I'_{cc}$ ,

$$\frac{P_{cc2}}{P_{em}} = \left( I'_{cc} \frac{I'_{cc2}}{I_{cc1}} \right)^2 \left( \frac{u_{R2/1}}{100} \right) \left[ \frac{\eta_m}{\eta} \frac{1 - s}{\cos \varphi} \right] \quad [2.06.13 \text{ c}]$$

o bien<sup>(1)</sup>,

$$= \left( I'_{cc} \frac{I'_{cc2}}{I_{cc1}} \right)^2 \left( \frac{u_{R2/1}}{100} \right) \left[ \frac{P_b}{P_{1-2}} \right] \quad [2.06.13 \text{ d}]$$

Si dividimos las potencias indicadas, en W por la velocidad angular sincrónica  $\omega_1 = \frac{2\pi N_1}{60}$  siendo  $N_1$  la velocidad de giro del campo rotatorio en r/m, obtendremos los pares correspondientes en Nw · m. Las mismas relaciones [c] y [d] valen, pues, entre los pares de arranque en corto circuito  $M_{cc}$  y nominal  $M_{em}$  electromagnético transmitido al rotor.

$$\frac{M_{cc}}{M_{em}} = \frac{u_{R2/1}}{100} \left( I'_{cc} \frac{I'_{cc2}}{I_{cc1}} \right)^2 \frac{P_b}{P_{1-2}} = \quad [2.06.13 \text{ e}]$$

$$= \frac{u_{R2/1}}{100} \left( I'_{cc} \frac{I'_{cc2}}{I_{cc1}} \right)^2 \left[ \frac{\eta_m}{\eta} \frac{1 - s}{\cos \varphi} \right] (o/1) \quad [2.06.13 \text{ f}]$$

(1) Ya que  $P_b = m_1 U_1 I_1 \eta \cos \varphi$ ,  $P_{1-2} = \frac{P}{\eta_m (1 - s)} = \frac{m_1 U_1 I_1 \eta \cos \varphi}{\eta_m (1 - s)}$ , resulta

$$\frac{P_b}{P_{1-2}} = \frac{m_1 U_1 I_1 [\eta_m (1 - s)]}{m_1 U_1 I_1 \eta \cos \varphi} = \frac{\eta_m (1 - s)}{\eta \cos \varphi}$$

Nótese que a los efectos relativos se ha considerado como par nominal el par  $M_{em}$  transmitido por el primario al secundario. Entre éste y el par útil existe la relación

$$\frac{M}{M_{em}} = \frac{\left( \frac{P}{N} \right)}{\left( \frac{P_{em}}{N_1} \right)} = \frac{N_1}{N} \frac{P}{P_{em}} = \frac{1}{(1 - s)} \frac{P_{em} (1 - s) \eta_m}{P_{em}} = \eta_m \quad [2.06.13 \text{ g}]$$

Por consiguiente, [f] y [g],

$$\boxed{\frac{M_{cc}}{M}} = \frac{M_{cc}}{M} = \left( \frac{M_{cc}}{M_{em}} \right) \frac{M_{em}}{M} = \boxed{\frac{\dot{u}_{R2/1}}{100} \left( I'_{cc} \frac{I'_{cc2}}{I_{cc1}} \right)^2 \frac{1 - s}{\eta \cos \varphi}} (o/1) \quad [2.06.13 \text{ h}]$$

### 2.06.14 Factor de potencia

En la fig. 2.06.14 a se muestra el diagrama circular del motor reducido a sus elementos esenciales: tensión y corrientes. De él se deduce

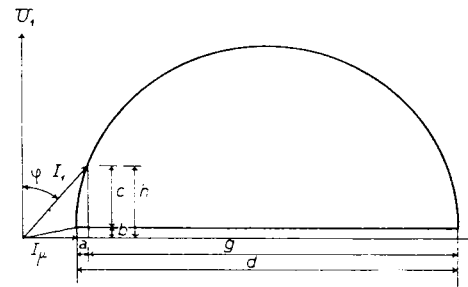


Fig. 2.06.14 a. Cálculo del cos φ.

$$\boxed{\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_{\mu}^*}{\cos \varphi} + \frac{\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1}}{100} \cos \varphi} \quad [2.06.14 \text{ a}]$$

Las caídas de reactancia con la corriente del estator referidas a la tensión primaria son las ya conocidas [2.06.11 a, b y d];  $I_{\mu}^*$  simboliza la corriente magnetizante en carga  $I_{\mu}$  como fracción de  $I_1$  según se detalla en el párrafo 2.06.18

$$\boxed{I_{\mu}^* = \frac{I_{\mu}}{I_1}} \quad [2.06.14 \text{ b}]$$

La ecuación [a] se deriva de lo siguiente, fig. 2.06.14 a,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I_\mu + a}{h}$$

pero

$$c^2 = a \times g$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_\mu + \frac{c^2}{g}}{h}$$

tomando aproximadamente

$$c \approx h \qquad g \approx d,$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_\mu + \frac{h^2}{d}}{h} = \frac{I_\mu}{h} + \frac{h}{d} = \left(\frac{I_\mu}{I_1}\right) + \left(\frac{h}{I_1}\right) \quad [2.056.14 \text{ c}]$$

ahora bien, para las intensidades  $h$  y  $d$  se tiene

$$\frac{h}{I_1} = \cos \varphi$$

$$\frac{d}{I_1} = \frac{\left(\frac{U_1}{X_1 + X_2'}\right)}{I_1} = \frac{U_1}{X_1 I_1 + X_2' I_1} = \frac{I}{\frac{X_1 I_1}{U_1} + \frac{X_2' I_1}{U_1}} \quad [2.06.14 \text{ d}]$$

o según [2.06.11 a y b]

$$\frac{d}{I_1} = \frac{I}{\frac{\dot{e}_{x1}}{100} + \frac{\dot{e}_{x2/1}}{100}}$$

Por su parte, si  $I_\mu^*$  representa la corriente magnetizante como fracción de la nominal

$$\frac{I_\mu}{I_1} = I_\mu^* \quad [2.06.14 \text{ e}]$$

sustituyendo ahora [d] y [e] en [c]

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_\mu^*}{\cos \varphi} + \frac{\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1}}{100} \cos \varphi$$

según se ha consignado en [a]

A su vez

$$\cos \varphi = \frac{I}{\sqrt{I + \operatorname{tg}^2 \varphi}} \quad [2.06.14 \text{ f}]$$

Las ecuaciones [a] y [f] que conducen al valor de  $\cos \varphi$  son simple verifi-

cación final del valor admitido para el factor de potencia del motor, punto de partida al iniciar el cálculo de la máquina. Estas ecuaciones nos revelan si con la corriente magnetizante y las reactancias efectivas del motor se llega o no al valor supuesto del  $\cos \varphi$  que interviene como dato en las mismas fórmulas. Las pequeñas desviaciones entre uno y otro valor no justificarían rehacer el cálculo de la máquina.

### 2.06.15 Factor de potencia máximo

Con suficiente aproximación puede tomarse

$$\boxed{(\cos \varphi)_{\max} = \frac{I}{I + 2 I_\mu^* \frac{\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1}}{100}}} \quad [2.06.15 \text{ a}]$$

siendo  $I_\mu^*$  la corriente de excitación relativa en carga

$$I_\mu^* = \frac{I_\mu}{I_1}$$

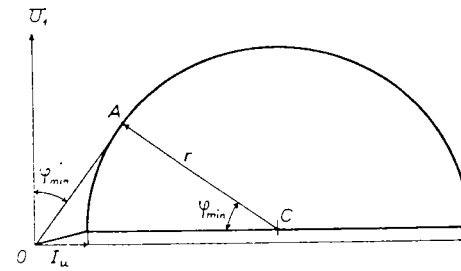


Fig. 2.06.15 a. Factor de potencia máximo  $(\cos \varphi)_{\max}$ .

la determinación de la cual, como hemos advertido, se expone más adelante (párrafo 2.06.18).

Las ecuaciones de  $\dot{e}_{x1}$  y  $\dot{e}_{x2/1}$  pueden verse en [2.06.11 a y d]

La deducción de la fórmula [a] se basa en el diagrama circular, fig. 2.06.15 a. El valor de  $(\cos \varphi)_{\max}$  corresponde al desfase  $\varphi_{\min}$  y este ángulo se obtiene trazando por el origen O una tangente a la circunferencia. Uniendo el punto de contacto A con el centro C se forma en A un ángulo recto y en el centro C otro ángulo igual a  $\varphi_{\min}$ . Para este último es evidentemente, párr. 2.06.04 d y fig. 2.06.04 b,

$$\cos(\varphi_{\min}) = (\cos \varphi)_{\max} \approx \frac{r}{r + I_\mu} = \frac{I}{I + \frac{I_\mu}{r}} = \frac{I}{I + \frac{I_\mu}{\frac{I}{2 \left(\frac{U_1}{X_1 + X_2'}\right)}}} = \frac{I}{I + \frac{2 I_\mu (X_1 + X_2')}{U_1}}$$

En valores relativos de  $I_1$ , y teniendo en cuenta [2.06.11 a y b]

$$(\cos \varphi)_{\max} = \frac{I}{I + 2 \frac{I_\mu}{I_1} \frac{X_1 I_1 + X_2' I_1}{U_1}} = \frac{I}{I + 2 I_\mu^* \frac{\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1}}{100}} \quad (0/1)$$

como nos proponíamos demostrar: [a].

2.06.16 Par máximo o par basculante (par límite)

La teoría de motor de inducción polifásico y el estudio del diagrama vectorial ponen de manifiesto que el par máximo que puede desarrollar la máquina no depende de la resistencia del circuito rotórico, y sí, en cambio, de la reactancia, según la ecuación

$$M_{(1-2)\max} = \frac{m_1 U_1^2}{2 [R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}]} (W \text{ sincr}) \quad [2.06.16 a]$$

y es a su vez el par de arranque máximo que puede obtenerse del motor intercalando resistencias en el secundario.

Referido al par electromagnético normal transmitida del primario al secundario con  $\cos \varphi_2 = 1$ , también en W sincr.,  $M_{em}$ , [2.06.01 f] y [2.06.03 c],

$$\begin{aligned} \frac{M_{(1-2)\max}}{M_{em}} &= \frac{m_1 U_1^2}{2 [R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}] (m_1 E_2' I_2' \cos \varphi_2) \left(\frac{I_1}{I_1}\right)} \\ &= \frac{1/\cos \varphi_2}{2 \left(\frac{E_2' I_2}{U_1 I_1}\right) \left[ \frac{R_1 I_1}{U_1} + \sqrt{\left(\frac{R_1 I_1}{U_1}\right)^2 + \left(\frac{X_1 I_1}{U_1} + \frac{X_2' I_1}{U_1}\right)^2} \right]} \end{aligned}$$

y teniendo presente las expresiones de las caídas relativas [2.06.10 b y c] y [2.06.11 a y b],

$$\frac{M_{(1-2)\max}}{M_{em}} = \frac{P_b}{P_{em}} \frac{100/\cos \varphi_2}{2 [\dot{u}_{R1} + \sqrt{\dot{u}_{R1}^2 + (\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1})^2}}] \quad (0/1) \quad [2.06.16 b]$$

Como vimos que entre el par útil  $M$  y el ficticio electromagnético  $M_{em}$  existía la relación, [2.06.13 g] y [2.06.06 h],

$$\frac{M}{M_{em}} = \eta_m$$

tendremos, después de sustituir  $P_{em} \cos \varphi_2 = P_{em} = P_{1-2} = \frac{P}{(1-s)\eta_m}$  y  $P = P_b \eta \cos \varphi$

$$= \frac{M_{(1-2)\max}}{M} = \frac{1-s}{\eta \cos \varphi} \frac{100}{2 [\dot{u}_{R1} + \sqrt{\dot{u}_{R1}^2 + (\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1})^2}}] \quad (0/1) \quad [2.06.16 c]$$

Suponiendo que el rendimiento mecánico  $\eta_m$  se mantenga constante, podemos deducir el par útil relativo, de acuerdo con [2.06.06 i],

$$\boxed{M_{\max}^* = \frac{M_{\max}}{M} = \frac{\eta_m}{\eta} \frac{1-s}{\cos \varphi} \frac{100}{2 [\dot{u}_{R1} + \sqrt{\dot{u}_{R1}^2 + (\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1})^2}}]} \quad (0/1) \quad [2.06.16 d]$$

La deducción de la ecuación [a] de partida es fácil apoyándose en el diagrama circular. El par  $M_{1-2}$ , en  $Nw \cdot m$ , multiplicado por la velocidad angular de sincronismo  $\omega_1$  en radianes/segundo nos da la potencia transmitida al rotor  $P_{1-2}$  en  $W$ , o a su vez el par

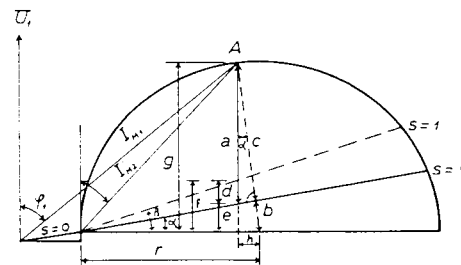


Fig. 2.06.16 a. Par máximo  $M_{(1-2)\max}$ .

mismo evaluado en W-sincrónicos. Podemos razonar pues directamente sobre las potencias sincrónicas.

El valor máximo de  $P_{(1-2)}$  resulta en el punto A, fig. 2.06.16 a, por el cual pasa la tangente a la circunferencia paralelamente a la recta de  $s = \infty$  y viene dado por

$$P_{(1-2)\max} = m_1 U_1 \times a;$$

con el segmento vertical  $a$  en A;

$$P_{(1-2)\max} = m_1 U_1 \frac{c}{\cos \alpha} = m_1 U_1 \frac{r-b}{\cos \alpha} = m_1 U_1 \frac{r-r \sin \alpha}{\cos \alpha} = m_1 U_1 r \left( \frac{1}{\cos \alpha} - \tan \alpha \right) \quad [2.06.16 c]$$

Acudiendo a la fig. 2.06.04 b se observa que

$$\cos \alpha = \frac{X_1 + X_2'}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}}; \quad \tan \alpha = \frac{R_1}{X_1 + X_2'}$$

a la vez que, según [2.06.04 f],

$$r = \frac{U_1}{2(X_1 + X_2')}$$

Su tituyendo en [c],

$$P_{(1-2)\max} = m_1 U_1 \frac{U_1}{2(X_1 + X_2')} \left( \frac{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}}{X_1 + X_2'} - \frac{R_1}{X_1 + X_2'} \right)$$

$$= m_1 U_1^2 \frac{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2} - R_1}{2(X_1 + X_2')^2}$$

Multiplicando numerador y denominador por  $(\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2} + R_1)$  se llega finalmente a

$$P_{(1-2)\max} = \frac{m_1 U_1^2}{2[R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}]} = M_{(1-2)\max} \text{ en W sincr}$$

como indica la fórmula [a].

### 2.06.17 Deslizamiento de máximo par $s_M$

La expresión del deslizamiento  $s_M$  surge de la misma figura 2.06.16 a.

Según [2.06.05 j], con las designaciones de dicha figura

$$s_M = \frac{d}{a} = \frac{f-e}{g-e} = \frac{\frac{f}{e} - 1}{\frac{g}{e} - 1} = \frac{\frac{f}{e} - 1}{\frac{r \cos \alpha}{(r-h) \operatorname{tg} \alpha} - 1} = \frac{\frac{f}{e} - 1}{\frac{r \cos \alpha}{(r - r \operatorname{sen} \alpha) \operatorname{tg} \alpha} - 1}$$

$$= \frac{\frac{f}{e} - 1}{\frac{\cos^2 \alpha}{(1 - \operatorname{sen} \alpha) \operatorname{sen} \alpha} - 1} = \frac{\frac{f}{e} - 1}{\frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha} - 1} = \frac{\frac{f}{e} - 1}{\frac{1 - \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha}}$$

$$= \left( \frac{f}{e} - 1 \right) \frac{\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha}{1 - \operatorname{sen} \alpha} = \left( \frac{f}{e} - 1 \right) \frac{1 - \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \alpha - 1}$$

Pero, de la fig. 2.06.04 b,

$$\frac{f}{e} = \frac{R_1 + R_2'}{R_1} = 1 + \frac{R_2'}{R_1}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}}$$

luego,

$$s_M = \frac{R_2'}{R_1} \frac{1 - \frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}}}{\frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}} - 1}$$

$$= \frac{R_2'}{R_1} \frac{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2} - R_1}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2} \left( \frac{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}}{R_1} - R_1 \right)}$$

$$s_M = \frac{R_2'}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}} \quad [2.06.17 a]$$

o también

$$s_M = \frac{\dot{i}_{R2/1}}{\sqrt{\dot{i}_{R1}^2 + (\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1})^2}} \quad [2.06.17 b]$$

El deslizamiento con el cual se produce el par límite vemos que, contrariamente a este par, depende de la resistencia del circuito secundario.

Las expresiones de  $\dot{i}_{R2/1}$ ,  $\dot{i}_{R1}$ ,  $\dot{e}_{x1}$  y  $\dot{e}_{x2/1}$  en términos paramétricos son, respectivamente las [2.06.10 c y b] y [2.06.11 a y d].

Si se desea poner el motor en marcha con el máximo par de arranque posible hay que proveer la resistencia rotórica inicial de modo que el punto de deslizamiento  $s = 1$  coincida con el A de la fig. 2.06.16 a. En tal caso la resistencia del circuito secundario  $R'_{M2}$  debe corresponder al valor de  $R_2'$  en la ecuación [a] haciendo al mismo tiempo  $s_M = 1$ , o sea, que

$$R'_{M2} = \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2} \quad (\Omega) \quad [2.06.17 c]$$

o, de otra forma, en valores relativos, deberá hacerse que en el momento del arranque la resistencia intercalada en el secundario venga a responder a esta ecuación, [b]

$$\dot{i}_{MR2/1} = \frac{R'_{M2} I_1}{U_1} 100 = \sqrt{\dot{i}_{R1}^2 + (\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1})^2} \quad (\% \text{ de } U_1) \quad [2.06.17 d]$$

En la fig. 2.06.16 a se observa también que A se halla próximo al punto más alto de la circunferencia. Aproximadamente, pues

$$\varphi_2 \approx 45^\circ \quad R'_{M2} \approx X_2' \quad (\Omega) \quad [2.06.17 e]$$

### 2.06.18 Corriente primaria de máximo par $I_{M1}$

Es, como el par límite, independiente de la resistencia rotórica y viene dada en valor relativo de la corriente primaria de P.C.  $I_1$  por



$$\frac{I_{M1}^*}{I_1} = \frac{I_{M1}}{I_1} = \frac{100}{\sqrt{\left[ \dot{i}_{R1} + \frac{I_{M2}'}{I_{M1}} \sqrt{\dot{i}_{R1}^2 + (\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1})^2} \right]^2 + \left[ \dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1} \frac{I_{M2}'}{I_{M1}} \right]^2}} \quad (0/1) \quad [2.06.18 a]$$

La relación entre las corrientes secundaria (referida al primario)  $I_{M2}'$  y primaria  $I_{M1}$  en las condiciones de máximo par no varía mucho, de 0,85 a 0,95, la primera cifra para los motores pequeños y lentos y la última para los grandes y rápidos.

Un promedio que no suele apartarse excesivamente de la realidad viene a ser el de  $\frac{I_{M2}'}{I_{M1}} = 0,9$ .

La ecuación [a] se desprende de aplicar la 2.<sup>a</sup> ley de KIRCHHOFF a la malla periférica de la fig. 2.06.03 a como lo hicimos ya al estudiar la corriente de arranque (párr. 2.06.12) poniendo en lugar de  $s$  su valor  $s_M$ , [2.06.17 a].

$$U_1 = \sqrt{(R_1 I_{M1} + \frac{R_2'}{s_M} I_{M2}')^2 + (X_1 I_{M1} + X_2' I_{M2}')^2} = \frac{I_{M1}}{I_1} \sqrt{\left( R_1 I_1 + \frac{R_2'}{s_M} I_1 \frac{I_{M2}'}{I_{M1}} \right)^2 + \left( X_1 I_1 + X_2' I_1 \frac{I_{M2}'}{I_{M1}} \right)^2} \quad [2.06.18 b]$$

Multiplicando y dividiendo ambos miembros por  $\frac{100}{U_1}$  y teniendo en cuenta que, [2.06.17 a],

$$\frac{R_2'}{s_M} = \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}$$

resulta:

$$100 = \frac{I_{M1}}{I_1} \sqrt{\left( \frac{R_1 I_1}{U_1} 100 + \frac{I_1 \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}}{U_1} 100 \frac{I_{M2}'}{I_{M1}} \right)^2 + \left( \frac{X_1 I_1}{U_1} 100 + \frac{X_2' I_1}{U_1} 100 \frac{I_{M2}'}{I_{M1}} \right)^2}$$

pero,

$$[2.06.10 b] \quad \dot{i}_{R1} = \frac{R_1 I_1}{U_1} 100$$

$$[2.06.11 a] \quad \dot{e}_{x1} = \frac{X_1 I_1}{U_1} 100$$

$$[2.06.10 c] \quad \dot{i}_{R2/1} = \frac{R_2' I_1}{U_1} 100$$

$$[2.06.11 b] \quad \dot{e}_{x2/1} = \frac{X_2' I_1}{U_1} 100$$

y haciendo

$$I_{M1}^* = \frac{I_{M1}}{I_1}$$

$$I_{M1}^* = \frac{I_{M1}}{I_1} = \frac{100}{\sqrt{\left[ \dot{i}_{R1} + \frac{I_{M2}'}{I_{M1}} \sqrt{\dot{i}_{R1}^2 + (\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1})^2} \right]^2 + \left( \dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1} \frac{I_{M2}'}{I_{M1}} \right)^2}}$$

como se pretendía demostrar.

### 2.06.19 Potencia mecánica máxima

Paralelamente al proceso que conduce a la ecuación [a] del párrafo 2.06.16 se deduce para la potencia mecánica máxima del rotor esta fórmula

$$P_{m \max} = \frac{m_1 U_1^2}{2 \left[ (R_1 + R_2') + \sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (X_1 + X_2')^2} \right]} \quad (W) \quad [2.06.19 a]$$

$$= \frac{m_1 U_1 I_1}{2 \frac{I_1}{U_1} \left[ (R_1 + R_2') + \sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (X_1 + X_2')^2} \right]} \quad (W) \quad [2.06.19 b]$$

que se traduce de la misma manera en valores relativos por esta otra

$$\frac{P_{m \max}}{P_b} = \frac{100}{2 \left[ \dot{i}_{R1} + \dot{i}_{R2/1} + \sqrt{(\dot{i}_{R1} + \dot{i}_{R2/1})^2 + (\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1})^2} \right]} \quad (0/1) \quad [2.06.19 c]$$

y admitiendo con suficiente aproximación que el rendimiento mecánico  $\eta_m$  permanezca constante, y siendo  $P_{\max}$  y  $P$  los valores máximo y nominal de la potencia útil del motor,

$$\frac{P_{m \max}}{P_b} = \frac{\left( \frac{P_{\max}}{\eta_m} \right)}{\left( \frac{P}{\eta \cos \varphi} \right)} = \frac{P_{\max}}{P} \frac{\eta}{\eta_m} \cos \varphi$$

Por tanto, a su vez, la potencia máxima útil  $P_{\max}$  referida a la potencia útil nominal  $P$ ,

$$\dot{P}_{\max}^* = \frac{P_{\max}}{P} = \frac{\eta_m}{\eta \cos \varphi_2} \frac{100}{\left[ (\dot{u}_{R1} + \dot{u}_{R2/1}) + \sqrt{(\dot{u}_{R1} + \dot{u}_{R2/1})^2 + (\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1})^2} \right]} \quad (0/1) \quad [2.06.19 d]$$

Las expresiones de  $\dot{u}_{R1}$ ,  $\dot{u}_{R2/1}$ ,  $\dot{e}_{x1}$  y  $\dot{e}_{x2/1}$  son las ya conocidas [2.06.10 b y c] y [2.06.11 a, b y d].

La fórmula de partida [a] surge también del diagrama vectorial en las condiciones de máxima potencia mecánica del rotor (fig. 2.06.19 a). El punto A correspondiente proviene de la perpendicular BA sobre la recta de deslizamiento  $s = 1$  y la potencia buscada tiene por corriente variada el segmento vertical  $d$

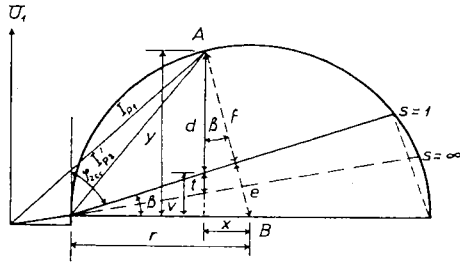


Fig. 2.06.19 a. Potencia mecánica máxima  $P_m \max$ .

$$P_{m \max} = m_1 U_1 \times d = m_1 U_1 \frac{f}{\cos \beta} = m_1 U_1 \frac{r - e}{\cos \beta} = m_1 U_1 \frac{r - r \sin \beta}{\cos \beta} \\ = m_1 U_1 r \left( \frac{1}{\cos \varphi} - \operatorname{tg} \beta \right)$$

Según la fig. 2.06.04 b

$$P_{m \max} = m_1 U_1 \frac{U_1}{2 (X_1 + X_2')} \left( \frac{\sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (X_1 + X_2')^2}}{(X_1 + X_2')} - \frac{(R_1 + R_2')}{(X_1 + X_2')} \right) \\ = \frac{m_1 U_1^2}{2} \frac{\sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (X_1 + X_2')^2} - (R_1 + R_2')}{(X_1 + X_2')^2}$$

multiplicando numerador y denominador de la segunda fracción por la suma de los dos términos del numerador y simplificando,

$$P_{m \max} = \frac{m_1 U_1^2}{2 \left[ (R_1 + R_2') + \sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (X_1 + X_2')^2} \right]} \quad (\text{W})$$

que es la ecuación señalada con [a].

## 2.06.20 Deslizamiento de máxima potencia

Viene dado por

$$s_P = \frac{\dot{u}_{R2/1}}{\dot{u}_{R2/1} + \sqrt{(\dot{u}_{R1} + \dot{u}_{R2/1})^2 + (\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1})^2}} \quad [2.06.20 a]$$

como transformación de

$$s_P = \frac{R_2'}{R_2' + \sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (X_1 + X_2')^2}} \quad [2.06.20 b]$$

al pasar a los valores relativos de las caídas, [2.06.10 b y c] y [2.06.11 a y b],

$$\dot{u}_{R1} = \frac{R_1 I_1}{U_1} 100, \quad \dot{u}_{R2/1} = \frac{R_2' I_1}{U_1} 100 \\ \dot{e}_{x1} = \frac{X_1 I_1}{U_1} 100, \quad \dot{e}_{x2/1} = \frac{X_2' I_1}{U_1} 100$$

La potencia mecánica máxima no coincide exactamente con el par máximo y es siempre sensiblemente menor que este último en valor relativo de las mismas magnitudes útiles en el acoplamiento.

La ecuación [b] proviene también del diagrama fig. 2.06.19 a, siguiendo el proceso a continuación, [2.06.05 j],

$$s_P = \frac{t}{d + t} = \frac{t}{(y - v) + t} = \frac{\frac{t}{v}}{\frac{y}{v} + \frac{t}{v} - 1} = \frac{\frac{t}{v}}{\frac{y}{(r - x) \operatorname{tg} \beta} + \left( \frac{t}{v} - 1 \right)} \\ = \frac{\frac{t}{v}}{\left( \frac{1}{\cos \beta} - \operatorname{tg} \beta \right) \operatorname{tg} \beta + \left( \frac{t}{v} - 1 \right)}$$

A la vista de la fig. 2.06.04 b,

$$\frac{t}{v} = \frac{R_2'}{R_1 + R_2'}; \quad \frac{t}{v} - 1 = \frac{R_2'}{R_1 + R_2'} - 1 = -\frac{R_1}{R_1 + R_2'}$$

$$\cos \beta = \frac{X_1 + X_2'}{\sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (X_1 + X_2')^2}}; \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{R_1 + R_2'}{X_1 + X_2'}$$

y

$$s_P = \frac{\frac{R_2'}{R_1 + R_2'}}{\frac{1}{\left( \frac{\sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (X_1 + X_2')^2}}{X_1 + X_2'} - \frac{R_1 + R_2'}{X_1 + X_2'} \right) \frac{R_1 + R_2'}{X_1 + X_2'}} - \frac{R_1}{R_1 + R_2'}}}$$

$$s_P = \frac{\frac{R_2'}{(X_1 + X_2')^2}}{\sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (X_1 + X_2')^2} - (R_1 + R_2')} - R_1$$

Multiplicando ambos términos del quebrado que aparece en el denominador por la conjugada del divisor,

$$s_P = \frac{R_2'}{\left( \frac{(X_1 + X_2')^2 \left[ \sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (X_1 + X_2')^2} + (R_1 + R_2') \right]}{(X_1 + X_2')^2} - R_1 \right)}$$

$$s_P = \frac{R_2'}{R_2' + \sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (X_1 + X_2')^2}}$$

como se pretendía demostrar.

### 2.06.21 Corriente primaria de máxima potencia útil $I_{P1}$ .

La deducción de la fórmula se basa, como la de las corrientes de corto circuito y de par máximo, en la aplicación de la 2.ª ley de KIRCHHOFF al circuito equivalente de la fig. 2.06.03 a, teniendo en cuenta las condiciones de deslizamiento  $s_P$  existentes en este caso que se traducen en una resistencia sobre el circuito estático secundario  $\frac{R_2'}{s_P}$ .

De acuerdo con ello, podemos partir ya de la ecuación [2.06.18 b] sustituyendo en ella  $\frac{I_{M2}'}{I_{M1}}$  por  $\frac{I_{P2}'}{I_{P1}}$  y  $s_M$  por  $s_P$  donde  $I_{P2}'$  e  $I_{P1}$ , representan las intensidades secundaria y primaria en las condiciones actuales de máxima potencia útil  $P_{\max}$ . Según [2.06.20 b],

$$s_P = \frac{R_2'}{R_2' + \sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (X_1 + X_2')^2}}$$

Escribiremos, pues,

$$U_1 = \frac{I_{P1}}{I_1} \sqrt{\left( R_1 I_1 + \frac{R_2'}{s_P} I_1 \frac{I_{P2}'}{I_{P1}} \right)^2 + \left( X_1 I_1 + X_2' I_1 \frac{I_{P2}'}{I_{P1}} \right)^2}$$

y después de multiplicar ambos miembros por  $\frac{100}{U_1}$ ,

$$100 = \frac{I_{P1}}{I_1} \sqrt{\left[ \frac{R_1 I_1}{U_1} 100 + \frac{R_2' + \sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (X_1 + X_2')^2}}{U_1} 100 I_1 \frac{I_{P2}'}{I_{P1}} \right]^2 + \left[ \frac{X_1 I_1}{U_1} 100 + \frac{X_2' I_1}{U_1} 100 \frac{I_{P2}'}{I_{P1}} \right]^2}$$

Poniendo de manifiesto las caídas relativas de tensión, [2.06.10 b y c] y [2.06.11 a y b], a la vez que hacemos

$$\frac{I_{P1}}{I_1} = I_{P1}^*$$

tendremos

$$I_{P1}^* = \frac{I_{P1}}{I_1} = \frac{100}{\sqrt{\left[ \dot{u}_{R1} + \left( \dot{u}_{R2/1} + \sqrt{(\dot{u}_{R1} + \dot{u}_{R2/1})^2 + (\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1})^2} \right) \frac{I_{P2}'}{I_{P1}} \right]^2 + \left[ \dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1} \frac{I_{P2}'}{I_{P1}} \right]^2}} \quad (0/1)$$

[2.06.21 a]

Cuanto a la relación  $\frac{I_{P2}'}{I_{P1}}$ , puede tomarse, como para  $\frac{I_{M2}'}{I_{M1}}$ , una cifra alrededor de 0,9.

## 2.06.22 Tiempo y par de aceleración

Contando en primer lugar con el arrastre lineal de una masa  $m$  de peso  $G$  la fuerza que se precisa en cada instante para provocar una aceleración  $a$  es

$$F_{ac} = m a$$

En unidades mecánicas corrientes,  $F_{ac}$  suele expresarse en kg-fuerza y  $a$  en  $m/s^2$ ; la masa inerte se deduce del peso, ya que es sabida la relación constante que existe entre el peso  $G$  de cualquier cuerpo y la aceleración  $g$  debida a la gravedad aunque ambas magnitudes varíen de un lugar a otro de la Tierra

$$\frac{G}{g} = m = \text{constante}$$

Tomando como referencia la aceleración gravitatoria en París que vale  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ , todo cuerpo que en dicha localidad pese justamente  $G = 9,81 \text{ kg-peso}$  tendrá una masa

$$m = \frac{9,81}{9,81} = 1 \text{ Unidad mecánica de masa (U. M. M.)}$$

La unidad mecánica de masa (U.M.M.) es, pues, la masa de un cuerpo que en París pese  $9,81 \text{ kg}$ .

De este modo en tales unidades, la masa viene dada por

$$m = \frac{G}{g} \text{ (U. M. M.)}$$

y se tiene

$$F_{ac} = \frac{G}{g} a \text{ (kg-fuerza)} \quad [2.06.22 \text{ a}]$$

( $G$  en kg-peso;  $g$  y  $a$  en  $m/s^2$ ).

Si se adopta como unidad de masa la masa de un cuerpo que en París pese  $1 \text{ kg}$ , en lugar de  $9,81 \text{ kg}$ , y se conserva el  $m/s^2$  para las aceleraciones, la unidad de fuerza aceleradora será  $9,81$  veces menor y se denomina newton (Nw).

Tales unidades pertenecen al sistema MKS (Giorgi) y entonces la masa  $m$  (U. MKS) se identifica numéricamente con el peso  $G$  (kg) en París (industrialmente, en cualquier lugar de la Tierra) y podrá escribirse más sencillamente (aunque sólo en términos numéricos; no, dimensionales)

$$F_{ac} = G a \text{ (Nw)} \quad [2.06.22 \text{ b}]$$

( $G$  en kg sobre París,  $a$  en  $m/s^2$ )

Evidentemente

$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ kg} &= 9,81 \text{ Nw} \approx 10 \text{ Nw} \\ 1 \text{ Nw} &= \frac{9,81}{1} \text{ kg} \approx 0,1 \text{ kg} \end{aligned} \right\} [2.06.22 \text{ c}]$$

Supongamos ahora que el movimiento es circular de radio  $r$  (m), velocidad de giro  $N$  (r/m), o velocidad angular  $\omega = 2\pi \frac{N}{60}$  (rad/s), y que se halle concentrada toda la masa  $m$  de peso  $G$  en la circunferencia de radio  $r$ .

Si se produce en este movimiento una aceleración angular

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{2\pi}{60} \frac{dN}{dt} \text{ (rad/s}^2\text{)}$$

la cual lleva consigo una aceleración lineal

$$a = r \frac{d\Omega}{dt} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

la fuerza creadora de tal aceleración  $a$  valdrá

$$F_{ac} = Ga = Gr \frac{d\Omega}{dt} \text{ (Nw)}$$

y el momento acelerador  $M_{ac}$

$$M_{ac} = F_{ac} r = Gr^2 \frac{d\Omega}{dt} = Gr^2 \frac{2\pi}{60} \frac{dN}{dt}$$

En lugar del radio suele ponerse el diámetro  $D = 2r$  (m)

$$M_{ac} = GD^2 \frac{\pi}{120} \frac{dN}{dt} \text{ (Nw}\cdot\text{m)} \quad [2.06.22 \text{ d}]$$

( $G$  en kg-peso,  $D$  en m,  $N$  en r/m).

Si el par de aceleración  $M_{ac}$  se mantiene constante <sup>(1)</sup> durante todo el tiempo  $T$  (s) de arranque hasta llegar a la velocidad de régimen  $N$  partiendo del estado de reposo,

$$M_{ac} = \frac{GD^2}{38,2} \frac{N}{T} \text{ (Nw}\cdot\text{m)} \quad [2.06.22 \text{ e}]$$

( $G$  en kg,  $D$  en m,  $N$  en r/m,  $T$  en s).

(1) Para el caso de par acelerador variable véase «La Máquina Eléctrica», del autor. Editorial Labor, Barcelona. El tiempo  $T$  puede resultar técnicamente infinito pero en la práctica se adoptaría el valor de  $T$  correspondiente al par de aceleración medio  $\bar{M}_{ac}$ .

Expresando el momento en  $m \cdot kg$ , con las mismas unidades para las restantes magnitudes, bastará dividir el segundo miembro por  $9,81$

$$M_{ac} = \frac{G D^2 N}{375 T} \quad (m \cdot kg) \quad [2.06.22 f]$$

( $G$  en  $kg$ ,  $D$  en  $m$ ,  $N$  en  $r/m$ ,  $T$  en  $s$ )

Estas ecuaciones sirven para calcular el tiempo  $T$  que tardará un motor en alcanzar la velocidad de régimen  $N$ , o el par constante de aceleración que deberá quedar libre para que la duración del arranque no exceda del tiempo  $T$ .

Como en la práctica todo el peso  $G$  no puede hallarse concentrado sobre un mismo diámetro  $D$ , el factor de inercia  $GD^2$  deberá calcularse según la ecuación, fig. 2.06.22 a,

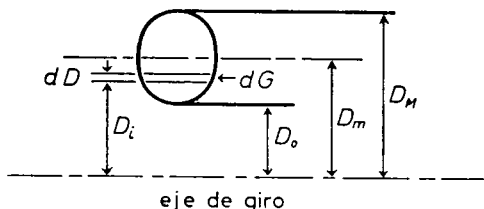


Fig. 2.06.22 a. Constante de inercia  $GD^2$  y diámetro de giro  $D$ .

$$GD^2 = \int_{D_o}^{D_m} D_i^2 dG \quad [2.06.22 g]$$

siendo  $dG$  el peso de cada corona elemental de grueso radial  $dD$ . Entonces el diámetro de giro o diámetro de inercia,

$$D = \sqrt{\frac{\int_{D_o}^{D_m} D_i^2 dG}{G}} \quad [2.06.22 h]$$

Las expresiones que dan el valor de  $D$  para distintas formas de sección se encuentran en cualquier manual de ingeniería; la figura 2.06.22 b recoge algunos casos de uso frecuente.

En términos finitos aplicable al cálculo de cuerpos de revolución de sección compleja,

$$GD^2 = \sum G_i D_i^2 \quad [2.06.22 i]$$

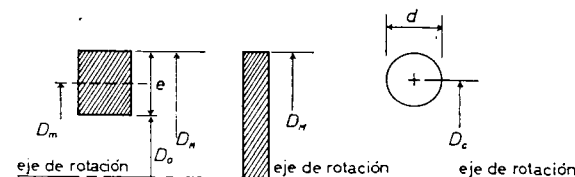


Fig. 2.06.22 b. Diámetro de giro de distintos cuerpos de revolución.

$$D^2 = \frac{I}{2} (D_o^2 + D_m^2) \quad D^2 = \frac{D_m^2}{2} \quad D^2 = D_c^2 + \frac{d^2}{4} \\ = D_m^2 + e^2$$

Cuando las coronas son de espesor radial pequeño con respecto a su diámetro medio puede tomarse sin grave error para  $D$  el diámetro del centro de gravedad de la sección.

Entre el momento mecánico de inercia  $J = m R^2 = \frac{G}{g} \frac{D^2}{4}$  ( $kg \cdot m \cdot s^2$ ) y el coeficiente de inercia  $G D^2$  ( $kg \cdot m^2$ ) existe naturalmente la relación

$$G D^2 = 4 g J \quad (kg \cdot m^2) \quad [2.06.22 j]$$

( $G$  y  $g$  evaluados sobre la misma latitud; normalmente, París;  $g = 9,81$   $m/s^2$ .  $G$  en  $kg$  - peso,  $D$  en  $m$ )

Si la máquina acciona un sistema rotatorio con varias relaciones de transmisión de tal modo que los coeficientes de inercia sean respectivamente, fig. 2.06.22 c,  $G_m D_m^2$  para las masas que giran a la velocidad  $N$  del motor;  $G_1 D_1^2$ ,  $G_2 D_2^2$  y en general  $G_i D_i^2$  para las masas giratorias a las velocidades respectivas  $N_1$ ,  $N_2 \dots N_i$ , los valores individuales de los distintos  $(G_i D_i^2)$  se reducirán a la velocidad  $N$  de rotación del motor multiplicándolos por el cua-

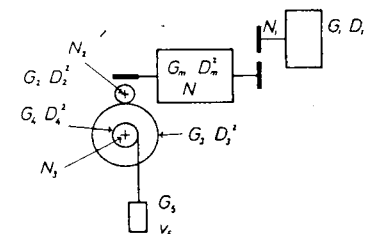


Fig. 2.06.22 c. Reducción de la inercia al eje motor.

$$(GD^2)_{eq} = G_m D_m^2 + G_1 D_1^2 \left(\frac{N_1}{N}\right)^2 + G_2 D_2^2 \left(\frac{N_2}{N}\right)^2 + (G_3 D_3^2 + G_4 D_4^2) \left(\frac{N_3}{N}\right)^2 + 365 \frac{G_{50} v_5^2}{N^2}$$

drado de la relación de velocidades  $\left(\frac{N_i}{N}\right)^2$  (1)

$$(GD^2)_{eq} = (G_i D_i^2) \left(\frac{N_i}{N}\right)^2 \quad (\text{kg} \cdot \text{m}^2) \quad [2.06.22 \text{ k}]$$

( $G_i$  en kg,  $D_i$  en m,  $N_i$  y  $N$  en r/m).

Para las traslaciones rectilíneas de las masas o pesos  $G_i$  (kg-peso) aceleradas por el motor dado, desde cero hasta la velocidad lineal  $v_i$  (m/s) tangencialmente a un cilindro de arrastre que gira a la velocidad de rotación  $N_i$ , se tendrá un  $G D_{eq}^2$  (kg · m<sup>2</sup>) equivalente en el eje del motor, que viene representado por (2)

$$(GD^2)_{eq} = 365 \frac{G_i v_i^2}{N_i^2} \quad (\text{kg} \cdot \text{m}^2) \quad [2.06.22 \text{ l}]$$

( $G_i$  en kg-peso,  $v_i$  en m/s,  $N_i$  en r/m)

(1) El par medio (Nw·m) que se precisa aplicar al sistema  $i$ , de coeficiente de inercia  $G_i D_i^2$  (kg · m<sup>2</sup>) para acelerarlo hasta la velocidad  $N_i$  r/m vale, [e],

$$M_i = \frac{G_i D_i^2}{38,2} \frac{N_i}{T} \quad (\text{Nw} \cdot \text{m})$$

El desarrollo de este momento requiere la presencia de un esfuerzo en el motor que se traducirá para este último en un par  $M'_i$  según la relación de transmisión o de los radios, es decir, inversamente proporcional a las velocidades de giro

$$M'_i = M_i \frac{N_i}{N} = \frac{G_i D_i^2}{38,2} \frac{N_i^2}{T} \quad (\text{Nw} \cdot \text{m})$$

Si emplazamos sobre el eje motor un coeficiente de inercia equivalente  $(GD^2)_{eq}$ , deberá cumplirse para los pares

$$\frac{(GD^2)_{eq} N}{38,2} \frac{1}{T} = \frac{(G_i D_i^2) N_i^2}{38,2 T} \frac{1}{N} \quad (\text{Nw} \cdot \text{m})$$

de donde

$$(GD^2)_{eq} = (G_i D_i^2) \left(\frac{N_i}{N}\right)^2$$

(2) Se comprueba también esta fórmula con sólo observar que la velocidad lineal  $v_i$  (m/s) con el diámetro de arrastre  $D_i$  (m) correspondería a un movimiento circular de  $N_i$  (r/m)

$$v_i = \frac{\pi D_i N_i}{60} \quad (\text{m/s}) \quad ; \quad D_i = \frac{60 v_i}{\pi N_i} \quad (\text{m})$$

Refiriendo ahora ( $G_i D_i^2$ ) al eje motor según [k], se obtiene la relación

$$\begin{aligned} (GD^2)_{eq} &= (G_i D_i^2) \left(\frac{N_i}{N}\right)^2 \\ &= \left(G_i \frac{3600 v_i^2}{\pi^2 N_i^2}\right) \frac{N_i^2}{N^2} = 365 G_i \frac{v_i^2}{N^2} \quad (\text{kg} \cdot \text{m}^2). \end{aligned}$$

En resumen: con una masa rotatoria de peso  $G_m$  (kg) y diámetro de inercia  $D_m$  (m) sobre el eje del motor cuya velocidad de régimen es  $N$  r/m; otras varias masas acopladas, también rotatorias, de pesos respectivos  $G_1, G_2, \dots, G_i$  (kg) y diámetros de inercia correspondientes  $D_1, D_2, \dots, D_i$  (m) cuyas velocidades de régimen en consonancia con  $N$  son correlativamente  $N_1, N_2, \dots, N_i$  (r/m); y finalmente ciertas masas de pesos  $G_1, G_2, \dots, G_i$  (kg) en movimiento rectilíneo de velocidades finales al llegar el motor a las  $N$  r/m,  $v_1, v_2, \dots, v_i$  (m/s); se tendrá, referido el eje del motor, un coeficiente de inercia combinado equivalente a todas las masas inertes que viene dado por

$$(GD^2)_{eq} = G_m D_m^2 + \Sigma G_i D_i^2 \left(\frac{N_i}{N}\right)^2 + \Sigma 365 G_i \frac{v_i^2}{N^2} \quad (\text{kg} \cdot \text{m}^2) \quad [2.06.22 \text{ m}]$$

(los pesos  $G$  en kg, los diámetros  $D$  en m, las velocidades de giro  $N$  en r/m, las velocidades lineales en m/s).

Este será en definitiva el valor del  $GD^2$  que interviene en las ecuaciones [e] o [f] para determinar el tiempo de arranque  $T$  o el momento de aceleración  $M_{ac}$  necesarios.

En ocasiones (volantes poleas, grandes engranajes) son precisamente los órganos de transmisión los que presentan mayor inercia durante el proceso de aceleración.

El tiempo de arranque normal para un motor es, según las Normas DIN,

$$T = 4 + 2 \sqrt{P} \quad (\text{s}) \quad [2.06.22 \text{ n}]$$

con  $P$  en kW.

### 2.06.23 Ejemplo

Sea un torno de elevación para una carga de 3.000 kg compensada por un contrapeso de 1/3 de la carga, o sea para  $Q = 2.000$  kg de subida, a la velocidad  $v_1$  de 0,5 m/s. Contando con un rendimiento global  $\eta$  de los engranajes del 60 % se requiere un motor de

$$P = \frac{Q v_1}{75 \eta} = \frac{2000 \cdot 0,5}{75 \cdot 0,6} = 22,2 \text{ CV}$$

El tambor (hierro fundido) de elevación, de 700 mm de  $\phi$  por 700 mm de longitud y 30 mm de grueso medio pesa

$$G_1 = 7,8 \cdot \pi \cdot 7 \cdot 0,3 \cdot 7 = 360 \text{ kg}$$

y tiene un  $GD^2$  aproximadamente de

$$G_1 D_1^2 = 360 \cdot 0,7^2 = 177 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Siendo la velocidad periférica de  $v = 0,5$  m/s con un diámetro de 0,7 m, el tambor gira a

$$N_1 = \frac{60 v_1}{\pi D_1} = \frac{60 \cdot 0,5}{\pi \cdot 0,7} = 13,6 \text{ r/m}$$

La rueda dentada sobre el eje del torno, a la misma velocidad  $N_2 = N_1$ , de 13,6 r/m, es de 1500 mm de diámetro,  $D_2$ , por 100 mm de longitud; la llanta en conjunto pesa unos 260 kg y el  $GD^2$  viene a ser de

$$G_2 D_2^2 = 260 \cdot 1,5^2 = 585 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Entre rueda y torno dan, pues un  $GD^2$

$$177 + 585 = 762 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

‘y aumentando un 20 % para tener en cuenta el resto de la transmisión (acoplamientos, rueda y tornillos sin fin, ejes, etc.), podemos tomar

$$E G_1 D_1^2 = 1,2 \times 762 \approx 900 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \text{ a la velocidad común } N_1, \text{ de } 13,6 \text{ r/m.}$$

Referido al eje del motor, [2.06.22 k], que gira a 950 r/m, implican

$$(GD^2)_{eq} = G_1 D_1^2 \left( \frac{N_1}{N} \right)^2 = 900 \left( \frac{13,6}{950} \right)^2 = 0,185 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Las cargas de 3000 kg ascendente más 1000 kg descendente, o sea en total  $G_1 = 4000 \text{ kg}$  al pasar de 0 a  $v_1 = 0,5 \text{ m/s}$  equivalen a un coeficiente de inercia sobre el eje motor (1), [2.06.22 l],

$$(GD^2)_{eq} = 365 \frac{G_1 v_1^2}{N^2} = 365 \frac{4000 \cdot 0,5^2}{950^2} = 0,405 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Entre los órganos giratorios acoplados al motor y la carga en movimiento rectilíneo, crean sobre el eje de aquél, es decir, referida a la velocidad del mismo, una inercia de

$$(GD^2)_{eq} = 0,185 + 0,405 = 0,59 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

(1) Por razonamiento distinto se llega también a idénticas consecuencias.

El pasar la carga de 4000 kg desde la velocidad 0 a la de 0,5 m/s requiere un cierto tiempo  $T$  durante el cual la aceleración uniforme valdrá  $(0,5/T) \text{ m/s}$  y el esfuerzo constante necesario para producirla, [2.06.22a],

$$\left( \frac{4000}{9,81} \right) \frac{0,5}{T} = \frac{204}{T} \text{ kg.}$$

Este esfuerzo y aquella velocidad final (a la que corresponden 0,25 m/s de promedio) implican una potencia media de  $\frac{204}{T} \cdot 0,25 = \frac{51}{T} \text{ kgm/s}$  que debe desarrollarla el motor yendo de 0 a 950 r/m o sea con  $475 \text{ r/m}$  o  $\frac{2\pi \cdot 475}{60} = 49,7 \text{ rad/s}$  como promedio de velocidad de giro. El par correspondiente en el motor será tal que

$$M_{at} \times 49,7 = \frac{51}{T} \quad \text{o} \quad M_{ac} = \frac{1025}{T} \text{ m} \cdot \text{kg}$$

Ahora bien, del valor  $0,405 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  que resultan para el coeficiente de inercia equivalente se deduce asimismo el par acelerador impuesto al motor según [2.06.22 f]:

$$M_{ac} = \frac{GD^2 N}{375 T} = \frac{0,405 \cdot 950}{375 T} = \frac{1025}{T} \text{ m} \cdot \text{kg}$$

Cuanto al rotor del motor propiamente dicho (22 CV, 950 r/m), los datos constructivos indican que posee un  $G D^2 = 2,1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

Motor y accionamientos arrojan en total  $G D^2 = 2,1 + 0,59 = 2,69 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

El momento de aceleración que se precisa viene determinado por, [2.06.22 f],

$$M_{ac} = \frac{GD^2 N}{375 T} = \frac{2,69 \cdot 950}{375 T} = \frac{6,81}{T} \text{ (m} \cdot \text{kg)}$$

Por su parte el par nominal del motor de 22 CV, 950 r/m, es de, [2.06.06 d],

$$M = \frac{716 P}{N} = \frac{716 \cdot 22}{950} = 16,6 \text{ m} \cdot \text{kg}$$

Un motor trifásico normal, rotor de doble jaula, de estas características debe tener según las Normas DIN un par de arranque, en conexión directa a la red de  $M_{cc} = 1,2$  veces el par normal, como mínimo; suponiendo que el valor real fuese de 1,6 veces y 1,4 de promedio durante el intervalo de puesta en marcha, quedarían (1)

$$0,4 \cdot 16,6 = 6,64 \text{ m} \cdot \text{kg}$$

para acelerar la carga ya que las resistencias pasivas se han tenido en cuenta al calcular el par normal.

El tiempo de arranque sería, pues, admitida la sustitución del par variable por su valor medio (2)

$$T = \frac{6,81}{6,64} \approx 1,03 \text{ s}$$

El tiempo de arranque normal en un motor de este tipo puede llegar a unos 12 segundos, según [2.06.22 n]

$$T = 4 + 2 \sqrt{22/1,36} \approx 12 \text{ s}$$

Sus características serían suficientes en teoría para el objeto previsto. En la práctica, teniendo en cuenta las posibles oscilaciones del voltaje y que el par varía como el cuadrado de la tensión, habría que prever unas características de puesta en marcha más elevadas. Se suele exigir

$$M_{cc} \geq 2 M \text{ nominal.}$$

## 2.06.24 Pérdidas durante el proceso de arranque

Interesa tener en cuenta la energía perdida durante el proceso de puesta en marcha, tanto en el circuito primario como en el secundario de un motor

(1) Compruébese que el par motor requerido por la carga es efectivamente el normal (16,6 mkg) del motor. En efecto: el momento propio de la carga vale  $200 \text{ kg} \times \frac{0,7}{2} \text{ m} = 700 \text{ m} \cdot \text{kg}$ . Con el rendimiento de 0,6 supuesto se llega a  $\frac{700}{0,6} = 1165 \text{ m} \cdot \text{kg}$  y, dada la reducción de velocidad,  $\frac{13,6}{950} \text{ r.p.m.}$ , le

corresponderán en el motor  $1165 \frac{13,6}{950} = 16,6 \text{ m} \cdot \text{kg}$ .

(2) Véase, no obstante, la obra del autor citada en el párrafo 2.06.22

asíncrono, y, con ello, si conviene, deducir también el calentamiento que alcanzará la máquina al final de dicho período.

Las pérdidas que se producen dependen principalmente del momento de inercia incorporado al sistema rotatorio (o de las masas inertes si el giro se transforma en movimientos lineales) cuya aceleración se produce a lo largo del proceso en cuestión.

Por lo general la magnitud del par medio de arranque determina, sobre todo, el tiempo que tardará la máquina en alcanzar la velocidad de régimen pero afecta en un orden secundario a la energía consumida durante la puesta en marcha. Es prácticamente inútil, pues, acortar el período de arranque acudiendo a aumentar el par motor si se pretende disminuir el calentamiento de los bobinados o las pérdidas de energía.

Estos principios son tanto más exactos cuanto mayor es la inercia de las masas a acelerar o cuanto menores son las resistencias activas y pasivas de arranque; válidos, por consiguiente, sobre todo para los motores lentos de gran potencia y en general siempre que el par acelerador predomine sobre los restantes momentos impuestos por las resistencias mecánicas.

Prescindamos, de salida, por completo, de tales resistencias activas o pasivas y tengamos en cuenta solamente el par necesario de aceleración  $M_{ac}$ .

Hemos visto que, [2.06.22 d],

$$M_{ac} = \frac{\pi}{120} GD^2 \frac{dN}{dt} (Nw \cdot m)$$

( $G$  en kg,  $D$  en m,  $N$  en r/m)

En consonancia con este par, su valor numérico en  $W$  síncronos será para cada instante, dada la velocidad  $N_1$  del campo giratorio,

$$\begin{aligned} M_{ac} \left( \frac{2\pi N_1}{60} \right) &= \frac{\pi}{120} GD^2 \frac{2\pi N_1}{60} \frac{dN}{dt} \\ &= \left( \frac{\pi}{60} \right)^2 GD^2 N_1 \frac{dN}{dt} (W \text{ síncr.}) \end{aligned}$$

y no tomando en consideración las pérdidas mecánicas y supuesta asimismo la potencia útil igual a cero, este valor coincidirá con la potencia  $P_{1-2}$  transmitida al rotor

$$P_{1-2} = \left( \frac{\pi}{60} \right)^2 GD^2 N_1 \frac{dN}{dt}$$

Pero sabemos que las pérdidas por efecto JOULE en el circuito rotórico vienen dadas por [2.06.01 l],

$$p_{J2} = s P_{1-2} \quad (W)$$

y como, designando por  $N_1$  la velocidad sincrónica, [2.06.01 o],

$$N = (1 - s) N_1 \quad \circ \quad \frac{dN}{dt} = -N_1 \frac{ds}{dt}$$

tendremos

$$p_{J2} = \left( \frac{\pi}{60} \right)^2 GD^2 N_1^2 s \left( -\frac{ds}{dt} \right) \quad (J)$$

La energía perdida durante todo el proceso de aceleración que va desde  $s = 1$  hasta  $s = s_{(n)}$  será

$$\begin{aligned} J_2 &= \int_{s=1}^{s=s_{(n)}} p_{J2} dt = \left( \frac{\pi}{60} \right)^2 N_1^2 GD^2 \int_1^{s_{(n)}} -s ds = \left( \frac{\pi N_1}{60} \right)^2 GD^2 \left[ -\frac{s^2}{2} \right]_1^{s_{(n)}} \quad [2.06.24 a] \\ &= \left( \frac{\pi N_1}{60} \right)^2 \frac{GD^2}{2} [1 - s_{(n)}^2] \quad (J) \end{aligned}$$

Al llegar a la velocidad de régimen, es  $s_{(n)} \approx 0$  de donde

$$J_2 \approx \left( \frac{\pi N_1}{60} \right)^2 \frac{GD^2}{2} \quad (J) \quad [2.06.24 b]$$

( $G$  en kg,  $D$  en m,  $N_1$  en r/m)

Vemos, pues, que la energía perdida en el circuito secundario por efecto de la aceleración de las masas es absolutamente independiente de los valores y de la evolución del par consiguiente y sólo se halla ligada al  $GD^2$  del sistema móvil y a la velocidad final de giro.

Así, por ejemplo, para el caso del párrafo 2.06.23, siendo la velocidad sincrónica del motor  $N_1 = 1000$  r/m (950 r/m la nominal) y arrastrando un  $GD^2$  total equivalente de  $0,59$  kg · m<sup>2</sup>, la energía perdida en el rotor de la máquina por causa del proceso de aceleración, exclusivamente y con independencia de otras pérdidas e incluso del curso del par motor, ascenderá a, [b],

$$J_2 = \left( \frac{\pi N_1}{60} \right)^2 \frac{GD^2}{2} = \left( \frac{\pi \cdot 1000}{60} \right)^2 \frac{0,59}{2} = 810 J$$

u  $\frac{810}{3600} = 0,225$  kWh, durante los 1,03 s de arranque, o sea

$$\frac{810}{1,03} = 777 W \text{ de potencia media de calentamiento.}$$

Notemos que la energía acumulada por el  $GD^2$  a la velocidad sincrónica sube a, [2.06.22 j],

$$J_{ac} = \frac{1}{2} \Omega_1^2 J = \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi N_1}{60} \right)^2 \frac{GD^2}{4g} = \left( \frac{\pi N_1}{60} \right)^2 \frac{GD^2}{2} \quad [2.06.24 c]$$

( $\Omega_1$  en rad/s,  $J$  en kg · m · s<sup>2</sup>,  $N_1$  en r/m,  $G$  en kg,  $D$  en m,  $g$  en m/s<sup>2</sup>)

el mismo valor que las pérdidas en el circuito rotórico [b]. La energía perdida



durante el período de aceleración es igual a la energía acumulada por la inercia.

El proceso se realiza, pues, con un rendimiento energético del 50 %, mitad de la energía en pérdidas y mitad transformada en cinética.

### 2.06.25 Pérdidas durante el proceso de frenado a contracorriente

La ecuación [2.06.24 a] es válida también para calcular la energía perdida en el circuito rotórico por efecto de la deceleración durante el proceso de frenado a contracorriente. Basta sustituir los límites de la integral por  $s \approx 2$  y  $s = 1$  en lugar de  $s = 1$  y  $s = s_{(n)} \approx 0$ .

$$\boxed{J_{fr.2}} = \left(\frac{\pi N_1}{60}\right)^2 GD^2 \left[-\frac{s^2}{2}\right]_2^1 = \boxed{\frac{3}{2} \left(\frac{\pi N_1}{60}\right)^2 (GD^2)} \quad (J) \quad [2.06.25 a]$$

(G en kg, D en m,  $N_1$  en r/m)

el triple, pues, de la energía disipada durante la aceleración [2.06.24 b], también independientemente del tipo y de las condiciones electromagnéticas del motor, influyendo solamente las características mecánicas, velocidad de sincronismo y ( $GD^2$ ), del sistema giratorio.

### 2.06.26 Calentamiento de la jaula durante el arranque y el frenado a contracorriente

La energía perdida por efecto JOULE en los conductores durante el arranque o el frenado eléctrico no tiene tiempo de eliminarse por ventilación y se acumula prácticamente en el devanado provocando una rápida elevación de temperatura. Este aumento  $\Delta\theta$  viene dado por

$$\Delta\theta = \frac{J_2}{c G_2} (\text{°C}) \quad \text{o} \quad \Delta\theta = \frac{J_{fr.2}}{c G_2} (\text{°C}); \quad [2.06.26 a]$$

$J_2$  y  $J_{fr.2}$ , energía perdida en uno y otro caso, [2.06.24 b] y [2.06.25 a], en J.  $c$ , calor específico del metal de la jaula en  $\frac{J}{\text{kg} \cdot \text{°C}}$ . Los valores corrientes de  $c$  se hallan en la tabla 1.11.01 a.  $G_2$ , peso de la jaula.

Aunque para las jaulas de corto circuito llegan a admitirse en el curso de estos procesos temporales calentamientos hasta de 200 °C, se hace necesario, a veces, sobre todo en las máquinas con fuerte  $GD^2$ , si además son muy rápidas (las pérdidas en cuestión son proporcionales al cuadrado de la velocidad de sincronismo) construir tales jaulas en latón, bronce o bronce fosforoso cuyas conductividades de 1/4 ó 1/3 y 1/5 ó 1/6 de las del cobre permiten aumen-

tar la sección y por tanto el peso del material, a igualdad de deslizamiento a P.C., contribuyendo así a rebajar el calentamiento en las circunstancias estudiadas.

Por lo que se refiere al estator, la corriente equivalente a la del rotor viene a ser prácticamente la única que cabe considerar siempre que se trate de condiciones de corto circuito o frenado inverso en las cuales la corriente magnetizante disminuye de importancia. Esto nos conduce directamente a la conclusión de que las pérdidas y el calentamiento en uno y otro órgano se hallan en la simple relación de las resistencias respectivas  $\frac{R_1}{R_2}$ ,

### 2.06.27 Ejemplo

El motor del párrafo 2.06.23, de 22 CV 950 r/m, tiene unas pérdidas por efecto JOULE en el motor, a causa de la energía que ha de suministrar para la aceleración de las masas, de 810 J según se computó en el párrafo 2.06.24. El frenado a contracorriente provocará una pérdida triple (párrafo 2.06.25), o sea  $3 \times 810 = 2430$  J. Siendo la jaula de cobre y admitiendo un calentamiento, durante 3 frenados consecutivos, no superior a 100 °C se requiere un peso de conductor en la misma, como mínimo, [2.06.26 a], de

$$G_2 = \frac{3 \cdot J_{fr.2}}{c \Delta\theta} = \frac{3 \cdot 2430}{400 \cdot 100} = 0,18 \text{ kg}$$

El peso de la jaula viene a ser en realidad de unos 6 kg, muy sobrado, pues, en este caso.

Las condiciones serían mucho más desfavorables si se tratase, por ejemplo, de un motor de 3000 r/m para el accionamiento de una soplante centrífuga dotada de gran momento de inercia.

### 2.06.28 Corriente magnetizante relativa

En el párrafo 1.07.12 ecuación [1.07.12.a] se expone la fórmula de la excitación  $\hat{\theta}_\nu$  (amplitud) que puede proporcionar un devanado polifásico en función de los datos del mismo.

Ciñéndonos a la fundamental ( $\nu = 1$ ),

$$\hat{\theta}_\mu = 0,45 m_1 n_{pf1} \xi_1 Z_{n(1)} I_\mu (\text{Av max/polo}). \quad [2.06.28 a]$$

$$\begin{aligned} m_1 &= \text{número de fases del estator} \\ n_{pf(1)} &= \text{» de ranuras por polo y fase del mismo} \\ \xi_1 &= \text{factor de bobinado primario} \\ Z_{n(1)} &= \text{número de conductores por ranura, del estator} \\ I_\mu &= \text{corriente magnetizante por fase en } A \text{ eficaces} \end{aligned}$$

que en términos paramétricos se convierte en, [1.07.12 b],

$$\hat{\theta}_\mu = 0,45 \xi_1 (q_\mu \tau_p) Av/\text{polo}, \text{ máximos.} \quad [2.06.28 \text{ b}]$$

$q_\mu$  = es aquí la carga lineal específica determinada por la corriente magnetizante, en Ac/cm y

$\tau_p$  = el paso polar en cm

Una vez calculada la excitación necesaria por polo  $\hat{\theta}_\mu$  partiendo de las inducciones y longitudes del circuito magnético, se deduce la corriente magnetizante eficaz por fase  $I_\mu$ , la cual referida a la corriente primaria, también eficaz, por fase  $I_1$ , da

$$\dot{I}_\mu^* = \frac{I_\mu}{I_1} = \frac{m_1 U_1 I_\mu}{m_1 U_1 I_1} = \frac{P_\mu}{P_b} = \dot{p}_\mu \quad [2.06.28 \text{ c}]$$

donde  $\dot{I}_\mu^*$  es la corriente magnetizante relativa

$\dot{p}_\mu$  la potencia magnetizante relativa, igual en valor numérico a  $i_\mu$

$P_\mu$  la potencia magnetizante absorbida, en VAR o kVAR

$P_b$  la potencia aparente absorbida por el motor en VA o kVA

Detallando la ecuación [c] de acuerdo con [a]

$$\dot{I}_\mu^* = \frac{I_\mu}{I_1} = \frac{\hat{\theta}_\mu}{0,45 \cdot m_1 n_{p(1)} \xi_1 Z_{n(1)} I_1}$$

pero como

$$2p m_1 n_{p(1)} Z_{n(1)} I_1 = \pi D q_1,$$

$$m_1 n_{p(1)} Z_{n(1)} I_1 = \frac{\pi D q_1}{2p}$$

resulta

$$\dot{I}_\mu^* = \frac{\hat{\theta}_\mu}{0,45 \frac{\pi D q_1}{2p} \xi_1} = \left( \frac{2}{0,45 \pi} \right) \frac{\hat{\theta}_\mu}{\xi_1 \frac{D}{p} q_1} = \frac{\sqrt{2} \hat{\theta}_\mu}{\xi_1 \frac{D}{p} q_1}$$

( $\hat{\theta}_\mu$  en Av magnetizantes/polo (amplitud);  $q$  en Ac/cm,  $D$  en cm)

Poniendo  $D$  en dm como en ecuaciones similares anteriores.

$$\dot{I}_\mu^* = \frac{\sqrt{2}}{\xi_1} \frac{D}{p} \left( \frac{\hat{\theta}_\mu}{1000} \right) \left( \frac{q_1}{100} \right) \quad (0/1) \quad [2.06.28 \text{ d}]$$

A igualdad de Av para el circuito magnético,  $\hat{\theta}_\mu$ , la corriente magnetizante referida a la de P.C. tiende a aumentar proporcionalmente al número de

polos  $2p$ . De aquí el que los motores lentos tengan un factor de potencia  $\cos \varphi$  más bajo.

### 2.06.29 Ejemplo

Propongámonos calcular las características de funcionamiento de un motor trifásico asincrónico cerrado, con aletas, ventilación exterior, rotor de jaula; de 2 CV, 220/380 V,  $\Delta/Y$ , 50 Hz, 1500 r/m sincrónicas, cuyas dimensiones de plancha magnética se muestran en la fig. 2.06.29 a, siendo los datos de arrollamiento los siguientes:

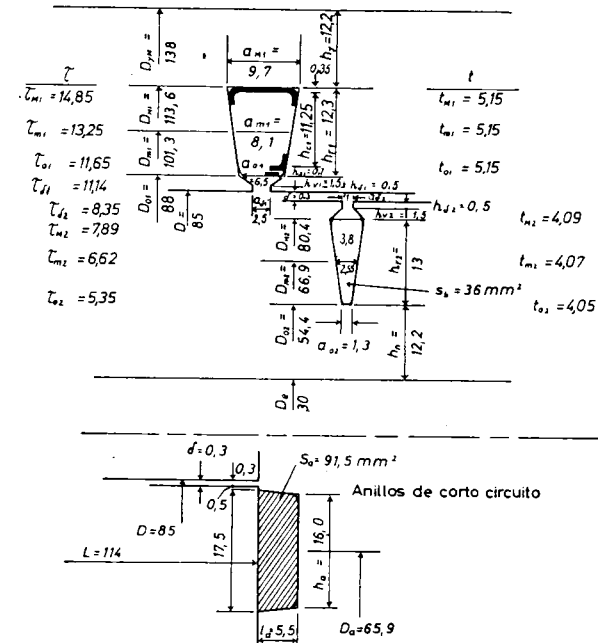


Fig. 2.06.29 a. Dimensiones de la plancha de un motor de 2CV, 1.500 r/m.

- $Z_{n(1)}$  = Conductores/ranura = 66
- $d_1$  = Diámetro del conductor 0,9/1,0 mm, desnudo/aislado (esmaltado)
- Bobinado en corona, 1 capa, paso diametral ( $\gamma_{n(1)} = 5$ ), cabezas en dos haces
- Aislamiento clase E
- Jaula rotórica de aluminio fundido, con anillos de 90,5 mm<sup>2</sup>

Todos los valores se refieren a la temperatura normal de 75° C a menos que se indique explícitamente otra temperatura.

a) Inducción senoidal en el entrehierro referida a la tensión primaria  $U_1$  y con  $m_1 = 3$  fases y  $f = 50$  Hz, [2.01.11 g]

$$\hat{B}_{\delta 0} = \frac{45 \cdot U_1}{\xi_1 n_{p(1)} (D L) Z_{n(1)}} \quad (\text{T}) \quad [2.06.29 \text{ a}]$$

$$\begin{aligned}
 U_1 &= \text{Tensión primaria por fase,} & &= 220 \text{ V} \\
 n_{p(1)} &= \text{Ranuras por polo y fase primarias} = \frac{24 \text{ ran}}{3 \text{ fases} \cdot 4 \text{ polos}} = 2 \\
 Z_{n(1)} &= \text{Conductores por ranura del estator} = 66 \\
 \xi_1 &= \text{Factor de bobinado primario; para } n_{p(1)} = 2 \text{ y paso diametral, } \xi_1 = 0,966 \text{ (tabla 1.04.13 a)} \\
 D &= \text{Diámetro del inducido} = 8,5 \text{ cm} \\
 L &= \text{Longitud de inducido} = 11,4 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\hat{B}_{\delta 0} = \frac{45,220}{0,966 \cdot 2 \cdot 8,5 \cdot 11,4 \cdot 66} = 0,8 \text{ T}$$

b) *Densidad de corriente  $\Delta_1$  y carga lineal específica  $q_1$  primarias.*

Admitiremos provisionalmente un rendimiento del motor  $\eta = 0,78$  y un  $\cos \varphi = 0,78$  a plena carga (sen  $\varphi = 0,626$ ). Estos valores vienen a corresponder a motores industriales de este tipo y potencia. La corriente primaria por fase vendrá a ser con el motor en triángulo

$$I_1 = \frac{P}{3 U_1 \eta \cos \varphi} = \frac{2 \cdot 736}{3 \cdot 220 \cdot 0,78 \cdot 0,78} = 3,67 \text{ A}$$

$$(\text{Corriente de línea } I = \sqrt{3} \cdot 3,67 = 6,35 \text{ A})$$

Con un diámetro de conductores  $d_1 = 0,9 \text{ mm}$  al cual corresponde una sección  $s_1 = 0,785 d_1^2 = 0,785 \cdot 0,9^2 = 0,636 \text{ mm}^2$  se obtiene una densidad de corriente en el estator

$$\Delta_1 = \frac{I_1}{s_1} = \frac{3,67}{0,636} = 5,77 \text{ A/mm}^2$$

La carga lineal específica

$$q_1 = \frac{n_1 Z_{n(1)} I_1}{\pi D} = \frac{24 \cdot 66 \cdot 3,67}{\pi \cdot 8,5} = 218 \text{ Ac/cm}$$

y el producto paramétrico

$$(q_1 \Delta_1) = 5,77 \cdot 218 = 1260$$

c) *Caida relativa de resistencia primaria  $\dot{u}_{R1}$ , [2.06.10 b],*

$$\dot{u}_{R1} = \frac{R_1 I_1}{U_1} 100 = \frac{270 q_1}{\xi_1 D} \left( \frac{l_{m(1)}}{L} \right) \frac{\Delta_1}{\hat{B}_{\delta 0}};$$

(longitudes en cm)

Nos interesa efectuar los cálculos para tres temperaturas normales a saber: con el motor en frío a  $20^\circ \text{ C}$  que son las condiciones más desfavorables de arranque; con los devanados a  $75^\circ \text{ C}$  que es la temperatura establecida por las Normas internacionales para referir a ella el rendimiento; y con los devanados a la temperatura máxima admisible según la clase de aislamiento, que es cuando las pérdidas en el circuito son máximas y por tanto el calentamiento más elevado. Para el aislamiento clase E el aumento admisible es de  $75^\circ \text{ C}$  sobre un ambiente de  $40^\circ \text{ C}$ , o sea  $115^\circ \text{ C}$  en total.

Tratándose del arrollamiento estático con numerosos conductores por ranura de hilo delgado, las pérdidas adicionales por corrientes parásitas son despreciables de modo que podemos tomar simplemente (tabla 1.01.16 b)

$$e_{20} = \frac{1}{56} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \quad k_\theta = 0,82$$

$$e_{75} = \frac{1}{46} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \quad k_\theta = 1.$$

$$e_{115} = \frac{40,8}{1} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \quad k_\theta = 1,13.$$

Cuanto a la longitud media  $l_m$  por conductor, hemos dado para la de las cabezas de bobina, [1.06.09 e],

$$L_{cb(1)} = \frac{4 D_{m1}}{2 p} = \frac{4}{4} 10,13 = 10,13 \text{ cm}$$

de donde

$$l_{m(1)} = L + L_{cb(1)} = 11,4 + 10,13 \approx 21,6 \text{ cm};$$

tendremos, pues:

$$\text{a } 75^\circ \text{ C} \quad \dot{u}_{R1} = \frac{270}{46 \cdot 0,966 \cdot 8,5} \left( \frac{21,6}{11,4} \right) \frac{5,77}{\left( \frac{1500}{1000} \right) 0,8} = 6,52 \% \text{ de } U_1$$

o sea  $u_{R1} = \frac{220}{100} \cdot 6,52 = 14,35 \text{ V/fase}$ , de caída óhmica.

a  $20^\circ \text{ C}$   $\dot{u}_{R1} = 0,82 \cdot 6,52 = 5,35 \% \text{ de } U_1$

a  $115^\circ \text{ C}$   $\dot{u}_{R1} = 1,13 \cdot 6,52 = 7,35 \% \quad \gg \gg$

d) *Permeancia específica del primario.* Habrá que tener en cuenta la de ranuras, la de zig zag y la de cabezas de bobinas.

*Permeancia específica de ranuras.* Con ranura trapezoidal (fig. 2.06.29 a) y devanado en una capa podemos escribir, [1.06.07 e],

$$\lambda_{r(1)} = \left( \frac{h_{e(1)}}{3 a_{0(1)}} k_{\lambda(1)} + \frac{h_{s(1)}}{a_{0(1)}} \right) \frac{L_{na(1)}}{L} + \frac{2 h_{e(1)}}{a_{0(1)} + a_{\delta(1)}} \frac{L_{na(1)} + L_{na\delta(1)}}{2 L} + \frac{h_{\delta(1)}}{a_{\delta(1)}} \frac{L_{na\delta(1)}}{L}$$

El coeficiente de corrección por efecto superficial  $k_{\lambda(1)}$  con hilos de tan escaso diámetro es prácticamente igual a 1.

Las longitudes efectivas del inducido para el flujo de dispersión en las diversas alturas de punzonado,  $L_{na(1)}$  y  $L_{na\delta(1)}$  son a su vez iguales a la longitud del inducido  $L$  puesto que no existen canales de ventilación radial.

Escribiremos, pues,

$$\lambda_{r(1)} = \frac{h_{e(1)}}{3 a_{0(1)}} + \frac{h_{s(1)}}{a_{0(1)}} + \frac{2 h_{e(1)}}{a_{0(1)} + a_{\delta(1)}} + \frac{h_{\delta(1)}}{a_{\delta(1)}} \left( \frac{M/Gb}{\text{cm}} \right) \quad [2.06.29 \text{ b}]$$

Esta fórmula sencilla es aplicable para el cálculo de la permeancia específica de las ranuras estáticas en casi todos los devanados de motores asincrónicos y alternadores, en una capa, efectuados con hilos redondos.

$$\lambda_{r(1)} = \frac{11,25}{3 \cdot 6,5} + \frac{0,7}{6,5} + \frac{2 \cdot 1,5}{6,5 + 2,5} + \frac{0,5}{2,5} =$$

$$= 0,577 + 0,108 + 0,333 + 0,200 = 1,218 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

Permeancia específica de zig-zag. Utilizaremos la ecuación más simple [1.06.08 e]. Para el bobinado en una capa, el coeficiente de corrección por desfase  $k_{a(1)} = 1$ . A su vez, sin canales de ventilación radial  $K_{L(1)} = 1$

$$\lambda_{z(1)} = \frac{\tau_{\delta(2)} - a_{\delta(1)} - a_{\delta(2)} + 2\delta}{12\delta} \frac{k_{a(1)}}{K_{L(1)}} =$$

$$= \frac{8,35 - 2,5 - 1 + 2 \cdot 0,3}{12 \cdot 0,3} = 1,520 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

Permeancia específica de cabezas de bobinas. Según [1.06.09 b] (devanado en una capa con las cabezas subdivididas en dos haces),

$$\lambda_{cb(1)} = n_{r(1)} \left( 0,47 \frac{L_{cb(1)}}{L} - 0,3 \frac{y_{m(1)} \tau_{m(1)}}{L} \right) =$$

$$= 2 \left( 0,47 \frac{10,13}{11,4} - 0,3 \frac{5 \cdot 1,325}{11,4} \right) = 0,488 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

Permeancia específica del estator

$$\lambda_{z(1)} = \lambda_{r(1)} + \lambda_{z(1)} + \lambda_{cb(1)} = 1,218 + 1,520 + 0,488 = 3,226 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

e) *Caida relativa de reactancia primaria.* Según [2.01.18 f] para  $m_1 = 3$

$$\dot{e}_{z1} = \frac{E_{z1}}{U_1} 100 = \frac{1,86}{\xi_1 n_{p(1)}} \left( \frac{q_1}{100} \right) \frac{\lambda_{z(1)}}{\tilde{B}_{\delta 0}} =$$

$$= \frac{1,86}{0,966 \cdot 2} \frac{218}{100} \frac{3,226}{0,8} = 8,5 \% \text{ de } U_1$$

o sea

$$e_{z1} = \frac{220}{100} 8,5 = 18,7 \text{ V/fase.}$$

f) *F.e.m. primaria.*  $E_1 = E_2'$ . La ecuación [2.06.10 i] nos da

$$\frac{E_1}{U_1} \approx 1 - \frac{\dot{u}_{R1}}{100} \cos \varphi - \frac{\dot{e}_{z1}}{100} \sin \varphi$$

De acuerdo con la temperatura de referencia que afecta a  $\dot{u}_{R1}$  tendremos, por ejemplo, a 75° C.

$$\frac{E_1}{U_1} = 1 - \frac{6,52}{100} 0,78 - \frac{8,5}{100} 0,626 = 0,897, \text{ o sea}$$

$$E_1 = 0,897 \cdot 220 = 197,5 \text{ V/fase a P.C.}$$

g) *Densidad de corriente en el rotor  $\Delta_2$ .* Si admitimos que el rendimiento mecánico  $\eta_m$  que tiene en cuenta las pérdidas por rozamiento y ventilación, sea, en un motor de esta potencia y velocidad, con cojinetes de bolas, 0,97 y tomamos provisionalmente, a reserva de ulterior rectificación si es necesario, un deslizamiento a P.C. y 75° C de 5,5 % será preciso transmitir al rotor una potencia, [2.06.01 n],

$$P_{1-2} = \frac{P}{\eta_m (1-s)} = \frac{2 \cdot 736}{0,97 (1-0,055)} = 1605 \text{ W}$$

y, por tanto, a 75° C la corriente primaria de carga secundaria valdrá, [2.06.01 f], [2.06.03 c] y [2.06.03 a],

$$I_2' = \frac{P_{1-2}}{m_1 E_1 \cos \varphi_2}$$

A P.C.,  $\cos \varphi_2 \approx 1$ .

$$I_2' = \frac{1605}{3 \cdot 197,5} = 2,71 \text{ A.}$$

(Comprobemos el paso que, [2.06.10 g],

$$\frac{I_2'}{I_1} = \frac{\eta \cos \varphi}{\eta_m \cos \varphi_2} \frac{1}{(1-s)} \frac{E_1}{U_1} \approx \frac{0,78}{0,97} \frac{0,78}{1} \frac{1}{(1-0,055)} \frac{1}{0,897} = 0,74 = \frac{2,71}{3,67}$$

de donde la corriente real en las barras, [2.06.03 d],

$$I_2 = I_2' \frac{Z_1 \xi_1}{Z_2 \xi_2}$$

El número de conductores del estator es  $Z_1 = Z_{n(1)} n_1 = 66 \cdot 24 = 1584$ ; el del rotor,  $Z_2 = n_2 = 32$  y los factores de bobinado,  $\xi_1 = 0,966$ ,  $\xi_2 = 1$

$$I_2 = 2,71 \frac{1584 \cdot 0,966}{32} = 129,6 \text{ A/barra rotórica}$$

La ranura rotórica inyectada de aluminio ofrece una sección (fig. 2.06.29 a)

$$s_2 = 2,55 \cdot 13 + \frac{3,8 + 1}{2} 1,5 + 0,5 - 1,3 = 36 \text{ mm}^2$$

El término sustractivo 1,3 mm<sup>2</sup> tiene en cuenta los redondeados de los vértices. La densidad de corriente en las barras de aluminio asciende pues, a

$$\Delta_2 = \frac{I_2}{s_2} = \frac{129,6}{36} = 3,6 \text{ A/mm}^2 = \Delta_2$$

Si las barras fueran de cobre ( $\rho = \frac{1}{46} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$  a 75° C) en lugar de aluminio fundido ( $\rho \approx \frac{1}{27} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$  a 75° C) la sección, a igualdad de pérdidas podría ser  $\frac{27}{46} = \frac{1}{1,7}$  o 59 % de la del aluminio y la densidad de corriente subiría a  $3,6 \times 1,7 = 6,11 \text{ A/mm}^2$ .

Como factor que interviene en el cálculo de la caída óhmica relativa del rotor referido al estator reduzcamos esta densidad a la corriente primaria, es decir, hallemos el valor, [2.06.10 a],

$$\Delta_{2/1} = \Delta_2 \frac{I_1}{I_2'} = 3,6 \frac{3,67}{2,71} = 4,88 \text{ A/mm}^2$$

h) Longitud de barra rotórica equivalente  $L_b = l_b + \Delta l_b$ ,  
Segun [2.06.09 a],

$$L_b = l_b + \Delta l_b = l_b + \frac{D_a}{p} \frac{A_a}{A_b}$$

Es fácil ver que en el motor elegido las densidades de corriente resultan ser iguales para las barras y los anillos  
En efecto [2.06.08 a],

$$I_a = \frac{Z_2}{2p} \frac{I_b}{\pi} = \frac{32}{4} \frac{129,6}{\pi} = 330 \text{ A.}$$

$$\Delta_a = \frac{I_a}{S_a} = \frac{330}{91,5} = 3,6 \text{ A/mm}^2$$

Entonces

$$L_b = 11,4 + \frac{6,59}{2} \cdot 1 = 14,7 \text{ cm}$$

i) Caída relativa de resistencia rotórica. Referida al estator (tensión y corriente primarias), [2.06.10 c], a 75° C y deslizamiento normal, y con  $D$  en cm

$$\begin{aligned} \dot{u}_{R2/1} &= \frac{R_2' I_1}{U_1} 100 = \frac{270 \varrho_2}{\xi_2 D} \left( \frac{L_b}{L} \right) \frac{\Delta_{2/1}}{\left( \frac{N_1}{1000} \right) \hat{B}_{30}} = \\ &= \frac{270}{27 \cdot 1 \cdot 8,5} \left( \frac{14,7}{11,4} \right) \frac{4,88}{\left( \frac{1500}{1000} \right) 0,8} = 6,18 \% \text{ de } U_1 \end{aligned}$$

La resistividad  $\varrho_2$  del aluminio inyectado a 75° C, se ha puesto igual a  $\frac{1}{27} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$  que guarda con la del cobre a dicha temperatura  $\left( \frac{1}{46} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \right)$  (tabla 1.01.16 b) la misma relación que existe entre ambas resistividades a 20° C  $\left( \frac{1}{33} \text{ y } \frac{1}{56} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \right)$  respectivamente es decir 1,7 veces mayor para el aluminio. Con la baja frecuencia rotórica del deslizamiento normal puede omitirse siempre el aumento por efecto superficial.  
Pasemos ahora a las condiciones de puesta en marcha: temperatura de 20° C y frecuencia rotórica  $f_2$  de 50 Hz.

El descenso de temperatura ocasiona una baja de la resistencia óhmica y con ella de la caída relativa que podemos suponerla proporcional a la del cobre reduciéndose por este concepto  $\varrho_2$  a  $\frac{1}{33} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$  y  $\dot{u}_{R2/1}$  a

$$0,82 \cdot 6,18 = 5,07 \%$$

Pero la frecuencia normal  $f_2 = 50$  Hz en el arranque promueve una concentración de corriente en las barras rotóricas de gran altura radial que calcularemos como sigue. El coeficiente  $\alpha_2$  viene dado por, [1.10.24 e],

$$\alpha_2 = 0,2 \pi \sqrt{\frac{\alpha_c}{a} \frac{f}{10^3 \varrho_2}}$$

Para ranuras inyectadas rellenas íntegramente de aluminio  $\frac{\alpha_c}{a} = 1$  y

$$\alpha_2 = 0,2 \pi \sqrt{\frac{f}{10^3 \varrho_2}} = 0,2 \pi \sqrt{\frac{50 \cdot 33}{10^3}} = 0,807 \text{ cm}^{-1} \quad [2.06.29 c]$$

Como altura de la barra trapezoidal tomemos

$$h_{r(2)} + h_{v(2)} = 1,3 + 0,15 = 1,45 \text{ cm}$$

Entonces la «altura ficticia» pasa a ser, [1.10.24 d],

$$\xi_2 = \alpha_2 (h_{r(2)} + h_{v(2)}) = 0,807 \cdot 1,45 = 1,17 \text{ cm}^0$$

La fig. 1.10.24 b nos da para  $\xi_2 = 1,17$

$$\tilde{K}_2 = 1,14.$$

Ahora bien, este coeficiente que implica un aumento de resistencia del 14 % sólo afecta a la longitud de la barra propiamente dicha. Si queremos aplicar el aumento a la caída secundaria total  $\dot{u}_{R2/1}$  habremos de reducir el porcentaje en la relación  $\frac{l_b}{L} = \frac{11,4}{14,7} = 0,775$  poniendo

$$\tilde{K}_2 = 1 + 0,14 \cdot 0,775 = 1,08$$

y la caída relativa por resistencia rotórica a 20° C y con  $f_2 = 50$  Hz (condiciones de arranque) queda definitivamente en

$$\dot{u}_{R2/1} = 1,08 \cdot 5,07 = 5,5 \% \text{ de } U_1$$

A 115° C y para  $f_2 \approx 0$  (tabla 1.01.16 b, a 115° C),

$$\dot{u}_{R2/1} = 1,13 \cdot 6,18 = 6,99 \% \text{ de } U_1$$

j) Permeancia específica del rotor. Consta de la de ranuras, zig-zag y anillos. Permeancia específica de ranuras, fig. 1.06.07 a y 2.06.29 a, fórmula [1.06.07 f],

$$\lambda_{r(2)} = \left( \frac{h_{r(2)}}{3 a_{M(2)}} + \frac{h_{v(2)}}{3 a_{\delta(2)}} + \frac{h_{\delta(2)}}{a_{\delta(2)}} \right) k_{\lambda(2)}$$

Según lo que acabamos de decir más arriba, para el deslizamiento normal puede hacerse con exactitud suficiente  $k_{\lambda(2)} = 1$

$$\lambda_{r(2)} = \left( \frac{13}{3 \cdot 3,8} + \frac{1,5}{3 \cdot 1} \right) + \frac{0,5}{1} = 1,64 + 0,5 = 2,14 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

Pero como interesa también la reactancia en el momento de la puesta en marcha con  $f_2 = 50$  Hz en el rotor, calcularemos  $k_{\lambda(2)}$  para estas condiciones.

Ya hemos visto al hallar la caída de resistencia rotórica en dichas condiciones que para  $f_2 = 50$  Hz,  $\alpha_2 = 0,807 \text{ cm}^{-1}$  y  $\xi_2 = 1,17 \text{ cm}^0$ . La figura 1.06.06 b nos da entonces  $k_{\lambda(2)} = 0,87$  puesto que  $\nu_2 \xi_2 = 1 \cdot 1,17 = 1,17$  ( $\nu_2$  es el número de estratos, único en este caso,  $\nu_2 = 1$ ) de donde resulta para la ranura en el arranque

$$\lambda_{r(2)} = 0,87 \cdot 1,64 + 0,5 = 1,926 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

*Permeancia específica de zig-zag.* Tomando de nuevo la ecuación [1.06.08 e], con  $k_{\alpha(2)} = 1$  (devan. en una capa) y  $K_{L(2)} = 1$  (sin canales de ventilación radial)

$$\lambda_{z(2)} = \frac{\tau_{\delta(1)} - \alpha_{\delta(1)} - \alpha_{\delta(2)} + 2 \delta}{12 \delta} \frac{k_{\alpha(2)}}{K_{L(2)}} \\ = \frac{11,14 - 2,5 - 1 + 2 \cdot 0,3}{12 \cdot 0,3} = 2,29 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

*Permeancia específica de los aros de corto circuito.* Según [1.06.09 e],

$$\lambda_{cb(2)} = \frac{n_2}{2p m_1} \frac{\tau_p}{L} g \left( \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \right)$$

El coeficiente  $g$  se obtiene de la fig. 1.06.09 f en función de las magnitudes (fig. 1.06.09 e)

$$\frac{w}{0,233 (h_a + l_a)} \text{ y } \frac{\tau_p}{w}$$

La distancia  $w$  puede estimarse para este motor en 3,9 cm;  $h_a = 1,6$  cm,  $l = 0,55$  cm,  $\tau_p = 6,67$  cm.

$$\frac{w}{0,233 (h_a + l_a)} = \frac{3,9}{0,233 (1,6 + 0,55)} = 7,8$$

$$\frac{\tau_p}{w} = \frac{6,67}{3,9} = 1,71$$

y por la fig. 1.06.09 f,  $g = 0,24$ ; de donde

$$\lambda_{cb(2)} = \frac{32}{4 \cdot 3} \frac{6,67}{11,4} \cdot 0,24 = 0,375 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

*Permeancia específica del rotor a 75° C y deslizamiento normal*

$$\lambda_{x(2)} = \lambda_{r(2)} + \lambda_{z(2)} + \lambda_{cb(2)} = 2,14 + 2,29 + 0,375 = 0,805 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

Idem a 20° C y deslizamiento  $s = 1$

$$\lambda_{x(2)} = 1,926 + 2,29 + 0,375 = 4,591 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

k) *Caída relativa de reactancia secundaria.* Reducida al estator y, como la de resistencia, referida a la tensión y corrientes primarias  $U_1$  e  $I_1$ . Acudamos directamente a la relación [2.06.11 g] que nos da para 75° C y deslizamiento de P.C.

$$\dot{e}_{x2/1} = \frac{X_2' I_1}{U_1} 100 = \dot{e}_{x1} \left( \frac{n_1}{n_2} \right) \left( \frac{\xi_1}{\xi_2} \right)^2 \frac{\lambda_{x(2)}}{\lambda_{x(1)}} = 8,5 \frac{24}{32} \left( \frac{0,966}{1} \right)^2 \frac{4,805}{3,226} = 8,9 \% \text{ de } U_1$$

y en el arranque (20° C,  $s = 1$ )

$$\dot{e}_{x2/1} = 8,9 \frac{4,591}{4,805} = 8,5 \% \text{ de } U_1$$

A 115° C y  $f_2 \approx 0$ ,  $\dot{e}_{x2/1} = 8,9 \% \text{ de } U_1$

l) *Excitación en carga.* La inducción calculada en el entrehierro  $\hat{B}_{\delta 0}$  es, como sabemos, un valor ficticio de cómoda referencia basado en la tensión  $U_1$  en bornes y en el supuesto de una onda espacial de flujo senoidalmente distribuido sobre el inducido liso. La deducción de la corriente magnetizante debe adaptarse a las condiciones reales de servicio: f.e.m. interna, inducido dentado y con canales de ventilación radial, si existen, y onda de flujo deformada por la saturación de los dientes.

En el párrafo 1.09.22 ya se expuso un ejemplo de estos cálculos aplicado a un motor asíncrono. Para el caso presente resumiremos nuevamente el proceso que nos llevará a deducir la corriente magnetizante. El dibujo de la chapa en la fig. 2.06.29 a contiene las dimensiones principales que interesan a estos efectos.

Para  $U_1 = 220$  V y en las condiciones de onda y configuración geométrica ideales hemos hallado

$$\hat{B}_{\delta 0} = 0,8 \text{ T}$$

y se deduce para los dientes,

$$[1.04.17 j] \quad K_{F_s} = \frac{L_{F_s}}{L} = \frac{L}{(L - n_c \epsilon_c) k_{F_s}} = \frac{L}{(L - 0) 0,9} = \frac{1}{0,9}$$

En el estator, con la tensión  $U_1$

$$[2.04.17 a] \quad \hat{B}'_{dM(1)0} = \hat{B}_{\delta 0} \frac{\tau_{\delta(1)}}{l_{0(1)}} K_{F_s} = 0,8 \frac{11,14}{5,15} \frac{1}{0,9} = 1,92 \text{ T}$$

y en el rotor

$$\hat{B}'_{dM(2)0} = \hat{B}_{\delta 0} \frac{\tau_{\delta(2)}}{l_{0(2)}} K_{F_s} = 0,8 \frac{8,35}{4,05} \frac{1}{0,9} = 1,83 \text{ T}$$

Dada la escasa variación en el grueso del diente rotórico consideraremos también la inducción uniforme de 1,83 T.

Continuando, de momento con la hipótesis de onda senoidal en el entrehierro yugo y núcleo, tendremos, para estos últimos,  $K_f = \hat{K}_f = 1$  en las ecuaciones [2.04.22 a] y [2.04.28 b].

En esta última tampoco cabe considerar dispersión polar alguna ( $\sigma_p = 1$ ) y además

$$K_n = K_{p_n} = \frac{1}{0,9}$$

Así:

$$\hat{B}_{v0} = \frac{K_l K_{p_n}}{2} \frac{D}{p h_v} \hat{B}_{\delta 0} = \frac{1}{0,9 \cdot 2} \frac{85}{2 \cdot 12,2} 0,8 = 1,55 \text{ T} \quad [2.06.29 \text{ c}]$$

$$\hat{B}_{n0} = \frac{K_l K_n}{2} \frac{D}{p h_n} \hat{B}_{\delta 0} = \frac{1}{0,9 \cdot 2} \frac{85}{2 \cdot 12,2} 0,8 = 1,55 \text{ T} \quad [2.06.29 \text{ d}]$$

Valores, repetimos, correspondientes a  $U_1$  con onda senoidal sobre entrehierro liso. Veamos ahora los coeficientes de corrección. En primer lugar al referir la inducción a la f.e.m. en carga  $E_1$  todas las inducciones anteriores deberán reducirse en la proporción  $\frac{E_1}{U_1} = 0,897$ .

Debemos introducir además los siguientes factores:

Para el entrehierro

El factor relativo de amplitud debido a las curvas de f.e.m. y de flujo  $K_M = \frac{k_M}{\sqrt{2} k_l}$

[1.04.08 e], función del coeficiente de saturación, [1.04.06 f],

$$k_s = \frac{\hat{\theta}_\delta + \hat{\theta}_{d(1)} + \hat{\theta}_{d(2)}}{\hat{\theta}_\delta}$$

que debemos estimar a priori comprobándolo inmediatamente. Pongamos provisionalmente  $k_s = 1,4$  con lo cual la curva 4 de la fig. 1.04.08 b nos da

$$K_M = 0,92$$

El factor de CARTER para las ranuras. En el estator, [1.04.10 b],

$$K_{c(1)} = \frac{\tau_{\delta(1)}}{\tau_{\delta(1)} - \frac{\left(\frac{a_{\delta(1)}}{\delta}\right)^2 \delta}{5 + \frac{a_{\delta(1)}}{\delta}}} = \frac{11,14}{11,14 - \frac{\left(\frac{2,5}{0,3}\right)^2 \cdot 0,3}{5 + \frac{2,5}{0,3}}} = 1,165$$

En el rotor,

$$K_{c(2)} = \frac{\tau_{\delta 2}}{\tau_{\delta(2)} - \frac{\left(\frac{a_{\delta(2)}}{\delta}\right)^2 \delta}{5 + \frac{a_{\delta(2)}}{\delta}}} = \frac{8,35}{8,35 - \frac{\left(\frac{1}{0,3}\right)^2 \cdot 0,3}{5 + \frac{1}{0,3}}} = 1,05$$

y en conjunto [1.04.10 c]

$$K_c = K_{c(1)} \cdot K_{c(2)} = 1,165 \cdot 1,05 = 1,225$$

El factor  $K_L$  al no haber canales de ventilación radial, es igual a 1. Así, para la inducción real, máxima en el entrehierro en carga, con la f.e.m.  $E_1$  [1.04.10 e]

$$\hat{B}_\delta = \frac{E_1}{U_1} K_M K_L K_c \hat{B}_{\delta 0} = 0,897 \cdot 0,92 \cdot 1 \cdot 1,225 \cdot 0,8 = 0,81 \text{ T}$$

prácticamente la misma que, teóricamente, en vacío con onda senoidal y entrehierro liso.

Sobre los dientes

La inducción aparente en los dientes no precisa más corrección que el tener en cuenta la f.e.m. en lugar de la tensión en bornes y la que proviene de la forma de onda, es decir, de  $\frac{E_1}{U_1}$  y  $K_M$ . Según, pues, [1.04.17 i], y para  $E_1$

$$\hat{B}'_{d(1)} = \frac{E_1}{U_1} K_M \hat{B}'_{d0(1)} = 0,897 \cdot 0,92 \cdot 1,92 = 1,585 \text{ T}$$

$$\hat{B}'_{d(2)} = \frac{E_1}{U_1} K_M \hat{B}'_{d0(2)} = 0,897 \cdot 0,92 \cdot 1,83 = 1,51 \text{ T}$$

Estas inducciones, inferiores a 1.8 T no requieren ser modificadas por efecto del flujo derivado radialmente a lo alto de las ranuras. Pondremos, pues, como inducciones efectivas en carga

$$\hat{B}_{d(1)} = 1,585 \text{ T}$$

$$\hat{B}_{d(2)} = 1,51 \text{ T}$$

Sobre el yugo y núcleo. El factor de corrección que afecta a las inducciones en este caso es  $K_l = \frac{1,11}{k_l}$  por la forma de onda de la f.e.m., dependiente también del coeficiente de saturación  $k_s$ . Según la fig. 1.04.06 a curva 4,

$$\text{para } k_s = 1,4 \quad K_l = 1,025$$

y [1.04.21 h] y [1.04.26 h], considerando ya la f.e.m.  $E_1$  en lugar de  $U_1$

$$\hat{B}_v = \frac{E_1}{U_1} K_l \hat{B}_{v0} = 0,897 \cdot 1,025 \cdot 1,55 = 1,425 \text{ T}$$

$$\hat{B}_n = \frac{E_1}{U_1} K_l \hat{B}_{n0} = 0,897 \cdot 1,025 \cdot 1,55 = 1,425 \text{ T}$$

Las longitudes magnéticas medias del yugo y núcleo las fijaremos en, [1.04.21 e],

$$l_v = \frac{\pi D_{vM}}{8p} = \frac{\pi \cdot 13,8}{8 \cdot 2} = 2,71 \text{ cm}$$

$$l_n = \frac{\pi D_{n(2)}}{8p} = \frac{\pi \cdot 5,44}{8 \cdot 2} = 1,07 \text{ cm}$$

La chapa magnética elegida responde a la calidad MD (fig. 1.03.02 b). Podemos formar, pues, el siguiente cuadro, para el cálculo de la excitación a plena carga.

$$E_1 = 0,897 U_1 \quad K_L = 1 \quad K_C = 1,225 \quad K_M = 0,92 \quad K_I = 1,025 \quad (k_s = 1,4)$$

$$\delta = 0,03 \text{ cm} \quad h_{d(1)} = 1,23 \text{ cm} \quad h_{d(2)} = 1,3 \text{ cm} \quad l_v = 2,71 \text{ cm} \quad l_n = 1,07 \text{ cm}$$

$$\hat{B}_\delta = 0,81 \text{ T} \quad [1,4 \cdot 0,2 \text{ c}] \quad \hat{H}_\delta = 0,88100 = 6480 \text{ Ac/m}$$

$$\hat{B}_{d(1)} = 1,585 \text{ T} \quad \hat{H}_{d(1)} = 39 \quad \text{»}$$

$$\hat{B}_{d(2)} = 1,51 \text{ T} \quad \hat{H}_{d(2)} = 24 \quad \text{»}$$

$$\hat{B}_v = 1,425 \text{ T} \quad \hat{H}_v = 13 \quad \text{»}$$

$$\hat{B}_n = 1,425 \text{ T} \quad \hat{H}_n = 13 \quad \text{»}$$

$$= 0,03 \cdot 6480 = 195$$

$$= 1,23 \cdot 39 = 48$$

$$= 1,3 \cdot 24 = 31$$

$$274$$

$$= 2,71 \cdot 13 = 35$$

$$= 1,07 \cdot 13 = 14$$

$$\hat{\theta}_\mu = 323 \text{ Av/polo.}$$

$$k_s = \frac{274}{195} = 1,405$$

(habíamos supuesto 1,4; no es preciso rectificar  $K_M$  y  $K_I$ )

Características en servicio normal (a 75 °C)

m) *Corriente magnetizante*

El valor de la corriente magnetizante relativa, en carga, [2.06.28 d], resulta, pues, con  $D$  en dm,

$$I_\mu^* = \frac{\sqrt{2}}{\xi_1} \frac{\left(\frac{\hat{\theta}_\mu}{1000}\right)}{D \left(\frac{q_1}{100}\right)} = \frac{\sqrt{2}}{0,966} \frac{0,323}{\frac{0,85}{2} \cdot 2,18} = 0,51 \quad (51 \% \text{ de } I_1)$$

por fase

$$I_\mu = I_\mu^* I_1 = 0,51 \cdot 3,67 = 1,87 \text{ A/fase.}$$

La medición de la corriente de vacío puede alcanzar un valor relativo bastante más elevado como consecuencia de la débil caída de tensión primaria y consiguiente aumento del flujo inductor al reducirse a cero la potencia útil.

n) *Deslizamiento a P.C.* Según [2.06.10 k] y admitiendo  $\cos \varphi_2 = 1$ .

$$s = \frac{\dot{u}_{R2/1}}{100 \cos \varphi_2} \frac{I_2' U_1}{I_1 E_2'} = \frac{6,18}{100} \cdot 0,74 \cdot \frac{1}{0,897} = 0,051$$

(La hipótesis  $\cos \varphi_2 = 1$  no entraña error sensible. En efecto, según [2.06.10 l], a P.C.,

$$\cos \varphi_2 = \frac{\dot{u}_{R2/1}}{\sqrt{\dot{u}_{R2/1}^2 + (s \dot{e}_{22/1})^2}} = \frac{6,18}{\sqrt{6,18^2 + (0,051 \cdot 8,7)^2}} = \frac{6,18}{\sqrt{6,18^2 + 0,443^2}} = \frac{6,18}{6,19} = 1$$

Como habíamos supuesto  $s = 0,055$ , la diferencia no justifica rectificar los cálculos.

o) *Cos  $\varphi$  normal.* Según [2.06.14 a],

$$\text{tg } \varphi = \frac{I_\mu^*}{\cos \varphi} + \frac{\dot{e}_{21} + \dot{e}_{22/1}}{100} \cos \varphi$$

Con el valor provisional de  $\cos \varphi = 0,78$

$$\text{tg } \varphi = \frac{0,51}{0,78} + \frac{8,5 + 8,9}{100} \cdot 0,78 = 0,653 + 0,136 = 0,789$$

y, [2.06.14 f],

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,789^2}} = 0,785$$

en lugar de 0,78 que habíamos supuesto. Sin embargo, tampoco esto justifica rehacer los cálculos.

p) *Máximo factor de potencia.* Según [2.06.15 a],

$$(\cos \varphi)_{\max} = \frac{1}{1 + 2 I_\mu^* \frac{\dot{e}_{21} + \dot{e}_{22/1}}{100}}$$

y

$$= \frac{1}{1 + 2 \cdot 0,51 \frac{8,5 + 8,9}{100}} = 0,85$$

Características de arranque

Las condiciones más desfavorables de par se presentan en frío (a 20 °C). Además, el rotor, en el momento de la puesta en marcha, queda sometido a la frecuencia  $f = 50$  Hz de la red con lo cual la resistencia rotórica experimenta un cierto aumento por efecto superficial al mismo tiempo que la reactancia se reduce algo.

q) *Corriente de arranque*

La expresión de la corriente relativa de arranque es, [2.06.12 c a g],

$$I_{cc}^* = \frac{100}{\sqrt{\left(\dot{u}_{R1} + \dot{u}_{R2/1} \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}}\right)^2 + \left(\dot{e}_{21} + \dot{e}_{22/1} \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}}\right)^2}}$$

Pondremos  $\frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}} = 0,95$  (párr. 2.06.12)

Ya vimos que a 20 °C,

$$\dot{u}_{R1} = 5,35 \% \text{ de } U_1$$

$$\dot{e}_{21} = 8,5 \% \text{ » » }$$

(esta última independiente de la temperatura y de la frecuencia rotórica)



Hemos hallado también que a 20° y 50 Hz

$$\begin{aligned} \dot{u}_{R2/1} &= 5,5 \% \text{ de } U_1 \\ \dot{e}_{22/1} &= 8,5 \% \text{ » »} \end{aligned}$$

la primera influida por la temperatura y ambas por la concentración de corriente rotórica

Sustituyendo estos valores en la expresión de  $I_{cc}^*$

$$I_{cc}^* = \frac{100}{\sqrt{(5,35 + 5,5 \cdot 0,95)^2 + (8,5 + 8,5 \cdot 0,95)^2}} = 5,18 = \frac{I_{cc1}}{I_1}$$

o sea

$$I_{cc1} = 5,18 \cdot 3,67 = 19, \text{ A/fase.}$$

r) *Par de arranque.* La ecuación [2.06.13 h] nos da, con respecto al par nominal útil en el eje,

$$\begin{aligned} M_{cc}^* &= \frac{M_{cc}}{M} = \frac{\dot{u}_{R2/1}}{100} \left( \frac{I_{cc}^* I'_{cc2}}{I_{cc1}} \right)^2 \frac{1-s}{\eta \cos \varphi} \\ &= \frac{5,5}{100} (5,18 \cdot 0,95)^2 \frac{1-0,051}{0,78 \cdot 0,785} = 2,06 \end{aligned}$$

El par normal del motor de 2 CV, 1425 r/m a P.C. vale, [2.06.06 d],

$$M = \frac{716 P}{N} = \frac{716 \cdot 2}{1425} = 1,01 \text{ m} \cdot \text{kg.}$$

Por tanto,  $M_{cc} = 2,06 \cdot 1,01 = 2,08 \text{ m} \cdot \text{kg}$

El límite inferior de  $M_{cc}$  que fijan las Normas DIN para un motor de estas características es 1,6 veces el par normal  $M$ .

#### Características límites

s) *Par electromagnético máximo, deslizamiento y corriente primaria correspondiente.*

En rigor, debería llegarse al resultado por aproximaciones sucesivas ya que el par en cuestión se produce con un deslizamiento importante y el efecto superficial en los conductores del rotor puede ser ya apreciable.

El deslizamiento depende de dicho efecto y éste a su vez de la frecuencia deslizante. La temperatura influye como de costumbre.

Sin embargo, dado el grado de exactitud no muy elevado que puede lograrse en estos cálculos sería ocioso pretender afinar los resultados por un camino tan laborioso. Nos limitaremos, pues, a tomar los valores de las caídas relativas en las condiciones normales de funcionamiento (temperatura de 75 °C y deslizamiento normal).

Aplicando la ecuación [2.06.16 d],

$$\begin{aligned} M_{\max}^* &= \frac{M_{\max}}{M} = \frac{100}{2 \left[ \dot{u}_{R1} + \sqrt{\dot{u}_{R1}^2 + (\dot{e}_{21} + \dot{e}_{22/1})^2} \right]} \frac{\eta_m (1-s)}{\eta \cos \varphi} \\ &= \frac{100}{2 \left[ 6,52 + \sqrt{6,52^2 + (8,5 + 8,9)^2} \right]} \frac{0,97 (1-0,051)}{0,78 \cdot 0,785} = 3,04. \end{aligned}$$

$$M_{\max} = 3,04 \cdot 1,01 = 3,06 \text{ m} \cdot \text{kg.}$$

superior al de arranque e independiente de la resistencia del circuito rotórico. Al mismo tiempo, veremos en seguida que la corriente es en cambio muy inferior a la de corto circuito.

El par máximo se produce con un deslizamiento [2.06.17 b] que depende en cambio linealmente de la resistencia del rotor:

$$s_M = \frac{\dot{u}_{R2/1}}{\sqrt{\dot{u}_{R1}^2 + (\dot{e}_{21} + \dot{e}_{22/1})^2}} = \frac{6,52}{\sqrt{6,52^2 + (8,5 + 8,9)^2}} = 0,352$$

La corriente primaria relativa de máximo par [2.06.18 a] vale

$$I_{M1}^* = \frac{I_{M1}}{I_1} = \frac{100}{\sqrt{\left[ \dot{u}_{R1} + \frac{I'_{M2}}{I_{M1}} \sqrt{\dot{u}_{R1}^2 + (\dot{e}_{21} + \dot{e}_{22/1})^2} \right]^2 + \left( \dot{e}_{21} + \dot{e}_{22/1} \frac{I'_{M2}}{I_{M1}} \right)^2}}$$

poniendo  $\frac{I'_{M2}}{I_{M1}} \approx 0,9$

$$I_{M1}^* = \frac{100}{\sqrt{\left[ 6,52 + 0,9 \sqrt{6,52^2 + (8,5 + 8,9)^2} \right]^2 + (8,52 + 0,9 \cdot 8,9)^2}} = 3,5$$

t) *Potencia mecánica máxima, deslizamiento y corriente primaria asociados.* Valgan las mismas observaciones que acabamos de hacer para el par máximo sobre los valores a considerar de las caídas de resistencia y reactancia.

Según [2.06.19 d],

$$\begin{aligned} P_{\max}^* &= \frac{P_{\max}}{P} = \frac{100}{2 \left[ (\dot{u}_{R1} + \dot{u}_{R2/1}) + \sqrt{(\dot{u}_{R1} + \dot{u}_{R2/1})^2 + (\dot{e}_{21} + \dot{e}_{22/1})^2} \right]} \frac{\eta_m}{\eta \cos \varphi} \\ &= \frac{100}{2 \left[ (6,52 + 6,18) + \sqrt{(6,52 + 6,18)^2 + (8,5 + 8,9)^2} \right]} \frac{0,97}{0,78 \cdot 0,785} = 2,25. \end{aligned}$$

equivalente a  $P_{\max} = 2,27 \cdot 2 = 4,54 \text{ CV}$ . El deslizamiento para esta potencia viene dado por, [2.06.20 a],

$$\begin{aligned} s_P &= \frac{\dot{u}_{R2/1}}{\dot{u}_{R2/1} + \sqrt{(\dot{u}_{R1} + \dot{u}_{R2/1})^2 + (\dot{e}_{21} + \dot{e}_{22/1})^2}} \\ &= \frac{6,18}{6,18 + \sqrt{(6,52 + 6,18)^2 + (8,5 + 8,4)^2}} = 0,22. \end{aligned}$$

La corriente relativa primaria de máxima potencia viene a ser, [2.06.21 a],

$$I_{P1}^* = \frac{I_{P1}}{I_1} =$$

$$V \sqrt{\left[ \dot{u}_{R1} + (\dot{u}_{R2/1} + \sqrt{(\dot{u}_{R1} + \dot{u}_{R2/1})^2 + (\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1})^2}) \frac{I'_{P2}}{I_{P1}} \right]^2 + \left[ \dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1} \frac{I'_{P2}}{I_{P1}} \right]^2}$$

tomando  $\frac{I'_{P2}}{I_{P1}} \approx 0,9$ ,

$$I_{P1}^* = \frac{100}{\sqrt{[6,52 + (6,18 + \sqrt{(6,52 + 6,18)^2 + (8,5 + 8,9)^2}) \cdot 0,9]^2 + [8,5 + 8,9 \cdot 0,9]^2}} = 2,85.$$

La potencia máxima en el eje, de 4,54 CV la daría el motor con  $I_{P1} = 2,85 \cdot 3,67 = 10,5$  A/fase y un deslizamiento de  $s_p = 22 \%$ .

u) A título informativo, calculemos el deslizamiento del motor a P.C. y con la máxima temperatura de trabajo (115 °C).

A 75° C valía 5,1 %. Volvamos a la ecuación [2.06.10 k]

$$s = \frac{\dot{u}_{R2/1}}{100 \cos \varphi_2} \frac{I_2'}{I_1} \frac{U_1}{E_1}$$

$E_1$  disminuirá algo por el aumento de resistencia primaria:  $I_2'$  aumentará, así como  $I_1$ , debido al incremento de las pérdidas por efecto JOULE pero en conjunto la relación  $\frac{I_2'}{I_1} \frac{U_1}{E_1}$  no experimenta gran variación. En cambio  $\dot{u}_{R2/1}$  al pasar de 75° a 115° C sabemos que vendrá a elevarse alrededor de un 13 %. En la misma proporción crecerá pues el deslizamiento (cos  $\varphi_2$  continúa valiendo prácticamente 1).

Aproximadamente, a 115° C

$$s = 1,13 \cdot 5,1 = 5,75 \%$$

El motor en cuestión de 1500 r/m. sincrónicas girará a P.C. y 75° C a

$$1500 - 5,1 \frac{1500}{100} = 1424 \text{ r/m}$$

y a 115 °C a

$$1500 - 5,75 \frac{1500}{100} = 1414 \text{ r/m.}$$

La comprobación del rendimiento a estas alturas del cálculo sería muy simple bastando evaluar como complemento las pérdidas en el hierro en carga y las pérdidas mecánicas, ya que las que radican en los conductores se deducen de las caídas óhmicas relativas que hemos ido determinando. Dejamos al lector la deducción del rendimiento para lo cual puede acudir al capítulo 10 donde hemos estudiado detenidamente las pérdidas.

### 2.06.30 Rotores de ranura profunda

Las barras del secundario son estrechas y de altura radial considerable para provocar en el momento de la puesta en marcha con la plena frecuencia una fuerte concentración de corriente del lado del entrehierro, lo cual equivale a un aumento de la resistencia rotórica y con ello del par.

A medida que la máquina se acelera disminuye la frecuencia secundaria y el efecto de concentración mencionado; con el deslizamiento normal de P.C. (frecuencia rotórica muy baja) la distribución de corriente en las barras profundas vuelve a ser uniforme como en un motor de jaula de ardilla ordinario.

La resistencia  $R_2$  y la reactancia  $X_2$  reducidas al estado de reposo varían a lo largo del proceso de arranque; en consecuencia, el circuito equivalente y por tanto el diagrama circular que corresponde a cada valor del deslizamiento es distinto.

La característica par-velocidad ya no es la misma que la de un motor con resistencia rotórica constante tendiendo a aumentar aquél en la zona de fuerte deslizamiento.

Las condiciones de marcha nominal se deducen, pues, lo mismo que en un motor ordinario de corto circuito.

Las características en el momento de la puesta en marcha se calcularán introduciendo en las expresiones de  $R_2$  y de  $X_2$  los factores  $\underline{K}_2$  o  $\underline{k}_2$  y  $k_{\lambda(2)}$  que se desprenden de la mayor frecuencia rotórica.

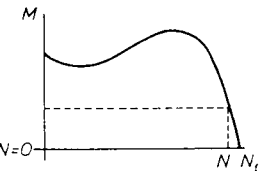


Fig. 2.06.30 a. Característica par-velocidad de un motor  $N=0$  de concentración de corriente rotórica.

En realidad estas particularidades ya las hemos tenido en cuenta al seguir el ejemplo último (párrafo 2.06.29 i, j) aunque no se tratase propiamente de un motor de ranura profunda.

Se determina, según allí lo hicimos, el coeficiente  $\alpha_2$  dado por la fórmula [1.10.24 e] que se convierte en la [2.06.29 c]

$$\alpha_2 = 0,2\pi \sqrt{\frac{f}{10^3 \varrho_2}} \text{ o, si el rotor no es fundido en } \alpha_2 = 0,2\pi \sqrt{\frac{a_c}{a} \frac{f}{10^3 \varrho_2}}$$

$$\left( \varrho_2 \text{ en } \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}, f \text{ en Hz} \right)$$

de la cual resulta la «altura ficticia» [1.10.24 d]

$$\zeta_2 = \alpha_2 h_c$$

y a base de este valor se obtiene el de  $\underline{K}_2$  en la figura 1.10.24 b y tratándose de barras de más de 2 cm de altura en la figura 1.10.24 c. De aquí se desprende el valor de  $R_2$ ,  $R_2'$  o  $\dot{u}_{R2/1}$  en el instante de la puesta en marcha.

Cuanto a la reactancia, una vez conocido  $\zeta_2$  la figura 1.06.06 b proporciona el factor  $k_{\lambda(2)}$  por el cual hay que multiplicar la permeancia específica de

ranura  $\lambda_{r(2)}$  en su componente debida al flujo de dispersión que atraviesa la altura  $h_c$  de la barra.

Por lo demás, una vez establecidas estas correcciones el cálculo de la corriente y el par de arranque se prosiguen de acuerdo con el método general que conduce a las ecuaciones [2.06.12 c] y [2.06.13 h], respectivamente

$$I_{cc}^* = \frac{100}{\sqrt{\left( \overset{*}{u}_{R1} + \overset{*}{u}_{R2/1} \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}} \right)^2 + \left( \overset{*}{e}_{x1} + \overset{*}{e}_{x2/1} \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}} \right)^2}}$$

$$M_{cc} = \frac{\overset{*}{u}_{R2/1}}{100} \left( I_{cc}^* \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}} \right)^2 \frac{1-s}{\eta \cos \varphi}$$

El cálculo de estos rotores como el de los de doble jaula que luego veremos, puede enfocarse de varias maneras. En general se parte de las características del mismo rotor con devanado normal en corto circuito y al modificar sus ca-

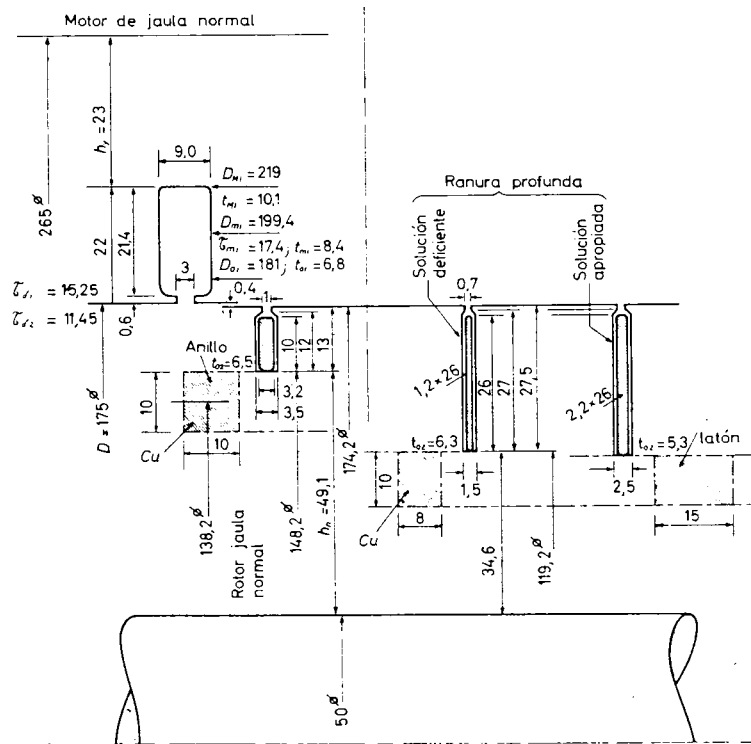


Fig. 2.06.31 a. Motor 12 CV, 4 polos con distintas clases de ranura profunda.

racterísticas de arranque en el sentido y magnitud que más interese, se procura al mismo tiempo que, a la velocidad de régimen, cuando la distribución de corriente vuelve a ser uniforme, los valores  $R_2$  y  $X_2$ , de la resistencia y de la reactancia, así como las inducciones en los dientes del rotor no se aparten mucho de los que ostentaba el motor simple. De este modo, el rendimiento y el factor de potencia a P.C. se conservarán casi idénticos en uno y otro motor aunque las características de arranque y aceleración se hayan modificado. De todas maneras, es difícil evitar una ligera disminución del  $\cos \varphi$  a causa del aumento prácticamente irremediable de la reactancia rotórica de servicio.

Veamos un ejemplo de la manera de conducir el estudio.

2.06.31 Ejemplo

Un motor de 12 CV 1500 r/m velocidad síncrona calculado como motor de jaula sencilla lleva el paquete de chapas que muestra la figura 2.06.31 a. Transformarlo en motor de ranura profunda.

La sección de una barra rotórica de  $10 \times 3,2$  con los cantos redondeados es  $S_b = 30 \text{ mm}^2$  y la del anillo de  $10 \times 10$ , cantos vivos  $S_a = 100 \text{ mm}^2$ . La longitud del paquete,  $L = 140 \text{ mm}$ ; dejando 5 mm entre los extremos del paquete y los aros para facilitar las soldaduras y tomando como longitud de las barras la distancia entre los planos medios de los dos anillos,  $l_b = 140 + 2.5 + 2.5 = 160 \text{ mm}$  y la longitud equivalente, [2.06.09 f y g],

$$L_b = l_b + \frac{D_a S_b Z_2 \theta_a}{2 p^2 S_a \pi \theta_b} = 16 + \frac{13,82 \cdot 30 \cdot 48}{2 \cdot 2^2 \cdot 100 \pi} \pi = 16 + 7,9 = 23,9 \text{ cm}$$

con una resistencia a 20 °C y para  $s = 0$ ,

$$R_b = \frac{10}{56 \cdot 30} (0,16 + 0,079) = 95 + 47 = 142 \mu\Omega / \text{barra}.$$

La permeancia específica de ranura correspondiente a las condiciones de trabajo con deslizamiento normal, es decir sin concentración alguna de corriente, vale, de acuerdo con las permeancias parciales, fig. 1.06.04 a,

$$\lambda_{r(2)} = \frac{10}{3 \cdot 3,5} + \frac{2}{3,5} + \frac{2 \cdot 2}{3,5 + 1} + \frac{1}{1} = 3,414 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

Para conservar la inducción máxima en la raíz de los dientes no es indispensable calcularla previamente aunque también pueda hacerse. Basta mantener invariable la relación  $\frac{\tau_{d(2)}}{t_{0(2)}}$ , [1.04.17 i], y si el número de ranuras  $n_2$  no varía, dejar inalterado  $t_{0(2)}$ . En cualquier caso la inducción aparente  $B'_{10(2)}$  aumentará o disminuirá proporcionalmente a dicha relación.

Al profundizar la ranura se hace menor el grueso radial de la corona rotórica. En ciertos casos el incremento de inducción en el núcleo que ello implica constituye una limitación para la altura posible de la barra.

No es necesario por lo general comprobar esta inducción  $\hat{B}_n$  mientras se observe que la altura radial de la corona del rotor se mantiene igual o superior a la del estator.

Dando a la barra un grueso de 1,2 mm en ranura de 1,5 mm el conservar la sección de 30 mm<sup>2</sup> para aquella requiere una altura de  $\frac{30}{1,2} = 25$  mm y, teniendo en cuenta el redondeado, aproximadamente 26 mm; la ranura será, pues, de 1,5 × 27 mm de sección rectangular.

El diámetro en el fondo pasa a ser  $D_0 = 174,2 - 2 \cdot 27,5 = 117,2$  mm, el paso  $\tau_{0(2)} = \frac{117,2}{48} = 7,80$  mm y el grueso de diente  $t_{0(2)} = 7,80 - 1,5 = 6,30$  mm, algo menor que los 6,5 mm primitivos.

La inducción en la raíz aumentará en la proporción de  $\frac{6,5}{6,30} = 1,03$  o 3 %, lo cual no altera sustancialmente la corriente magnetizante ya que esta inducción será, en cambio, menor que antes del lado del diente próximo al entrehierro.

Dejando los anillos de la misma sección 10 × 10 mm, el diámetro medio de un anillo resulta ahora  $D_a = 119,2 - 10 = 109,2$  cm y la longitud equivalente de barra, [2.06.09 f],

$$L_b = l_b + \frac{D_a S_b Z_2 \theta_a}{2p^2 S_a \pi \theta_b} = 16 + \frac{10,92 \cdot 30 \cdot 48}{2 \cdot 2^2 \cdot 100 \pi} \cdot 1 = 16 + 6,26 = 22,26 \text{ cm}$$

La resistencia por barra a 20° y  $s \approx 0$  pasaría a ser  $R_b = 95 + 47 \frac{6,26}{7,9} = 95 + 37,2 = 132,2 \mu\Omega$ . Para volver a 142  $\mu\Omega$ , rebajamos la longitud axial de cada aro a  $10 \cdot \frac{37,2}{47} = 7,9$  mm.  $\approx 8$  mm.

Calculemos el efecto de la concentración de corriente a la puesta en marcha.

$$\text{Según [1.10.24 e]; a } 20^\circ\text{C con } \rho_2 = \frac{1}{56} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$$

$$\alpha_2 = 0,2\pi \sqrt{\frac{a_2(2)}{a_2} \frac{f}{10^3 \rho_2}} = 0,2\pi \sqrt{\frac{1,2}{1,5} \frac{50}{10^3 \frac{1}{56}}} = 0,94 \text{ cm}^{-1}$$

y para  $h_2 = 2,6$  cm, [1.10.24 d],

$$\zeta_2 = \alpha_2 h_2 = 0,94 \cdot 2,6 = 2,45 \text{ cm}.$$

La figura 1.10.24 c nos da para el coeficiente de resistencia en C.A.,  $\tilde{K} = 2,5$ ;  $\tilde{k} = 1,5$  y la fig. 1.06.06 b, para el de reactancia,  $\tilde{k}_\lambda = 0,65$ .

La resistencia del rotor solo viene afectada por  $\tilde{k}$  en la parte de barra correspondiente al paquete de chapas. Para el conjunto, incluidos los anillos, se reducirá en la proporción de las longitudes respectivas.

$$\tilde{k} = 1,5 \frac{14}{22,26} = 0,945; \tilde{K} = 1,945$$

La resistencia rotórica de 142  $\mu\Omega$  de marcha normal sufre con la nueva jaula un incremento, a la puesta en marcha, del 94,5 %.

A su vez la permeancia de ranura en el momento del arranque pasa a ser, [1.06.07 f], considerando que  $k_\lambda$  sólo afecta a la altura del conductor propiamente dicho (1),

$$\lambda_{r(2)} = \frac{h_{a(2)} k_\lambda}{3a_2} + \frac{2 h_{r(2)}}{a_2 + a_{g(2)}} + \frac{h_{g(2)}}{a_{g(2)}} = \frac{26}{3 \cdot 1,5} \cdot 0,65 + \frac{2 \cdot 2}{1,5 + 0,5} + \frac{0,7}{0,5} = 3,75 + 1,82 + 1,4 = 6,97 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \quad [2.06.31 a]$$

y en marcha normal cuando  $k_\lambda = 1$

$$\lambda_{r(2)} = \frac{26}{3 \cdot 1,5} + \frac{2 \cdot 2}{1,5 + 0,5} + \frac{0,7}{0,5} = 5,78 + 1,82 + 1,4 = 9 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \quad [2.06.31 b]$$

valor un tanto excesivo comparado con el del motor de corto circuito ordinario  $\left(3,414 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}\right)$ .

Convendrá, pues, según se acostumbra hacer en todos estos casos, aumentar la anchura de la barra y mantener la resistencia rotórica total a expensa de incrementar la de los anillos, lo cual sin embargo, no debe llevarse a límites extremos por simple reducción de la sección de los mismos ya que existe el peligro de disminuir la capacidad térmica durante el arranque y provocar un calentamiento excesivo. Cuando las circunstancias lo aconsejen, el aumento de resistencia de los anillos puede lograrse, incluso agrandando la sección, si se construyen de bronce o de latón: también cabe adoptar esta solución para las barras.

Probemos nuevamente con una anchura de barras de 2,2 mm y 2,5 para la ranura. La sección y la resistencia de la barra en sí, a 20 °C y  $s \approx 0$  resultan ser

$$S_b \approx 25 \cdot 2,2 = 55 \text{ mm}^2$$

$$r_b = 95 \frac{1,2}{2,2} = 51,8 \mu\Omega$$

debiendo aumentarse la de los anillos a  $142 - 51,8 = 90,2 \mu\Omega$ ; esto se consigue reduciendo la longitud axial de cada uno a

$$7,9 \cdot \frac{47}{80,2} = 4,11 \text{ mm.}$$

Como una sección tan pequeña disminuiría en la misma proporción la capacidad térmica, cambiemos el material por latón del llamado «1/3 de conductividad»,  $\chi = 15 \frac{\text{S} \cdot \text{m}}{\text{mm}^2}$  a 20 °C (párr. 1.01.06), aumentando la longitud en cuestión a

$$4,11 \frac{56}{15} = 15,3 \approx 15 \text{ mm.}$$

$$S_a = 10 \times 15 = 150 \text{ mm}^2$$

(1) En rigor la concentración de corriente va acompañada de un desfase de los filamentos de esta última que influye también, como en el caso de los arrollamientos de dos capas con paso acortado, sobre la dispersión en el circuito de aire por encima de la barra. No obstante aquí puede prescindirse de este efecto.

Barras y anillos se hallan así muy mejoradas en este aspecto. La resistencia del rotor a 20 °C y  $s \approx 0$  sigue invariable en 142  $\mu\Omega$ /barra como en el motor primitivo de jaula normal.

En el momento del arranque es ahora, [1.10.24 e],

$$\alpha_2 = 0,2 \pi \sqrt{\frac{a_{(2)}}{a_2} \frac{f}{10^3 \rho_2}} = 0,2 \pi \sqrt{\frac{2,2}{2,5} \frac{50}{10^3 \frac{1}{56}}} = 0,985 \text{ cm}^{-1}$$

$$\zeta_1 = \alpha_2 h_2 = 0,985 \cdot 2,6 = 2,56 \text{ cm}^0$$

$\tilde{K} = 2,5$  (prácticamente como para la barra de 1,2 mm de grueso), fig. 1.10.24 c;  
 $\tilde{h} = 1,5$

$\tilde{k}_\lambda = 0,65$  (también sin variación sensible), fig. 1.06.06 b.

Consideremos, en lo que se refiere a la resistencia, el rotor completo; al ser  $\rho_a$  y  $\rho_b$  diferentes, se tiene, [2.06.09 f y g],

$$L_b = l_b + \frac{D_a S_b Z_2 \rho_a}{2 p^2 S_a \pi \rho_b} = 16 + \frac{10,92 \cdot 55 \cdot 48 \cdot 56}{2 \cdot 2^2 \cdot 150 \cdot \pi \cdot 15} = 16 + 28,5 = 44,5 \text{ cm}$$

(Podemos comprobar la resistencia:

$$R_b = \frac{\rho_b L_b}{S_b} 10^4 = \frac{10^4}{56 \cdot 55} (16 + 28,5) = 52 + 92,5 = 142,5 \mu\Omega$$

tal como se ha propuesto: 142  $\mu\Omega$ /barra).

El incremento  $\tilde{k}$  que afecta sólo a la parte de barra embebida en el núcleo, de 14 cm de longitud, aplicado al complejo barras-anillos se reduce a

$$1,5 \frac{14}{44,5} = 0,47.$$

y

$$\tilde{K} = 1 + \tilde{k} = 1,47.$$

Esto implica un aumento de resistencia rotórica a la puesta en marcha de aprox. el 47 %, en lugar del 95 % sin las barras reforzadas. Como compensación, la permeancia por ranura en el arranque desciende a, [2.06.31 a],

$$\lambda_{r(2)} = \frac{26 \cdot 0,65}{3 \cdot 2,5} + 1,82 + 1,4 = 2,25 + 1,82 + 1,4 = 5,47 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

en lugar de 6,97; y en marcha normal, [2.06.31 b],

$$\lambda_{r(2)} = \frac{26}{3 \cdot 2,5} + 1,82 + 1,4 = 6,69 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

en vez de 9. De todos modos aún es casi el doble que para el motor de jaula ordinaria y aunque constituye uno solo de los varios sumandos que integran la permeancia total, el incremento que se deriva, junto con el aumento de resistencia reducirá algo la corriente de arranque, lo cual es ventajoso, pero al mismo tiempo hará que el incremento de par de arranque no llegue tampoco al que se desprende del incremento de resistencia rotórica (el 47 %).

Al pasar la ranura desde 1,5 a 2,5 mm de anchura tangencial, el grueso de diente en la raíz bajará de 6,3 a 5,3 mm. En suma, la inducción en este punto habrá aumentado con respecto al motor original en

$$\frac{6,5}{5,3} = 1,22$$

o 22 % lo cual todavía en este motor no resulta excesivo por trabajar inicialmente con un valor  $B_{0(2)}$  muy bajo (1.45 T). En otro caso, ya sería una inducción demasiado alta.

Llegando a este punto, con el rotor resuelto en principio y una orientación sobre las características que cabe esperar, puede ser conveniente completar los cálculos siguiendo el camino trazado en el párrafo 2.06.29 para asegurarse de las condiciones de funcionamiento en sus varios aspectos.

Las ecuaciones relativas a la potencia y, par máximos son de escaso valor en los motores de ranura profunda, si no se corrigen los parámetros en función del deslizamiento ocasional, debiendo empezarse por establecer esto con carácter transitorio y proceder por aproximaciones sucesivas, lo cual resulta muy laborioso.

Más práctico viene a ser en todo caso trazar las curvas de corriente, de par, etc., en función del deslizamiento  $s$  a través de los parámetros variables, ya que sabemos cómo pueden calcularse una vez fijada  $s$ . Aún así el estudio se alarga extraordinariamente, por lo cual, lo mismo que suele hacerse para el motor de doble jaula, el análisis se reduce a las condiciones de marcha normal y de arranque.

### 2.06.32 Rotor de doble jaula

La barra rotórica se subdivide tangencialmente en dos, estrechándose la ranura en el espacio entre ambas para acentuar la dispersión de la barra interior y aumentar la concentración de corriente sobre la exterior durante el proceso de arranque, o sea, mientras la frecuencia rotórica por efecto del deslizamiento es considerable. A P.C., con deslizamiento normal, la distribución de corriente vuelve a ser prácticamente uniforme en toda la sección conductora del rotor.

El cálculo de las características de funcionamiento a P.C. no se diferencia, pues, del de un motor ordinario de jaula de ardilla o de ranura profunda; se distingue de uno y otro solamente por la forma especial del circuito de dispersión de las ranuras (fig. 2.06.32 a) que conduce, por regla general, a una reactancia de corto circuito, es decir, referida a la frecuencia de la red (tal como interviene en las expresiones de dichas características) algo más elevada que en aquellos otros tipos de motores.

En el momento de la puesta en marcha la concentración de corriente sobre la jaula exterior altera grandemente los parámetros de servicio así como el comportamiento de una y otra jaula, las cuales han de estudiarse entonces por separado y conducen a nuevos valores de aquellos parámetros que son precisamente los que han de introducirse en el cálculo de las características de arranque con  $s = 1$ . A cada valor de  $s$  corresponde un nuevo sistema de constantes rotóricas constituido por la resistencia y por la reactancia combinadas referidas ambas a la frecuencia de línea. De hecho en lo referente al segundo parámetro (y lo mismo puede decirse para los motores de ranura

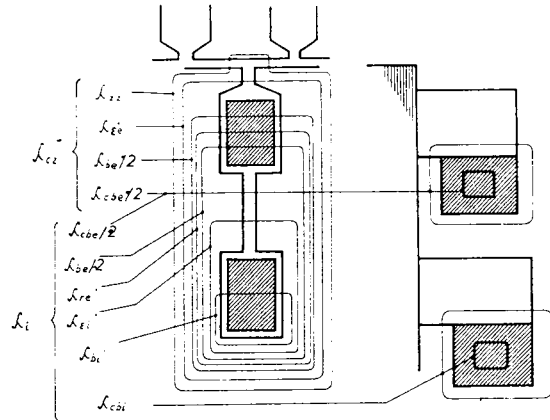


Fig. 2.06.32 a. Esquema de las permeancias de una doble jaula.

profunda), lo que sucede es que la permeancia equivalente de las ranuras rotóricas, no obstante hallarse integrada en un circuito magnético de permeabilidad constante (prácticamente aire), varía con la frecuencia al alterarse la distribución de la corriente y con ella la configuración del campo de dispersión. Tal fenómeno no se produce en los motores normales de jaula simple, donde

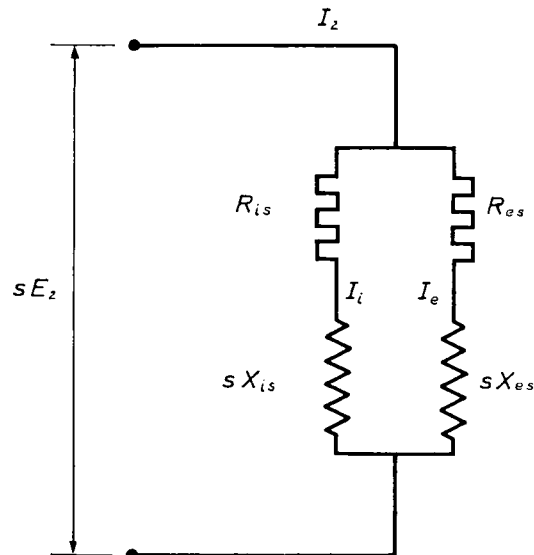


Fig. 2.06.33 a. Circuito rotórico de un motor de doble jaula.

la permeancia de dispersión rotórica es independiente del deslizamiento y éste viene a influir casi proporcionalmente sobre la reactancia de servicio, pero no, apenas, sobre el coeficiente de autoinducción que permanece constante a cualquier velocidad.

2.06.33 Circuito equivalente del rotor

El esquema sencillo de la fig. 2.06.01 a habrá que sustituirlo por el de la fig. 2.06.33 a.

$R_{is}$   $R_{es}$  son las resistencias óhmicas, por fase, propias de las jaulas interior y exterior, dependiente cada una, aunque ligeramente, del deslizamiento  $s$ , si se tiene en cuenta la desigual distribución de la densidad de corriente dentro de cada barra.

$X_{is}$   $X_{es}$  son las reactancias por fase de una y otra jaula (cuyas permeancias respectivas de dispersión propia dependen, también en parte, del deslizamiento) referidas ambas a la frecuencia de la red, de tal modo que ( $s X_{is}$ ) y ( $s X_{es}$ ) serán las reactancias efectivas para cada deslizamiento  $s$  teniendo en cuenta ambas influencias: la de las permeancias  $A_{is}$ ,  $A_{es}$  y la de la pulsación  $\omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi (sf_1)$

$I_i$   $I_e$  son las corrientes respectivas por fase, en una y otra jaula e  $I_2$  la corriente combinada.

$s E_2$  es la f.e.m. por fase rotórica con el deslizamiento  $s$  siendo  $E_2$  el valor que resulta para  $s = 1$  (motor parado).

Podemos reducir el rotor al reposo basándonos, como lo hicimos con el motor de jaula simple, en las ecuaciones [2.06.01 c], fig. 2.06.01 b,

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_2}}; \text{tg } \varphi_2 = \frac{X_2}{\left(\frac{R_2}{s}\right)}$$

y sustituir el circuito anterior por el esquema equivalente de la fig. 2.06.33 b cuyas propiedades se traducen en las del motor en servicio para cada valor de  $s$ .

Ahora bien: es posible simplificar el estudio sin grave error introduciendo algunas hipótesis que no alteran fundamentalmente los hechos.

Por lo pronto admitiremos que el flujo de dispersión común a ambas jaulas, debido a la corriente  $I_2$ , combinada de ambas,  $I_i$  e  $I_e$ , sea independiente de la distribución de dicha corriente (1).

(1) Sería rigurosamente cierto si no hubiese desfase alguno entre  $I_i$  e  $I_e$ .

Este flujo viene representado esquemáticamente por las líneas  $\lambda_{i2}$  y  $\lambda_{ee}$  de la fig. 2.06.32 a, exteriores a ambas barras.

La permeancia del circuito asociado será, pues, constante con cualquier

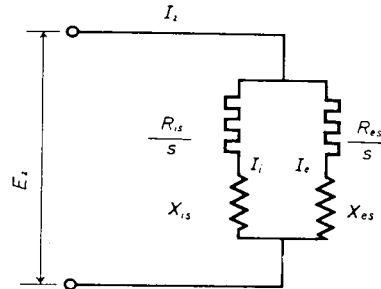


Fig. 2.06.33 b. Circuito equivalente del rotor de doble jaula reducido al reposo.

deslizamiento y la reactancia del mismo referida al deslizamiento  $s = 1$  la representamos por  $X_{e2}$ .

En segundo lugar, vamos a prescindir de la reactancia de la jaula exterior que radica en parte en los aros extremos de corto circuito y en parte, por las barras, es común a las dos jaulas. Estos flujos no son muy grandes relativamente pero para compensar algo el error cometido, dicho flujo o lo que es

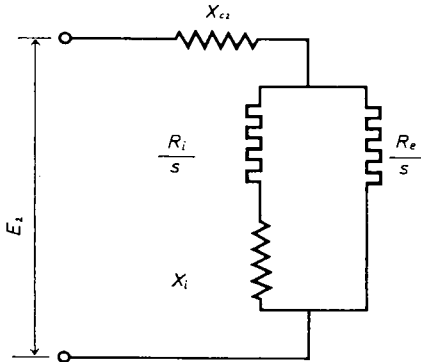


Fig. 2.06.33 c. Circuito equivalente simplificado del rotor.

Permeancia específica correspondiente a  $X_{e2}$  (fig. 2.06.32 a)

$$\lambda_{e(2)} = (\lambda_{i(2)} + \lambda_{ee}) + \left( \frac{\lambda_{be}}{2} + \frac{\lambda_{cbe}}{2} \right)$$

Permeancia específica correspondiente a  $X_{i2}$

$$\lambda_i = (\lambda_{bi} + \lambda_{e1} + \lambda_{cbi}) + \lambda_{re} + \left( \frac{\lambda_{be}}{2} + \frac{\lambda_{cbe}}{2} \right)$$

igual, la permeancia específica  $\lambda_{be}$  de su circuito magnético, y la del anillo asociado  $\lambda_{cbe}$ , figura 2.06.32 a, las atribuiremos por mitad a la jaula interior y al circuito magnético común a ambas jaulas.

Así  $X_{e2}$  vendrá determinada por

- la permeancia específica de cabeza de dientes  $\lambda_{i(2)}$  representada esquemáticamente en la figura 2.06.32 a
- la de entrada exterior a la ranura  $\lambda_{ee}$

- la mitad de la correspondiente a la ranura exterior, teniendo en cuenta la concatenación progresiva del flujo:  $\frac{\lambda_{be}}{2}$

- la mitad de la permeancia específica de los aros exteriores  $\frac{\lambda_{cbe}}{2}$

La permeancia específica común a ambas jaulas pasa a ser entonces

$$\lambda_{c(2)} = \lambda_{i(2)} + \lambda_{ee} + \left( \frac{\lambda_{be}}{2} + \frac{\lambda_{cbe}}{2} \right) \left( \frac{M/Gb}{\text{cm}} \right) \quad [2.06.33 a]$$

De este modo hemos eliminado, de paso la reactancia  $X_{es}$

$$X_{es} = 0$$

a la vez que incrementamos también la de la jaula interior  $X_{is}$  en la suma  $\left( \frac{\lambda_{be}}{2} + \frac{\lambda_{cbe}}{2} \right)$  creando así una permeancia específica (fig. 2.06.32 a)

$$\lambda_i = \lambda_{bi} + \lambda_{cbi} + \lambda_{ei} + \lambda_{re} + \left( \frac{\lambda_{be}}{2} + \frac{\lambda_{cbe}}{2} \right) \left( \frac{M/Gb}{\text{cm}} \right) \quad [2.06.33 b]$$

La tercera hipótesis, también justificada, ya que las barras de las dos jaulas no son muy profundas, consiste en admitir que la desigual distribución de densidades debida a la frecuencia se manifiesta entre ambas jaulas pero no en la sección de cada una de ellas. Entonces las resistencias óhmicas individuales que hemos designado por  $R_{is}$  y  $R_{es}$  y la reactancia  $X_{is}$ , queriendo aludir con el subíndice  $s$  al efecto de la concentración local dentro de las barras mismas, se mantienen constantes a todas las velocidades y podemos sustituirlas por los valores respectivos  $R_i$  y  $R_e$  con corriente continua, a la temperatura que se considere, y  $(sX_i)$ , respectivamente;  $X_i$ , para  $s = 1$ .

En vista de todo ello, el circuito equivalente de la fig. 2.06.33 b se transforma en el de la fig. 2.06.33 c, más simple, sobre el cual vamos a fundar el análisis del motor en las condiciones de arranque y de servicio normal.

### 2.06.34 Resistencia y reactancia combinadas del rotor en función del deslizamiento.

Basándonos, pues, en el circuito de la fig. 2.06.33 c, empecemos por calcular la impedancia combinada  $Z_{ie(s)}$  de las dos vías en paralelo como inversa de la suma de conductancias

$$Z_{ie(s)} = \frac{1}{\frac{1}{\left(\frac{R_e}{s}\right)} + \frac{1}{\left(\frac{R_i}{s}\right) + jX_i}} = \frac{1}{\frac{s}{R_e} + \frac{s}{R_i + jsX_i}}$$

$$= \frac{1}{s} \frac{R_i (R_i + j s X_i)}{R_i (R_i + j s X_i) + R_e} = \frac{1}{s} \frac{R_i (R_i + j s X_i)}{(R_i + R_e) + j s X_i}$$

Transformemos el denominador en real, para lo cual multiplicaremos por su conjugada ambos términos de la fracción,

$$Z_{u(s)} = \frac{1}{s} \frac{R_e (R_i + j s X_i) [(R_i + R_e) - j s X_i]}{(R_i + R_e)^2 + (s X_i)^2}$$

Desarrollemos el numerador y agrupemos las componentes de cada género, reales e imaginarias

$$Z_{u(s)} = \frac{R_e [R_i (R_i + R_e) + (s X_i)^2]}{s [(R_i + R_e)^2 + (s X_i)^2]} + j \frac{R_e^2 X_i}{(R_i + R_e)^2 + (s X_i)^2}$$

Poniendo de manifiesto las dos componentes  $\frac{R_{ie(s)}}{s}$  y  $X_{ie(s)}$  de  $Z_{u(s)}$

$$Z_{u(s)} = \frac{R_{ie(s)}}{s} + j X_{ie(s)} \quad [2.06.34 a]$$

obtenemos para la resistencia óhmica y la reactancia combinadas, respectivamente,

$$R_{ie(s)} = \frac{R_e [R_i (R_i + R_e) + (s X_i)^2]}{(R_i + R_e)^2 + (s X_i)^2} \quad (\Omega) \quad [2.06.34 b]$$

y

$$X_{ie(s)} = \frac{R_e^2 X_i}{(R_i + R_e)^2 + (s X_i)^2} \quad (\Omega) \quad [2.06.34 c]$$

Añadiendo a esta impedancia la debida al flujo de dispersión común a ambas jaulas,  $X_{c2}$ , fig. 2.06.33 c, tendremos como expresiones de la resistencia óhmica  $R_{2(s)}$  y la reactancia  $X_{2(s)}$  del rotor para cualquier deslizamientos

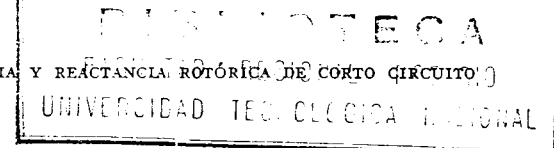
$$R_{2(s)} = R_{ie(s)} = \frac{R_e [R_i (R_i + R_e) + (s X_i)^2]}{(R_i + R_e)^2 + (s X_i)^2} \quad (\Omega) \quad [2.06.34 d]$$

$$X_{2(s)} = X_{c2} + X_{ie(s)} = X_{c2} + \frac{R_e^2 X_i}{(R_i + R_e)^2 + (s X_i)^2} \quad (\Omega) \quad [2.06.34 e]$$

$$Z_{2(s)} = \frac{R_{2(s)}}{s} + j X_{2(s)} \quad (\Omega) \quad [2.06.34 f]$$

Dando valores a  $s$  podemos hallar los parámetros respectivos que resultan para cada velocidad, durante el periodo de arranque por ejemplo.

Interesan sobre todo las condiciones iniciales de arranque y las de marcha a P.C. con deslizamiento normal.



### 2.06.35 Resistencia y reactancia rotóricas de corto circuito correspondientes a las condiciones de marcha normal y de arranque.

En marcha normal el deslizamiento es muy pequeño; tomando en el límite  $s = 0$  las ecuaciones [2.06.34 d y e] nos dan

$$R_{2(0)} = \frac{R_i R_e}{R_i + R_e} \quad [2.06.35 a]$$

como corresponde simplemente a las dos jaulas óhmicas en paralelo sin influencia alguna de la reactancia; y

$$\left. \begin{aligned} X_{ie(0)} &= X_i \left( \frac{R_e}{R_i + R_e} \right)^2 \\ X_{2(0)} &= X_{c2} + X_{ie(0)} = X_{c2} + X_i \left( \frac{R_e}{R_i + R_e} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad [2.06.35 b]$$

La reactancia rotórica de servicio (reducida a la frecuencia de la red) es menor que la suma, en las mismas condiciones, de la debida al flujo de dispersión común ( $X_{c2}$ ) y la de la jaula interior  $X_i$  única que resta según nuestras hipótesis. Esta disminución compensa en algo el aumento de permeancia  $\lambda_i$  con la cual debe calcularse  $X_i$ , [2.06.33 b].

Antes de proseguir el desarrollo conviene introducir dos parámetros de relación entre ambas jaulas que son característicos y decisivos en el comportamiento del motor, a saber

$$\gamma = \frac{R_i + R_e}{R_i} \quad [2.06.35 c]$$

y

$$\nu = \frac{X_{ie(0)}}{R_{2(0)}} \quad [2.06.35 d]$$

$\nu$  expresa la tangente trigonométrica del circuito de las jaulas rotóricas en servicio (excluido el flujo de dispersión común a ambos), referida la reactancia con la frecuencia de línea.

Es fácil ver que, al mismo tiempo

$$\boxed{\gamma} = \frac{1}{\left( \frac{R_i}{R_i + R_e} \right)} = \frac{R_e}{\left( \frac{R_i R_e}{R_i + R_e} \right)} = \frac{R_e}{R_{2(0)}} \quad [2.06.35 e]$$

$\gamma$  es pues, por definición, la relación entre la resistencia óhmica de la jaula exterior y la combinada de ambas jaulas; o sea:



$$\boxed{R_e = \gamma R_{2(0)}} \quad (\Omega) \quad [2.06.35 f]$$

y también, de

$$\gamma = \frac{R_i + R_e}{R_i} = 1 + \frac{R_e}{R_i},$$

se deduce

$$\frac{R_e}{R_i} = \gamma - 1 \quad [2.06.35 g]$$

de donde

$$\boxed{R_i} = \frac{R_e}{\gamma - 1} = \left[ \frac{\gamma}{\gamma - 1} R_{2(0)} \right] \quad (\Omega) \quad [2.06.35 h]$$

y

$$R_i + R_e = \left( \gamma + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \right) R_{2(0)} = \frac{\gamma^2}{\gamma - 1} R_{2(0)} \quad [2.06.35 i]$$

Asimismo en función de  $\gamma$ , y de la reactancia combinada de ambas jaulas en servicio (excluido el flujo común de dispersión), o sea, en función de  $X_{ie(0)}$ , la reactancia de la jaula interna a la frecuencia de la red viene dada por [b], [c] y [g]

$$\boxed{X_i} = X_{ie(0)} \left( \frac{R_i + R_e}{R_e} \right)^2 = X_{ie(0)} \left( \frac{R_i + R_e}{R_i} \frac{R_i}{R_e} \right) = \left[ \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} \right)^2 X_{ie(0)} \right] \quad (\Omega) \quad [2.06.35 j]$$

Vemos, pues, que  $\gamma$  nos relaciona fácilmente los valores de las constantes  $R_i$ ,  $R_e$  y  $X_i$  del rotor con la resistencia  $R_{2(0)}$  y la reactancia  $X_{2(0)}$  en servicio (deslizamiento prácticamente nulo) y a la inversa.

El parámetro  $\nu$  en unión del anterior  $\gamma$  nos va a permitir extender estas relaciones a cualquier otro deslizamiento  $s$ , en particular al de arranque ( $s = 1$ ).

En efecto: la expresión general de la resistencia  $R_{2(s)}$  [2.06.34 d] para un deslizamiento  $s$ , se traduce, luego de transformada, en (1)

(1) He aquí el desarrollo, [2.06.35 f, i, j, d]:

$$R_{2(s)} = \frac{\gamma R_{2(0)} \left[ \frac{\gamma}{\gamma - 1} R_{2(0)} \frac{\gamma^2}{\gamma - 1} R_{2(0)} + s^2 \frac{\gamma^4}{(\gamma - 1)^4} X_{ie(0)}^2 \right]}{\frac{\gamma^4}{(\gamma - 1)^2} R_{2(0)}^2 + s^2 \frac{\gamma^4}{(\gamma - 1)^4} X_{ie(0)}^2} =$$

$$\frac{\frac{\gamma^4}{(\gamma - 1)^2} R_{2(0)}^2 + s^2 \frac{\gamma^4}{(\gamma - 1)^4} R_{2(0)} X_{ie(0)}^2}{\frac{\gamma^4}{(\gamma - 1)^2} R_{2(0)}^2 + s^2 \frac{\gamma^4}{(\gamma - 1)^4} X_{ie(0)}^2} = \frac{R_{2(0)}^2 + s^2 \frac{\gamma}{(\gamma - 1)^2} R_{2(0)} X_{ie(0)}^2}{R_{2(0)}^2 + s^2 \frac{X_{ie(0)}^2}{(\gamma - 1)^2}}$$

$$\boxed{R_{2(s)}} = \frac{R_e [R_i (R_i + R_e) + (s X_i)^2]}{(R_i + R_e)^2 + (s X_i)^2} = \boxed{R_{2(0)} \left[ 1 + \frac{s^2 \nu^2 (\gamma - 1)}{(\gamma - 1)^2 + s^2 \nu^2} \right]} \quad (\Omega) \quad [2.06.35 k]$$

Análogamente (1), [2.06.34 c],

$$X_{ie(s)} = \frac{R_e^2 X_i}{(R_i + R_e)^2 + (s X_i)^2} = \left. \begin{aligned} & X_{ie(0)} \frac{1}{1 + \left( \frac{s \nu}{\gamma - 1} \right)^2} \quad (\Omega) \\ & = X_{ie(0)} \frac{(\gamma - 1)^2}{(\gamma - 1)^2 + s^2 \nu^2} \quad (\Omega) \end{aligned} \right\} [2.06.35 l]$$

En el momento del arranque, cuando  $s = 1$ ,

$$\boxed{R_{2(1)}} = R_{2(0)} \left( 1 + \frac{(\gamma - 1) \nu^2}{(\gamma - 1)^2 + \nu^2} \right) \quad (\Omega) \quad [2.06.35 m]$$

$$\boxed{X_{ie(1)}} = X_{ie(0)} \frac{1}{1 + \left( \frac{\nu}{\gamma - 1} \right)^2} = X_{ie(0)} \frac{(\gamma - 1)^2}{(\gamma - 1)^2 + \nu^2} \quad (\Omega) \quad [2.06.35 n]$$

$$= R_{2(0)}^2 \frac{R_{2(0)}^2 + s^2 \frac{\gamma}{(\gamma - 1)^2} X_{ie(0)}^2}{R_{2(0)}^2 + s^2 \frac{\gamma}{(\gamma - 1)^2} X_{ie(0)}^2} = R_{2(0)} \frac{1 + s^2 \frac{\gamma}{(\gamma - 1)^2} \left( \frac{X_{ie(0)}}{R_{2(0)}} \right)^2}{1 + s^2 \frac{\gamma}{(\gamma - 1)^2} \left( \frac{X_{ie(0)}}{R_{2(0)}} \right)^2}$$

$$R_{2(s)} = R_{2(0)} \frac{1 + s^2 \frac{\gamma}{(\gamma - 1)^2} \nu^2}{1 + s^2 \frac{\gamma}{(\gamma - 1)^2} \nu^2} = R_{2(0)} \frac{(\gamma - 1)^2 + s^2 \gamma \nu^2}{(\gamma - 1)^2 + s^2 \nu^2}$$

$$R_{2(s)} = R_{2(0)} \frac{(\gamma - 1)^2 + s^2 \gamma^2 \nu^2 + s^2 \nu^2 - s^2 \nu^2}{(\gamma - 1)^2 + s^2 \nu^2} = R_{2(0)} \left[ 1 + \frac{s^2 \nu^2 (\gamma - 1)}{(\gamma - 1)^2 + s^2 \nu^2} \right]$$

(1) He aquí la demostración, [2.06.35 f, i, z, d],

$$X_{ie(s)} = \frac{R_e^2 X_i}{(R_i + R_e)^2 + (s X_i)^2} = \frac{\gamma^2 R_{2(0)}^2 \frac{\gamma^3}{(\gamma - 1)^2} X_{ie(0)}}{\frac{\gamma^4}{(\gamma - 1)^2} R_{2(0)}^2 + s^2 \frac{\gamma^4}{(\gamma - 1)^4} X_{ie(0)}^2}$$

$$= X_{ie(0)} \frac{R_{2(0)}^2 \frac{\gamma^4}{(\gamma - 1)^2}}{\frac{\gamma^4}{(\gamma - 1)^2} R_{2(0)}^2 + s^2 \frac{\gamma^4}{(\gamma - 1)^4} X_{ie(0)}^2} = X_{ie(0)} \frac{R_{2(0)}^2}{R_{2(0)}^2 + s^2 \frac{1}{(\gamma - 1)^2} X_{ie(0)}^2}$$

$$= X_{ie(0)} \frac{1}{1 + \frac{s^2 \nu^2}{(\gamma - 1)^2}} = X_{ie(0)} \frac{1}{1 + \left( \frac{s \nu}{\gamma - 1} \right)^2}$$

$$X_{2(1)} = X_{c2} + X_{ie(0)} \frac{(\gamma - 1)^2}{(\gamma - 1) + \nu^2} = X_{c2} + X_{ie(1)} \quad (2) \quad [2.06.35 \text{ o}]$$

Para unos valores dados de la resistencia  $R_{2(0)}$  y de la reactancia  $X_{ie(0)}$  correspondientes, por ejemplo, a las de un motor de jaula simple, dada, pues, la relación  $\nu = \frac{X_{ie(0)}}{R_{2(0)}}$ , la resistencia a la puesta en marcha es máxima cuando <sup>(1)</sup>

$$\gamma = 1 + \nu \quad [2.06.35 \text{ p}]$$

Esta solución tiende a acercar el motor a las condiciones de máximo par de arranque pero no siempre conduce exactamente a este resultado ya que una resistencia rotórica excesiva disminuye la corriente inicial la cual influye a su vez en dicho par como el cuadrado de la misma. Conviene elegir un valor de  $\lambda$  algo inferior al que da la fórmula [o].

Suponiendo, por el momento que se adoptase aquella solución,  $\lambda = \nu + 1$ , tendríamos para la resistencia  $R_2$  y la reactancia  $X_e$  a cualquier deslizamiento, [k] y [l]

$$R_{2(s)} = R_{2(0)} \left[ 1 + \frac{s^2 \nu^3}{\nu^2 + s^2 \nu^2} \right] = R_{2(0)} \left[ 1 + \frac{\nu s^2}{1 + s^2} \right] \quad [2.06.35 \text{ q}]$$

$$X_{ie(s)} = X_{ie(0)} \frac{1}{1 + s^2}$$

con la particularidad de que la suma  $(R_{2(s)} + X_{ie(s)})$  permanece entonces constante <sup>(2)</sup>

(1) Basta derivar [m] respecto a  $\nu$  e igualar a cero

$$[(\gamma - 1)^2 + \nu^2] \nu^2 - (\gamma - 1) \nu^2 \cdot 2(\gamma - 1) = 0$$

$$(\gamma - 1)^2 + \nu^2 - 2(\gamma - 1) = 0$$

$$\nu^2 = (\gamma - 1)^2 \quad \nu = \gamma - 1$$

(2) En efecto:

$$R_{2(s)} + X_{ie(s)} = R_{2(0)} \left[ 1 + \frac{\nu s^2}{1 + s^2} \right] + X_{ie(0)} \frac{1}{1 + s^2} =$$

$$= R_{2(0)} + R_{2(0)} \frac{\nu s^2}{1 + s^2} + X_{ie(0)} \frac{1}{1 + s^2} =$$

$$R_{2(0)} + \frac{X_{ie(0)}}{\nu} \frac{\nu s^2}{1 + s^2} + X_{ie(0)} \frac{1}{1 + s^2} =$$

$$R_{2(0)} + X_{ie(0)} \left[ \frac{s^2}{1 + s^2} + \frac{1}{1 + s^2} \right] = R_{2(0)} + X_{ie(0)}$$

$$R_{2(s)} + X_{ie(s)} = R_{2(0)} + X_{ie(0)} = R_{2(1)} + X_{ie(1)}$$

y en el momento de la puesta en marcha,  $s = 1$ , se tendrá

$$R_{2(1)} = R_{2(0)} + X_{ie(0)} \frac{1}{2} \quad [2.06.35 \text{ r}]$$

$$X_{ie(1)} = \frac{X_{ie(0)}}{2} \quad [2.06.35 \text{ s}]$$

o sea, la que mitad de la reactancia  $X_{ie(0)}$  de las jaulas en servicio se habrá convertido en resistencia.

El valor aparente óptimo de  $\gamma = \nu + 1$  o  $\gamma - 1 = \nu$  ocasiona fácilmente depresiones en la característica de arranque  $M = f(s)$ , sobre todo con valores elevados de  $\gamma$ , y, por tanto, de la resistencia de la jaula exterior, lo cual hace ilusoria la ventaja de aumentar el par de puesta en marcha.

La fig. 2.06.35 a muestra las curvas del par relativo  $\hat{M}$  con respecto al nominal, en función de  $s$ , según distintos valores de  $\gamma$ , para un motor donde

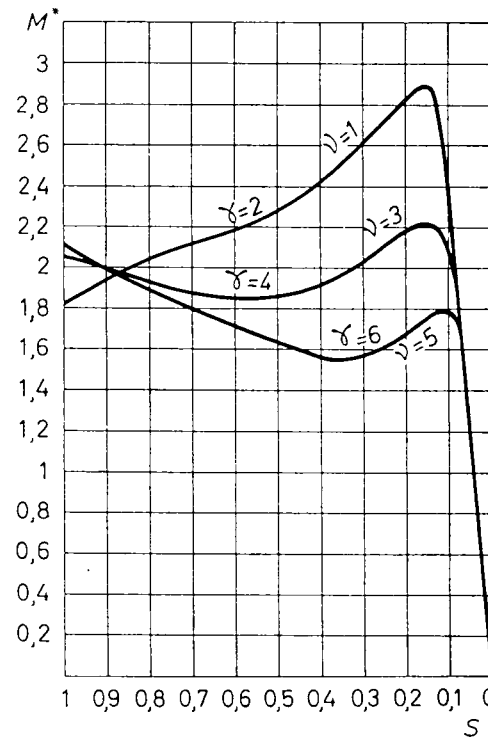


Fig. 2.06.35 a. Características de par relativo  $\hat{M}$  en función del deslizamiento  $s$  para un motor de doble jaula con  $\gamma = \mu + 1$

$$\left( \gamma = \frac{R_e}{R_{2(0)}} \quad \mu = \frac{X_{ie(0)}}{R_{2(0)}} \right)$$

se ha adoptado la relación aparentemente más favorable  $\gamma = \nu + 1$ . Nótese el hundimiento de la característica para  $\gamma = 6$ . En cambio la fig. 2.06.35 b nos da las curvas que se obtienen haciendo  $\gamma = \frac{\nu}{2} + 1$ ; si es además  $\gamma \approx 2,5$  todo el proceso de arranque se desarrolla a par casi constante, condición normalmente muy satisfactoria.

La curva  $\gamma = 2$  convendría para un motor con mayores sobrecargas instantáneas y la tercera  $\gamma = 4$  para un motor de característica «blanda» como, por ejemplo, los que van provistos de volante de inercia en las prensas y en laminación.

Por lo general conviene acercarse a los valores

$$\left. \begin{aligned} \gamma &\approx 2 \approx \frac{\nu}{2} + 1 \\ \nu &\approx 2 \end{aligned} \right\} \quad [2.06.35 \text{ t}]$$

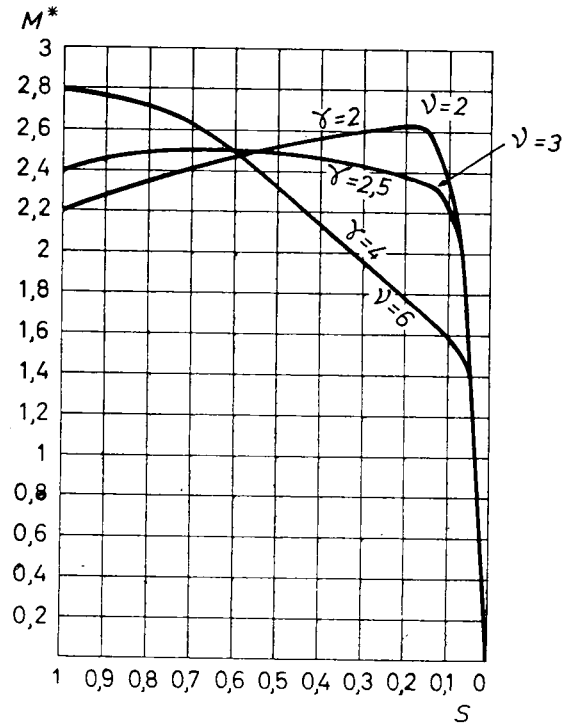


Fig. 2.06.35 b. Característica de par relativo  $\dot{M}$  en función del deslizamiento  $s$  para un motor de doble jaula con

$$\gamma = \frac{\nu}{2} + 1$$

lo que equivale a hacer, [2.06.35 f, h, d],

$$\left. \begin{aligned} R_s &= 2 R_{2(0)} \\ R_l &= 2 R_{2(0)} \\ X_{le(0)} &= 2 R_{2(0)} \end{aligned} \right\} \quad [2.06.35 \text{ u}]$$

o, [2.06.35 j],

$$X_l = \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\right)^2 X_{li(0)} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 2 R_{2(0)} = 8 R_{2(0)}$$

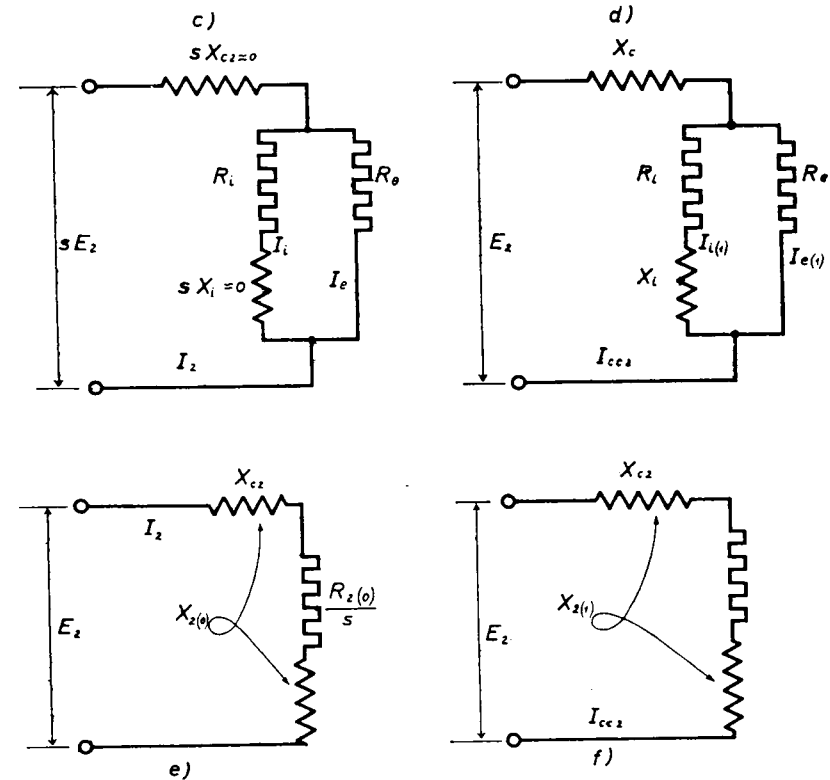


Fig. 2.06.35 El rotor de doble jaula  
 c) Circuito del rotor en servicio normal  
 d) Circuito del rotor en el momento del arranque  
 e) Circuito equivalente del rotor en servicio normal  
 f) Circuito equivalente del rotor en el momento del arranque

en la misma relación que estas constantes por fase rotórica se hallan las correspondientes magnitudes por ranura (véase párrafo siguiente).

Las figuras 2.06.35 c a f muestran el circuito real y el equivalente del rotor en servicio y en el momento de la puesta en marcha.

### 2.06.36 Evaluación de las constantes rotóricas

En el cálculo hay que partir de las constantes por barra o por ranura que designaremos por las mismas letras que las de fase, pero minúsculas; la longitud geométrica de una barra la representaremos por  $l_i$  para la interior y  $l_e$  para la exterior y por  $L_i$  y  $L_e$ , respectivamente, las que incluyen el suplemento activo debido a los aros extremos de corto circuito [2.06.09 d a g].

Así, por ejemplo, admitiendo materiales distintos para barras y anillos,

$$L_i = l_i + \frac{D_{ai}}{p} \frac{I_{ai}}{I_{bi}} \frac{S_{bi}}{S_{ai}} \frac{\rho_{ai}}{\rho_{bi}} \quad (\text{m}) \quad [2.06.36 \text{ a}]$$

De este modo,

$r_i$  será la resistencia equivalente por barra exterior en  $\Omega$

$$r_i = \frac{\rho_{bi} L_i}{S_{bi}} \quad (\Omega/\text{barra interior})$$

$r_e$  es la resistencia equivalente por barra interior en  $\Omega$

$$r_e = \frac{\rho_{be} L_e}{S_{be}} \quad (\Omega/\text{barra exterior})$$

$x_i$  es la reactancia por barra interior debida a la permeancia específica  $\lambda_i$ .

Según [1.06.03 q] y atendiendo a que la reactancia por fase allí expresada incluye una espira completa, o sea, dos barras, y  $p$  espiras en paralelo, la reactancia por barra resulta ser:

$$\left. \begin{aligned} x_i &= 8 \pi^2 10^{-9} f (\lambda_i L) && (\Omega/\text{barra interior}) \\ \text{Para } f &= 50 \text{ Hz,} \\ x_i &= 3.95 (\lambda_i L) && (\mu\Omega/\text{barra interior}) \end{aligned} \right\} [2.06.36 \text{ c}]$$

con, [2.06.33 b],

$$\lambda_i = \lambda_{bi} + \lambda_{cbi} + \lambda_{ei} + \lambda_{re} + \left( \frac{\lambda_{be}}{2} + \frac{\lambda_{cbe}}{2} \right) \left( \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \right) \quad [2.06.36 \text{ d}]$$

Recuérdese que el estudio se ha adaptado a la hipótesis corregida de una reactancia nula para toda la jaula exterior.

$$x_e = 0 \quad [2.06.36 \text{ e}]$$

Cuanto a la reactancia por ranura  $x_{c(2)}$  debida al flujo común de dispersión rotórica, análogamente,

$$\left. \begin{aligned} x_{c(2)} &= 8 \pi^2 \cdot 10^{-9} f (\lambda_{c(2)} L) && (\Omega/\text{ranura}) \\ \text{y para } f &= 50 \text{ Hz} \\ x_{c(2)} &= 3.95 (\lambda_{c(2)} L) && (\mu\Omega/\text{ranura}) \end{aligned} \right\} [2.06.36 \text{ f}]$$

con, [2.06.33 a],

$$\lambda_{c(2)} = \lambda_{z(2)} + \lambda_{ee} + \left( \frac{\lambda_{be}}{2} + \frac{\lambda_{cbe}}{2} \right) \left( \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \right) \quad [2.06.36 \text{ g}]$$

En las ecuaciones anteriores,

las resistividades  $\rho_{bi}$   $\rho_{be}$   $\rho_{ai}$   $\rho_{ae}$  en  $\frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$

las longitudes  $l_i$ ,  $L_i$ ,  $l_e$ ,  $L_e$  en m

las secciones  $S_{bi}$   $S_{ai}$   $S_{be}$   $S_{ae}$  en  $\text{mm}^2$

los diámetros  $D_{ai}$   $D_{ae}$  en m

la longitud  $L$  en cm

la frecuencia  $f$  en Hz y las permeancias específicas  $\lambda$  en  $\frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$ .

En concordancia con los valores combinados de las constantes por fase pueden establecerse las ecuaciones correlativas por ranura, previo establecimiento de los parámetros  $\gamma$  y  $\nu$  sobre la misma base, a saber

$$\left. \begin{aligned} \text{De [2.06.35 c y e] surgen} \\ \text{parámetros} \end{aligned} \right\} \begin{cases} \gamma = \frac{r_i + r_e}{r_i} = \frac{r_e}{r_{2(0)}} & [2.06.36 \text{ h}] \\ \nu = \frac{x_{ie(0)}}{r_{2(0)}} & [2.06.36 \text{ i}] \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{» [2.06.35 a] } \\ \text{» [2.06.35 b] } \\ \text{» [2.06.35 c] } \end{aligned} \right\} \begin{cases} r_{2(0)} = \frac{r_i r_e}{r_i + r_e} & [2.06.36 \text{ j}] \\ \text{A P.C. } x_{i(0)} = x_i \left( \frac{r_e}{r_i + r_e} \right) = x_i \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)^2 & [2.06.36 \text{ h}] \\ x_{2(0)} = x_{c(2)} + x_{ie(0)} & [2.06.36 \text{ i}] \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{» [2.06.35 d] } \\ \text{» [2.06.35 e] } \\ \text{» [2.06.35 f] } \end{aligned} \right\} \begin{cases} x_{2(0)} = x_{c(2)} + x_{ie(0)} & [2.06.36 \text{ i}] \end{cases}$$

De [2.06.35 m] surgen

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{2(1)} = r_{2(0)} \left[ 1 + \frac{(\gamma - 1) \nu^2}{(\gamma - 1)^2 + \nu^2} \right] \quad [2.06.36 \text{ m}] \\ \text{Arranque } x_{ie(1)} = x_{ie(0)} \frac{1}{1 + \left( \frac{\nu}{\gamma - 1} \right)^2} \quad [2.06.36 \text{ n}] \\ x_{2(1)} = x_{c(2)} + x_{ie(1)} \quad [2.06.36 \text{ o}] \end{array} \right.$$

Nótese que la reactancia entre ambas jaulas en marcha normal  $x_{ie(0)}$  puede calcularse también a base de una permeancia específica [2.06.35 b, c y g]

$$\boxed{\lambda_{ie(0)}} = \lambda_i \left( \frac{r_e}{r_i + r_e} \right)^2 = \lambda_i \left( \frac{r_e r_i}{(r_i + r_e) r_i} \right)^2 = \boxed{\lambda_i \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)^2} \quad [2.06.36 \text{ p}]$$

aplicando entonces las ecuaciones [c]

$$\boxed{x_{ie(0)} = 8 \pi^2 \cdot 10^{-9} f (\lambda_{ie(0)} L)} \quad (\Omega) \quad (L \text{ en cm}) \quad [2.06.36 \text{ q}]$$

o con  $f = 50 \text{ Hz}$ ,

$$\boxed{x_{ie(0)} = 3,95 (\lambda_{ie(0)} L)} \quad (\mu\Omega) \quad (L \text{ en cm}) \quad [2.06.36 \text{ r}]$$

Del mismo modo, en el momento del arranque, [2.06.35 n] y [2.06.36 p],

$$\boxed{\lambda_{ie(1)}} = \lambda_{ie(0)} \frac{1}{1 + \left( \frac{\nu}{\gamma - 1} \right)^2} = \lambda_i \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)^2 \frac{1}{1 + \left( \frac{\nu}{\gamma - 1} \right)^2} = \boxed{\lambda_i \frac{(\gamma - 1)^2}{\gamma^2 \left[ 1 + \left( \frac{\nu}{\gamma - 1} \right)^2 \right]}} \quad [2.06.36 \text{ s}]$$

y

$$\boxed{x_{ie(1)} = 8 \pi^2 \cdot 10^{-9} f (\lambda_{ie(1)} L)} \quad (\Omega) \quad (L \text{ en cm}) \quad [2.06.36 \text{ t}]$$

o para  $f = 50 \text{ Hz}$

$$\boxed{x_{ie(1)} = 3,95 (\lambda_{ie(1)} L)} \quad (\mu\Omega) \quad (L \text{ en cm}) \quad [2.06.36 \text{ u}]$$

Esto equivale a imputar exclusivamente a una variación de la permeancia específica de la jaula interna todos los efectos de la distribución anormal de la corriente entre ambas jaulas, sobre el flujo de dispersión rotórico; es decir: que desde este punto de vista podemos admitir que no existe más que una sola jaula (la interior) cuya densidad de corriente es constante y que lo que varía con el deslizamiento es la permeancia específica de la ranura.

En el mismo orden de ideas, puede seguir imaginándose ahora a efectos de la resistencia rotórica, una jaula única, también la interior, de resistividad  $\varrho_{bi}$  y longitud efectiva  $L_i$  por barra, pero cuya sección varía con el deslizamiento en la medida que contribuye la jaula exterior a la conducción de la corriente.

Por ejemplo, a plena carga la conductancia activa de las dos barras, pura combinación óhmica de las mismas, es, [j],

$$g_{2(0)} = \frac{1}{r_{2(0)}} = \frac{S_{bi}}{\varrho_{bi} L_i} + \frac{S_{be}}{\varrho_{be} L_e} = \frac{S_{bi}}{\varrho_{bi} L_i} + \frac{S_{be} \frac{S_{bi}}{S_b}}{\varrho_{be} \frac{\varrho_{bi} L_i}{\varrho_{bi} L_e} \frac{L_i}{L_e}} = \frac{S_{bi}}{\varrho_{bi} S_{bi}} \left[ 1 + \frac{(S_{be}/S_b)}{(\varrho_{be}/\varrho_{bi}) (L_e/L_i)} \right]$$

y haciendo

$$\boxed{k_{R(0)} = 1 + \frac{S_{be}/S_b}{(\varrho_{be}/\varrho_{bi}) (L_e/L_i)}} \quad [2.06.36 \text{ v}]$$

se tiene

$$g_{2(0)} = \frac{k_{R(0)} S_{bi}}{\varrho_{bi} L_i} \text{ y } \boxed{r_{2(0)} = \frac{\varrho_{bi} L_i}{k_{R(0)} S_{bi}} = \frac{\varrho_{bi} L_i}{S_{bi(0)}}} \quad (\Omega) \quad [2.06.36 \text{ w}]$$

como si a P.C. no hubiese más jaula que la interior, pero de sección incrementada hasta

$$\boxed{S_{bi(0)} = k_{R(0)} S_{bi}} \quad (\text{mm}^2) \quad [2.06.36 \text{ x}]$$

Pasando a las condiciones de arranque, es fácil concluir, [m], que

$$\boxed{r_{2(1)}} = r_{2(0)} \left[ 1 + \frac{(\gamma - 1) \nu^2}{(\gamma - 1)^2 + \nu^2} \right] = \boxed{\frac{\varrho_{bi} L_i}{k_{R(1)} S_{bi}} = \frac{\varrho_{bi} L_i}{S_{bi(1)}}} \quad (\Omega) \quad [2.06.36 \text{ y}]$$

de sección ficticia

$$\boxed{S_{bi(1)} = k_{R(1)} S_{bi}} \quad (\text{mm}^2) \quad [2.06.36 \text{ z}]$$

siendo

$$\boxed{k_{R(1)} = \frac{k_{R(0)}}{1 + \frac{(\gamma - 1) \nu^2}{(\gamma - 1)^2 + \nu^2}}} \quad [2.06.36 \text{ a a}]$$

La ventaja de considerar una sola jaula sin más variación con el deslizamiento que la permeancia de ranuras y la sección de la barra, según las ecuaciones [p], [s], [y] y [aa], consiste como veremos más adelante en que el tratamiento puede retrotraerse, en todos sus aspectos, al motor de jaula simple ya estudiado con solo hacer intervenir en cada caso la permeancia específica de ranuras  $\lambda_i$  o la sección de barra  $S_{bi}$  que corresponda a las circunstancias en cuestión.

De estas constantes por barra se pasa a las de fase rotórica fácilmente. Es indistinto admitir que cada fase comprende una espira completa alojada en dos ranuras y el rotor está compuesto entonces por  $m_2 = \frac{Z_2}{2p}$  fases, es decir, tantas como ranuras por polo, con  $p$  de estas espiras en paralelo dentro de cada fase, como suponer que existen  $m_2 = \frac{Z_2}{p}$  fases rotóricas (tantas

como ranuras por par de polos) de  $\frac{1}{2}$  espira por fase, integradas en cada una de estas fases un número  $p$  de tales medias espiras, en paralelo; pero aún cabe aceptar que el rotor está constituido por tantas fases como ranuras ( $m_2 = Z_2$ ) limitada la composición de cada fase a los conductores de una sola ranura con su fracción de anillos correspondientes. Lo que hay que hacer, en cualquier caso, es mantener consistentemente la misma norma al relacionar después con el estator el número de fases y conductores rotóricos que se derivan del criterio adoptado.

Por su mayor sencillez vamos a seguir aquí el último, esto es, el que identifica cada fase del rotor con una ranura, tomando, pues:

Número de fases secundarias  $\boxed{m_2 = Z_2}$  [2.06.36 ab]

Conductores por fase  $\boxed{Z_f = Z_m = 1}$  [2.06.36 ac]

Espiras por fase  $\boxed{N_f = \frac{Z_f}{2} = \frac{1}{2}}$  [2.06.36 ad]

Entonces los valores por barra se confunden con los valores por fase y en todo momento, de un modo general,

$$R_2 = r_2, X_2 = x_2; Z_2 = z_2 \quad [2.06.36 ae]$$

Si referimos estas magnitudes al estator, hemos de multiplicarlas por la relación de transformación óhmica, [2.06.03 f],

$$r_\Omega = \frac{m_2}{m_1} \left( \frac{Z_1 \xi_1}{Z_2 \xi_2} \right)^2;$$

poniendo  $m_2 = Z_2$  y  $\xi_2 = 1$

$$\boxed{r_\Omega = \frac{(Z_1 \xi_1)^2}{m_1 Z_2}} \quad (\Omega) \quad [2.06.36 af]$$

Así (véanse fig. 2.06.35 c a f),

$$\text{Constantes} \left\{ \begin{array}{l} R'_i = r_\Omega r_i \\ R'_e = r_\Omega r_e \\ X'_i = r_\Omega x_i \\ X'_{c2} = r_\Omega x_{c(2)} \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{A P.C.} \\ \text{Arranque} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} R'_{2(0)} = r_\Omega r_{2(0)} \\ X'_{ie(0)} = r_\Omega x_{ie(0)} \\ X'_{2(0)} = r_\Omega (x_{c(2)} + x_{ie(0)}) = r_\Omega x_{2(0)} \\ R'_{2(1)} = r_\Omega r_{2(1)} \\ X'_{ie(1)} = r_\Omega x_{ie(1)} \\ X'_{2(1)} = r_\Omega (x_{c(2)} + x_{ie(1)}) = r_\Omega x_{2(1)} \end{array} \right. \quad [2.06.36 ag]$$

2.06.37 Corrientes del rotor

Todas las resistencias y reactancias combinadas [2.06.36 ag] actúan en sus casos respectivos conectadas en serie en el circuito equivalente secundario, recorridas por la corriente  $I_2$  a P.C. e  $I_{cc2}$  en el arranque (fig. 2.06.35 e y f). Una vez referidos aquellos valores al estator pueden unirse directamente ambos circuitos, primario y secundario, como muestra la fig. 2.06.37 a, análoga a la fig. 2.06.03 a, y las corrientes toman los valores, referidos al primario,  $I'_2$  o  $I'_{cc2}$ , siendo [2.06.03 d], independientemente de los números de fases,

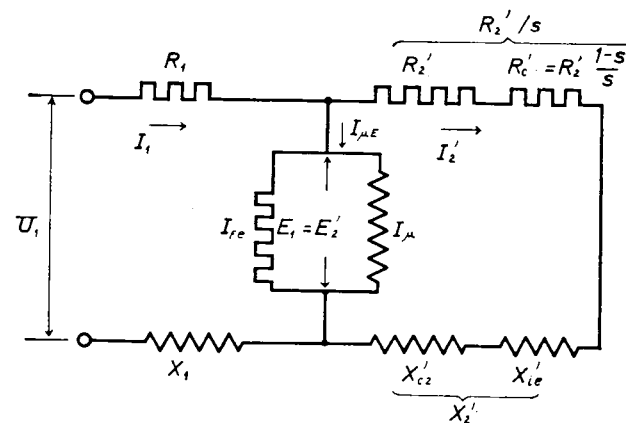


Fig. 2.06.37 a. Circuito equivalente completo del motor de doble jaula.

$$I'_2 = I_2 \frac{Z_2 \xi_2}{Z_1 \xi_1} = r_I I_2 \quad (\text{A/fase primaria}) \quad [2.06.37 \text{ a}]$$

$$I'_{cc2} = I_{cc2} \frac{Z_2 \xi_2}{Z_1 \xi_1} = r_I I_{cc2} \quad (\text{ » }) \quad [2.06.37 \text{ b}]$$

Las corrientes por fase  $I_2$  e  $I_{cc2}$  son aquí *las mismas que por ranura*. A P.C., [2.06.01 f, g y n],

$$I_2 = \frac{P_{1-2}}{m_2 E_2 \cos \varphi_2} \approx \frac{P_{1-2}}{m_2 E_2} = \frac{P}{\eta_m (1-s) Z_2 E_2} \quad (\text{A/fase secundaria}) \quad [2.06.37 \text{ c}]$$

siendo, [2.06.03 b],

$$E_2 = E_1 \frac{m_1}{m_2} \frac{Z_2 \xi_2}{Z_1 \xi_1} = E_1 \frac{m_1}{Z_2} \frac{Z_2 \xi_2}{Z_1 \xi_1} = \frac{m_1 E_1}{\xi_1 Z_1} \quad (\text{V/fase secundaria}) \quad [2.06.37 \text{ d}]$$

(Independiente del rotor mismo, ya que ha de ser igual a la f.e.m. por conductor del estator); a su vez la f.e.m. por fase primaria, [2.06.10 i],

$$E_1 \approx U_1 - R_1 I_1 \cos \varphi - X_1 I_1 \sin \varphi \quad (\text{V/fase primaria})$$

La corriente por fase o por ranura rotórica  $I_2$  a P.C. se subdivide entre las dos jaulas en razón inversa de sus respectivas impedancias que, con deslizamiento normal, se reduce a las resistencias respectivas (fig. 2.06.35 c).

Sabemos que, [2.06.36 j], y según lo que acabamos de decir

$$r_{2(0)} = \frac{r_i r_e}{r_i + r_e} \quad (\Omega/\text{fase secundaria}) \quad [2.06.37 \text{ e}]$$

las corrientes normales en la jaula exterior e interior serán, pues

$$I_e = I_2 \frac{r_{2(0)}}{r_e}; I_i = I_2 \frac{r_{2(0)}}{r_i} \quad \text{A (fase secund.)} \quad [2.06.37 \text{ f}]$$

Aunque la reactancia del rotor con la baja frecuencia de servicio es prácticamente despreciable, referida a la frecuencia de la red para los efectos del circuito equivalente, asciende a, [2.06.36 k],

$$x_{ie(0)} = x_i \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)^2 \quad (\Omega/\text{fase secund.}) \quad [2.06.37 \text{ g}]$$

$$x_{2(0)} = x_{c2} + x_{ie(0)} \quad (\text{ » }) \quad [2.06.37 \text{ h}]$$

En el momento del arranque, [2.06.36 m y n] y fig. 2.06.35 f,

$$r_{2(1)} = r_{2(0)} \left[ 1 + \frac{(\gamma - 1) \nu^2}{(\gamma - 1)^2 + \nu^2} \right] \quad (\Omega/\text{fase secund.}) \quad [2.06.37 \text{ i}]$$

$$x_{ie(1)} = x_{ie(0)} \frac{1}{1 + \left( \frac{\nu}{\gamma - 1} \right)^2} \quad (\text{ » }) \quad [2.06.37 \text{ j}]$$

$$z_{ie(1)} = \sqrt{r_{2(1)}^2 + x_{ie(1)}^2} \quad (\Omega/\text{fase secund}) \quad [2.06.37 \text{ k}]$$

La distribución de corrientes secundarias en el momento de la puesta en marcha se ajusta, pues, a las siguientes relaciones (fig. 2.06.35 d)

$$I_{cc2(i)} = I_{cc2} \frac{z_{ie(1)}}{\sqrt{r_i^2 + x_i^2}} \quad (\text{A/fase secund.}) \quad [2.06.37 \text{ l}]$$

$$I_{cc2(e)} = I_{cc2} \frac{z_{ie(1)}}{r_e} \quad (\text{ » }) \quad [2.06.37 \text{ m}]$$

con

$$I_{cc2} = \left( I_{cc} \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}} \right) I_2 \quad [2.06.37 \text{ n}]$$

La suma aritmética de ambas intensidades parciales es mayor que la corriente total, resultado de la composición vectorial de las mismas.

De estos valores se pueden deducir las densidades de corriente en una y otra jaula para prever el calentamiento transitorio, mucho mayor en la jaula exterior y si las condiciones de arranque son difíciles ( $GD^2$  a acelerar muy elevado), pueden obligar a adoptar soluciones especiales aumentando, por ejemplo, la masa de los anillos o de las barras a base de emplear materiales (latones) de baja conductividad.

Las ecuaciones [l] y [m] permiten calcular las densidades de corriente en el momento del arranque

$$\left. \begin{aligned} \Delta i_{arr} &= \frac{I_{cc2(i)}}{S_{bi}} \quad (\text{A/mm}^2) \\ \Delta e_{arr} &= \frac{I_{cc2(e)}}{S_{be}} \quad (\text{ » }) \end{aligned} \right\} \quad [2.06.37 \text{ o}]$$

y en cualquier anillo, [2.06.09 i],

$$\Delta_a = \Delta_b \frac{\Delta l_b}{D_a \frac{\rho_a}{\rho_b}} \quad [2.06.37 \text{ p}]$$

## 2.06.38 Cálculo de las características en los motores de doble jaula

Examinando el circuito equivalente completo de la fig. 2.06.37 a y comparándolo con el del motor simple, fig. 2.06.03 a se observa que son idénticos salvo la propiedad de que tanto las resistencias como las reactancias características del rotor son constantes en el de anillo simple (1) ( $R'_2, X'_2$ ) mientras

(1) Aunque por otra parte tuvimos en cuenta al realizar los cálculos numéricos (Ejemplo 2.06.29) las variaciones que introducía la temperatura y las concentraciones de corriente en las barras individuales al pasar del reposo,  $s = 1$ , a la marcha en servicio normal ( $s \approx 0$ ), concentración fraccional que en cambio puede despreciarse en los motores de doble jaula.

que en el de doble jaula varían fuertemente con el deslizamiento ( $R'_{2(s)}$ ,  $X'_{2(s)}$ ) incluyendo, no obstante, esta última reactancia,  $X'_{2(s)}$ , un término fijo,  $X'_{c2}$ , debido al flujo de dispersión común a ambas jaulas.

Las fórmulas deducidas para el motor simple de corto circuito serán, pues, válidas para el de doble arrollamiento siempre que al valor de  $R'_2$  en las primeras se sustituya el de  $R'_{2(s)}$  y al de  $X'_2$  el de  $X'_{2(s)} = (X'_{c2} + X'_{ie(s)})$ , en las condiciones de deslizamiento previstas que limitaremos a dos:  $s \approx 0$  (marcha normal) y  $s = 1$  (arranque).

Como preferimos el cálculo en valores relativos, mucho más significativo que en cifras absolutas, empezaremos por definir las siguientes caídas de tensión en %, localizadas sobre las distintas resistencias y reactancias, referidas siempre a la corriente  $I_1$  y a la tensión  $U_1$  por fase primaria, con sus ecuaciones paramétricas que se deducen de la aplicación consecuyente de las expresiones [2.06.10 a, b y c], y [2.06.11 a y d].

Caídas relativas por resistencia y por reactancia estáticas (longitudes, y diámetros en cm).

$$\boxed{u_{R1}}^* = \frac{R_1 I_1}{U_1} 100 = \frac{4500 \varrho_1 \left(\frac{l_{m1}}{L}\right) \Delta_1}{f \xi_1 \left(\frac{D}{p}\right) \hat{B}_{\delta 0}} = \frac{270 \varrho_1 \left(\frac{l_{m1}}{L}\right) \Delta_1}{\xi_1 D \left(\frac{N_1}{1000}\right) \hat{B}_{\delta 0}} \quad (\%) \quad [2.06.38 \text{ a}]$$

$$\boxed{e_{x1}}^* = \frac{X_1 I_1}{U_1} 100 = \frac{5,58}{\xi_1 m_1 n_{p/(1)}} \left(\frac{q_1}{100}\right) \frac{\lambda_{x(1)}}{\hat{B}_{\delta 0}} \quad (\%) \quad [2.06.38 \text{ b}]$$

Caídas relativas por resistencia y por reactancia rotóricas a la puesta en marcha referidas a la tensión y a la corriente primaria

$$\boxed{u_{R \ 2/1 \ arr}}^* = \frac{R'_{2(1)} I_1}{U_1} 100 = \frac{4500 \varrho_{bi} \left(\frac{L_{bi}}{L}\right) \Delta_{2/1arr}}{f \left(\frac{D}{p}\right) \hat{B}_{\delta 0}} = \frac{270 \varrho_{bi} \left(\frac{L_{bi}}{L}\right) \Delta_{2/1arr}}{D \left(\frac{N_1}{1000}\right) \hat{B}_{\delta 0}} \quad (\%) \quad [2.06.38 \text{ c}]$$

$$\boxed{e_{x \ 2/1 \ com}}^* = \frac{X'_{c2} I_1}{U_1} 100 = \frac{5,58 \xi_1 q_1 \lambda_{c2}}{Z_2/2p \ 100 \ \hat{B}_{\delta 0}} \quad (\%) \quad [2.06.38 \text{ d}]$$

$$\boxed{e_{x \ 2/1 \ ie \ arr}}^* = \frac{X'_{ie(1)} I_1}{U_1} 100 = \frac{5,58 \xi_1 q_1 \lambda_{ie(1)}}{Z_2/2p \ 100 \ \hat{B}_{\delta 0}} \quad (\%) \quad [2.06.38 \text{ e}]$$

En estas últimas ecuaciones, de acuerdo con [2.06.10 a] y [2.06.36 z],

$$A_{2/1arr} = \frac{I_2}{S_{bi(1)}} \left(\frac{I_1}{I'_2}\right) = \frac{I_2}{k_{R(1)} S_{bi}} \left(\frac{I_1}{I'_2}\right) \quad (\text{A/mm}^2) \quad [2.06.38 \text{ f}]$$

siendo, [2.06.36 z],

$$k_{R(1)} = \frac{k_{R(0)}}{1 + \frac{(\gamma - 1) v^2}{(\gamma - 1)^2 + \tau^2}} = \frac{1 + \frac{(S_{be}/S_{bi})}{(\varrho_{be}/\varrho_i) (L_e/L_i)}}{1 + \frac{(\gamma - 1) v^2}{(\gamma - 1)^2 + \tau^2}} \quad [2.06.38 \text{ g}]$$

Por otra parte, [2.06.33 a],

$$\lambda_{c2} = \lambda_{z2} + \lambda_{ee} + \left(\frac{\lambda_{be}}{2} + \frac{\lambda_{cbe}}{2}\right) \left(\frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}\right) \quad [2.06.38 \text{ h}]$$

y a su vez, [2.06.36 s],

$$\lambda_{ie(1)} = \lambda_{ie(0)} \frac{1}{1 + \left(\frac{v}{\gamma - 1}\right)^2} = \lambda_i \frac{(\gamma - 1)^2}{\gamma^2 \left[1 + \left(\frac{v}{\gamma - 1}\right)^2\right]} \quad [2.06.38 \text{ i}]$$

Caídas de tensión por resistencia y por reactancia rotóricas a P.C., [2.06.10 c, a] y [2.06.11 d]

$$\boxed{u_{R \ 2/1 \ PC}}^* = \frac{R'_{2(0)} I_1}{U_1} 100 = \frac{4500 \varrho_{bi} \left(\frac{L_i}{L}\right) \Delta_{2/1PC}}{f \left(\frac{D}{p}\right) \hat{B}_{\delta 0}} = \frac{270 \varrho_{bi} \left(\frac{L_i}{L}\right) \Delta_{2/1PC}}{D \left(\frac{N_1}{1000}\right) \hat{B}_{\delta 0}} \quad (\%) \quad [2.06.38 \text{ j}]$$

$\boxed{e_{x \ 2/1 \ com}}^*$  no varía y su expresión viene dada por [d]

$$\boxed{e_{x \ 2/1 \ ie \ PC}}^* = \frac{X'_{ie(0)} I_1}{U_1} 100 = \frac{5,58 \xi_1 q_1 \lambda_{ie(0)}}{Z_2/2p \ 100 \ \hat{B}_{\delta 0}} \quad (\%) \quad [2.06.38 \text{ k}]$$



donde, [2.06.10 a] y [2.06.36 x],

$$\boxed{\Delta_{2/1PC}} = \frac{I_2}{S_{bi(0)}} \frac{I_1}{I_2'} = \frac{I_2}{k_{R(0)} S_{bi}} \frac{I_1}{I_2'} \quad (\text{A/mm}^2) \quad [2.06.38 \text{ l}]$$

con, [2.06.36 v],

$$k_{R(0)} = 1 + \frac{S_{be}/S_{bi}}{(\varrho_{be}/\varrho_{bi}) (L_e/L_i)} \quad [2.06.38 \text{ m}]$$

y, [2.06.36 p],

$$\lambda_{ie(0)} = \lambda_i \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)^2 \quad [2.06.38 \text{ n}]$$

Si en [1] imaginamos las dos jaulas idénticas, es  $k_{R(0)} = 2$  y

$$\Delta_{2/1PC} = \frac{I_2}{2 S_{bi}} \frac{I_1}{I_2'}$$

ecuación evidente por sí misma puesto que la corriente secundaria se distribuiría entonces por igual entre ambas jaulas, sobre una sección, por tanto, doble de la que presenta la barra interior.

### 2.06.39. Corriente de arranque del motor de doble jaula

El párrafo 2.06.12 establece las bases del cálculo y los resultados para el motor de jaula simple. La ecuación fundamental del circuito en el arranque será, con el nuevo rotor,

$$U_1 = \sqrt{(R_1 I_{cc1} + R'_{2(1)} I'_{cc2})^2 + (X_1 I_{cc1} + X'_{2(1)} I'_{cc2})^2} = \\ = \frac{I_{cc1}}{I_1} \sqrt{\left( R_1 I_1 + R'_{2(1)} I_1 \frac{I'_{cc2}}{I_{cc1}} \right)^2 + \left( X_1 I_1 + X'_{2(1)} I_1 \frac{I'_{cc2}}{I_{cc1}} \right)^2}$$

Multiplicando ambos miembros por  $\frac{100}{U_1}$

$$100 = \frac{I_{cc1}}{I_1} \sqrt{\left( \frac{R_1 I_1}{U_1} 100 + \frac{R'_{2(1)} I_1}{U_1} 100 \frac{I'_{cc2}}{I_{cc1}} \right)^2 + \left( \frac{X_1 I_1}{U_1} 100 + \frac{X'_{2(1)} I_1}{U_1} 100 \frac{I'_{cc2}}{I_{cc1}} \right)^2}$$

y teniendo en cuenta las expresiones de las caídas relativas [2.06.38 a a e],

[2.06.39 a]

$$\boxed{\frac{I_{cc1}}{I_1} = \frac{100}{\sqrt{\left( u_{Rc}^* + u_{R2/1arr}^* \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}} \right)^2 + \left[ e_{x1}^* + (e_{x2/1com}^* + e_{x2/1earr}^*) \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}} \right]^2}} \quad (0/1)}$$

La relación entre las corrientes de arranque secundaria (reducida al estator) y primaria,  $\frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}} < 1$ , puede tomarse como para los motores de jaula simple, igual aprox. a 0,95 (párr. 2.06.12).

### 2.06.40 Par de arranque del motor de doble jaula

Reducido el motor a uno de jaula sencilla con las constantes propias del arranque, resulta aplicable sin nuevos desarrollos la fórmula [2.06.13 h] deducida para los primeros, en esta forma

$$M_{cc}^* = \frac{M_{cc}}{M} = \frac{u_{R2/1arr}^*}{100} \left( \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}} \right)^2 \frac{1-s}{\eta \cos \varphi} \quad [2.06.40 \text{ a}]$$

Los valores del deslizamiento  $s$ , el rendimiento  $\eta$  y el  $\cos \varphi$  a P.C. hay que suponerlos, por el momento, verificándose una rectificación ulterior si se cree conveniente lo cual no es necesario, en general, dado el orden de precisión alcanzable en estos cálculos.

### 2.06.41 Factor de potencia y deslizamiento a P.C. del motor de doble jaula

La ecuación [2.06.14 a] referente al motor simple se transforma directamente en este caso como sigue

$$\boxed{\text{tg } \varphi = \frac{I_{\mu}^* + (e_{x1}^* + (e_{x2/1com}^* + e_{x2/1ePC}^*))}{\cos \varphi} \frac{100}{I_{cc1}} \cos \varphi} \quad [2.06.41 \text{ a}]$$

y

$$\boxed{\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi}}} \quad [2.06.41 \text{ b}]$$

Si el  $\cos \varphi$  que así se deduce discrepa mucho del admitido en la fórmula [a], se impondría una revisión del cálculo de la máquina basándose en supuestos más próximos a lo que este resultado vendría a señalarnos. Cuando se parte de un motor de jaula simple ya estudiado,  $I_{\mu}^*$  sólo viene afectada por los posibles cambios de inducciones rotóricas a los que hay que limitar entonces la revisión o bien estimar, de acuerdo, la modificación de  $I_{\mu}^*$ . En general, el  $\cos \varphi$  de los motores de doble jaula es un 1 ó 2 % más bajo.

Para el deslizamiento a P.C. valdrá la misma ecuación [2.06.10 k] del motor de jaula sencilla sin más que sustituir el valor particular  $u_{R2/1PC}^*$  lugar de  $u_{R2/1}^*$

$$s = \frac{u_{R2/1PC}^* I_2' U_1}{100 \cos \varphi_2 I_1 E_1} \quad [2.06.41c]$$

pudiéndose poner además  $\cos \varphi_2 = 1$ .

### 2.06.42 Características límites del motor de doble jaula

La fuerte variación de las constantes rotóricas con el deslizamiento no permite establecer fórmulas simples, como puede hacerse en el caso del de jaula sencilla, para hallar los valores máximos del  $\cos \varphi$ , del par y de la potencia útil. El constructor ha de conformarse por lo general con prever una curva adecuada del par durante el período de aceleración eligiendo los valores pertinentes de  $\gamma$  y  $\nu$ . (Véanse fig. 2.06.35 a y b).

Si fuera indispensable llegar al cálculo íntegro de la característica, labor muy penosa, hay que proceder a la inversa tomando como variable de partida el deslizamiento  $s$  y seguir con las ecuaciones [2.06.34 d, e y f] como fundamentales en la determinación de la impedancia rotórica para cada valor del deslizamiento.

### 2.06.43 Ejemplo

Propongamos transformar en doble jaula el motor trifásico del párrafo 2.06.31 y calcular sus características.

Se trata de un motor de 12 CV, 1500 r/m sincrónicas, 220/380 V, 50 Hz y los datos principales del estator y del rotor de jaula simple se indican en la figura 2.06.31 a.

Empecemos por calcular las constantes originales de la máquina comenzando por

#### a) Las inducciones

Inducción máxima senoidal en el entrehierro a tensión nominal, [2.01.11 g],

$$\hat{B}_{\delta 0} = \frac{45 U_1}{\xi_1 n_p (1) (DL) Z_{a(1)}} = \frac{45 \cdot 220}{0,96 \cdot 3 (17,5 \cdot 14) 19} = 0,74 \text{ T}$$

Idem aparente en los dientes del estator. El coeficiente de espacio para el flujo vale, [1.04.17 j], al no haber canales de ventilación radial

$$K_{Fe} = \frac{L}{L_{Fe}} = \frac{1}{k_{Fe}} = \frac{1}{0,9}$$

y entonces, [2.04.17 a],

$$\hat{B}_{aM(1)} = \hat{B}_{\delta 0} \frac{\tau_{\delta(1)}}{l_{\delta(1)}} K_{Fe} = 0,74 \frac{15,25}{6,8} \frac{1}{0,9} = 1,84 \text{ T}$$

Idem en el yugo estatórico. El factor de espacio es el mismo de los dientes, [2.04.22 b],

$$K_{Fe} = \frac{1}{0,9}$$

y la inducción máxima senoidal para la tensión en bornes, haciendo  $K_f = \frac{1,11}{k_f} = 1 = K_f$ , con dicha onda, valdría según [2.04.22 a]

$$\hat{B}_{y0} = \frac{K_f K_{Fe}}{2} \frac{D}{p h_y} \hat{B}_{\delta 0} = \frac{1}{0,9 \cdot 2} \frac{17,5}{2 \cdot 2,3} 0,74 = 1,56 \text{ T}$$

Idem aparente en los dientes del rotor. Análogamente que para los del estator

$$\hat{B}'_{aM(2)} = \hat{B}_{\delta 0} \frac{\tau_{\delta 2}}{l_{\delta(2)}} K_{Fe} = 0,74 \frac{11,45}{6,5} \frac{1}{0,9} = 1,45 \text{ T}$$

Idem en el núcleo del rotor. Como para el yugo,

$$\hat{B}_{n0} = \frac{K_f K_{Fe}}{2} \frac{D}{p h_n} \hat{B}_{\delta 0} = \frac{1}{0,9 \cdot 2} \frac{17,5}{2 \cdot 4,81} 0,74 = 0,99 \text{ T}$$

extraordinariamente baja. Los valores tan pequeños de la inducción máxima en los dientes y en el núcleo facilitarán su transformación en doble jaula.

#### b) Caídas de tensión relativas en el estator

La longitud media de las cabezas de bobina viene a ser para el arrollamiento en corona, [2.04.32 b],

$$L_{ca(1)} \approx \frac{4,5 D}{2p} = \frac{4,5 \cdot 17,5}{4} = 19,7 \text{ cm}$$

y la media del conductor

$$l_{m1} = L + L_{ca(1)} = 14 + 19,7 = 33,7 \text{ cm}$$

En cuanto a la densidad de corriente primaria, suponiendo un rendimiento  $\eta = 0,88$  y  $\cos \varphi = 0,9$

$$I_1 = \frac{P}{3 U \eta \cos \varphi} = \frac{12 \cdot 736}{3 \cdot 220 \cdot 0,88 \cdot 0,9} = 16,9 \text{ A/fase}$$

$$\Delta_1 = \frac{I_1}{S_1} = \frac{16,9}{3,8} = 4,45 \text{ A mm}^2$$

A 75 °C, es para el cobre  $\rho = \frac{1}{46} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$  (tabla 1.01.16 b)

En el estator, pues, [2.06.38 a],

$$u_{K1} = \frac{270 \rho_1}{\xi_1 D} \left( \frac{l_{m1}}{L} \right) \frac{\Delta_1}{\hat{B}_{\delta 0}} = \frac{270}{46 \cdot 0,96 \cdot 17,5} \left( \frac{33,7}{14} \right) \frac{4,45}{1,5 \cdot 0,74} = 3,37 \% \text{ de } U_1$$

$$u_{K1} = 3,37 \frac{220}{100} = 7,41 \text{ V/fase}$$

Permeancia de la ranura estática: Reservando para la cuña el espacio de entrada hasta el diámetro  $D_{01}$ , teniendo en cuenta que, dado el tamaño de los hilos, la concentración de corriente es despreciable ( $k_l = 1$ ) y que por tratarse de un bobinado en una sola capa los factores de decalaje  $k_p$  y  $k_s$  valen también 1, tendremos.

Para la ranura: [1.06.04 g, d y a],

$$\lambda_{r(1)} = \frac{18,4}{3 \cdot 9} + 0,785 + \frac{0,6}{3} = 0,692 + 0,785 + 0,200 = 1,667 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

Para la cabeza de diente, [1.06.08 e],

$$\lambda_{s(1)} = \frac{\tau_{d(2)} - (a_{d(1)} + a_{d(2)}) + 2\delta}{12 \delta} = \frac{11,45 - (3 + 2) + 2 \cdot 0,4}{12 \cdot 0,4} = 1,720 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

Para la cabeza de bobina, [1.06.09 b],

$$\lambda_{cb(1)} = n_{p(1)} \left( 0,47 \frac{L_{cb(1)}}{L} - 0,3 \frac{y_n(1) \tau_m(1)}{L} \right);$$

El paso de bobinas entero es  $\frac{n_1}{p} = \frac{36}{4} = 9$  ( $1 - 10$ ), y

$$\lambda_{cb(1)} = 3 \left( 0,47 \frac{19,7}{14} - 0,3 \frac{9 \cdot 1,74}{14} \right) = 0,98 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

La permeancia específica del estator

$$\lambda_{s(1)} = \lambda_{r(1)} + \lambda_{s(1)} + \lambda_{cb(1)} = 1,667 + 1,720 + 0,980 = 4,367 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

La carga lineal de la máquina asciende, con

$$Z_1 = 36 \times 19 = 684 \text{ conductores totales,}$$

a

$$q_1 = \frac{Z_1 I_1}{\pi D} = \frac{684 \cdot 16,9}{\pi \cdot 17,5} = 211 \text{ Ac/cm}$$

y por tanto, [2.06.38 b],

$$e_{z1}^* = \frac{5,58}{\xi_1 m_1 n_{p(1)}} \frac{q_1 \lambda_{s1}}{100 \hat{B}_{\delta 0}} = \frac{5,58}{0,96 \cdot 3 \cdot 3} \frac{211 \cdot 4,367}{100 \cdot 0,74} = 8,1 \text{ \% de } U_1$$

o sea

$$e_{z1} = 8,1 \frac{220}{100} = 17,8 \text{ V/fase}$$

C) *F.e.m. a P.C.* De acuerdo con [2.06.10 i]

$$E'_2 = E_1 \approx U_1 - u_{R1} \cos \varphi - e_{z1} \sin \varphi = 220 - 7,41 \cdot 0,9 - 17,8 \cdot 0,436 \\ = 220 - 14,42 = 205,6 \text{ V;}$$

y

$$\frac{E_1}{U_1} = \frac{205,6}{220} = 0,933.$$

d) *Caidas de tensión relativas en el rotor.* Admitiendo un rendimiento mecánico  $\eta_m = 0,98$  y un deslizamiento a P.C.,  $s = 0,04$  y siendo la f.e.m. por barra rotórica, [2.06.37 d],

$$E_2 = \frac{m_1 E_1}{\xi_1 Z_1} = \frac{3 \cdot 205,6}{0,96 \cdot 684} = 0,94 \text{ V/barra}$$

resulta la corriente, [2.06.37 c],

$$I_b = I_2 = \frac{P}{\eta_m (1-s) Z_2 E_2} = \frac{736 \cdot 12}{0,98 \cdot 9,06 \cdot 48 \cdot 0,94} = 208 \text{ A/barra}$$

y la densidad de corriente

$$A_2 = \frac{I_2}{S_2} = \frac{208}{30} = 6,93 \text{ A/mm}^2$$

Referida al primario, la corriente secundaria, [2.06.03 d],

$$I_2' = I_2 \frac{Z_2 \xi_2}{Z_1 \xi_1} = 208 \frac{48 \cdot 1}{684 \cdot 0,96} = 15,2 \text{ A}$$

y la densidad, [2.06.10 a],

$$A_{2/1} = A_2 \frac{I_1}{I_2'} = 6,93 \frac{16,9}{15,2} = 7,7 \text{ A mm}^2$$

Con una sección de barra  $S_b$  de  $30 \text{ mm}^2$  y de anillo  $100 \text{ mm}^2$ , la longitud geométrica de aquellas entre planos medios transversales de los anillos viene a ser

$$l_b = 14 + 2 \cdot 0,5 + 1 = 16 \text{ cm;}$$

la longitud equivalente, [2.06.09 f],

$$L = l_b + \frac{D_a S_b}{2p^2 S_a} \frac{Z_2}{\pi} = 16 + \frac{13,82}{2 \cdot 2^2} \frac{30}{100} \frac{48}{\pi} = 16 + 7,9 = 23,9 \text{ cm}$$

Nótese que la corriente por anillo vale, [2.06.08 a],

$$I_a = \frac{Z_2 I_b}{2p \pi} = \frac{48 \cdot 208}{4 \pi} = 795 \text{ A}$$

y la densidad de corriente en ellos

$$A_a = \frac{I_a}{S_a} = \frac{795}{100} = 7,95 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$$

superior a la de las barras  $A_b = 6,93 \text{ A/mm}^2$

Con estos datos resulta, [2.06.10 c]:

Caída relativa de tensión rotórica referida a la tensión y a la corriente del estator, a  $75^\circ\text{C}$  ( $e_2 = \frac{1}{46} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$ )

$$u_{R2/1}^* = \frac{270 \varrho_2}{\xi_2 D} \left( \frac{L_b}{L} \right) \frac{\Delta_{2/1}}{\left( \frac{N_1}{1000} \right) \hat{B}_{\beta 0}} =$$

$$= \frac{270}{46 \cdot 1 \cdot 17,5} \left( \frac{23,9}{14} \right) \frac{7,7}{1,5 \cdot 0,74} = 3,97 \% \text{ de } U_1$$

o

$$u_{R2/1} = 3,97 \frac{220}{100} = 8,75 \text{ V/fase primaria}$$

por barra a 75 °C, y la resistencia

$$r_b = \frac{\varrho_2 L_b}{S_b} = \frac{0,239}{46 \cdot 30} = 173 \cdot 10^{-6} \Omega.$$

Permeancia de la ranura rotórica. Puede despreciarse la concentración de corriente en la barra a la frecuencia de la red ( $k_\lambda = 1$ ). Para la ranura, [1.06.04 g, b' y a],

$$\lambda_{r(2)} = \frac{10}{3 \cdot 3,5} + \frac{2 \cdot 2}{3,5 + 1} + \frac{1}{1} = 0,953 + 0,889 + 1,000 = 2,842 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

para las cabezas de dientes, [1.06.08 e],

$$\lambda_{s(2)} = \frac{\tau_{\delta(1)} - (a_{\delta(1)} + a_{\delta(2)}) + 2\delta}{12 \delta} = \frac{15,25 - (3 + 1) + 2 \cdot 0,4}{12 \cdot 0,4} = 2,51 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

en los anillos, [1.06.09 d],

$$\lambda_{ed(2)} = \frac{n_2}{2 m_1 p} \frac{\tau_p}{L} g$$

$g$  depende de las relaciones  $\frac{\tau_p}{w}$  y  $\frac{w}{0,223 (h_a + l_a)}$  según las curvas de la fig. 1.06.09 f; la altura radial y la longitud axial de un aro valen, (fig. 2.06.31 a),

$$h_a = 1 \text{ cm} \quad l_a = 1 \text{ cm}$$

Cuanto a  $W$  (fig. 1.06.09 e) podemos suponerla de unos 4 cm.

$$\frac{\tau_p}{w} = \frac{13,75}{4} = 3,44; \quad \frac{w}{0,223 (h_a + l_a)} = \frac{4}{0,223 (1 + 1)} = 8,97.$$

La fig. 1.06.09 f nos da entonces  $g \approx 0,32$

$$\lambda_{ed(2)} = \frac{48}{2 \cdot 3 \cdot 2} \frac{13 \cdot 75}{14} 0,32 = 1,258 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

La permeancia específica del rotor

$$\lambda_{x(2)} = \lambda_{r(2)} + \lambda_{s(2)} + \lambda_{ed(2)} = 2,824 + 2,510 + 1,258 = 6,610 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

y la caída relativa, [2.06.11 d y g],

$$e_{x2/1}^* = \frac{5,58}{Z_2/2p} \frac{\xi_1}{\xi_2^2} \frac{q_1}{100} \frac{\lambda_{x(2)}}{\hat{B}_{\beta 0}} = e_{x1}^* \left( \frac{\xi_1}{\xi_2} \right)^2 \frac{n_1}{n_2} \frac{\lambda_{x(2)}}{\lambda_{x(1)}}$$

$$= 8,1 \left( \frac{0,96}{1} \right)^2 \frac{36}{48} \frac{6,160}{4,367} = 8,45 \% \text{ de } U_1$$

o sea

$$e_{x2/1} = 8,45 \frac{220}{100} = 18,6 \text{ V/fase primaria}$$

e) *Deslizamiento a P.C.* Por la fórmula [2.06.10 k] con  $\cos \varphi_2 \approx 1$

$$s = \frac{u_{R2/1}^*}{100 \cos \varphi_2} \frac{I_2'}{I_1} \frac{U_1}{E_2'} = \frac{3,97}{100 \cdot 1} \frac{15,2}{16,9} \frac{220}{205,6} = 0,0382 = 3,82 \%$$

(habíamos supuesto 4 %. La corrección no alteraría esencialmente los resultados).

f) *Corriente de arranque.* De acuerdo con [2.06.12 c],

$$I_{cc} = \frac{100}{\sqrt{\left( u_{R1}^* + u_{R2/1}^* \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}} \right)^2 + \left( e_{x1}^* + e_{x2/1}^* \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}} \right)^2}}$$

admitimos que  $\frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}} = 0,95$  (párr. 2.06.12). Las caídas relativas por resistencia  $u_{R1}^*$  y  $u_{R2/1}^*$  que hemos calculado para  $\theta = 75$  °C, las referiremos a 20 °C multiplicándolas por 0,82 (tabla 1.01.16 b).

Luego,

$$I_{cc} = \frac{100}{\sqrt{[(3,37 + 3,97 \cdot 0,95) \cdot 0,82]^2 + (8,1 + 8,45 \cdot 0,95)^2}} = 5,83 = \frac{I_{cc}}{I_1}$$

o

$$I_{cc} = 5,83 \cdot 16,9 = 98,5 \text{ A/fase en el estator.}$$

g) *Par de arranque.* Según [2.06.13 i],

$$M_{cc} = \frac{u_{R2/1}^*}{100} \left( I_{cc}^* \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}} \right) \frac{1 - s}{\eta \cos \varphi}$$

También, a 20 °C,

$$M_{cc} = \frac{3,97 \cdot 0,82}{100} (5,83 \cdot 0,95)^2 \frac{1 - 0,0382}{0,88 \cdot 0,9} = 1,22 = \frac{M_{cc}}{M}$$

apenas lo que las Normas DIN señalan para un motor de estas características ( $M_{cc} \geq 1,25$ ). Veremos en seguida cómo se consigue superar dicho valor con el motor de doble jaula.

## Motor de doble jaula

h) *Bases de la transformación.* El número de ranuras del rotor lo modificaremos para mejorar su relación con respecto al del estator, procurando eliminar los momentos parásitos sincrónicos o asincrónicos durante el arranque, y los ruidos. (Ver capítulo 2.07.06). Pondremos  $n_2 = Z_2 = 42$  ranuras.

Para conservar invariable la inducción máxima en los dientes del rotor la relación  $\frac{\tau_{d(2)}}{t_{0(2)}}$  debe mantenerse, [1.04.17 g].

En el motor original  $\frac{\tau_{d(2)}}{t_{0(2)}} = \frac{11,45}{6,5} = 1,76$ . Pero como aquella inducciónera bastante baja, ( $\hat{B}'_{dM(2)0} = 1,45$  T), si la subimos hasta aprox. 2,0 T podremos aumentar  $\frac{\tau_{d(2)}}{t_{0(2)}}$  en un 38 %, o sea hasta 2,43. Siendo ahora

$$\tau_{d(2)} = \frac{\pi D}{n_2} = \frac{\pi \cdot 175}{42} = 13,1 \text{ mm}$$

tendremos para  $t_{0(2)}$  el límite inferior de unos  $\frac{13,1}{2,43} = 5,4$  mm con las 42 ranuras.

Conservando la resistencia rotórica en servicio hemos de aumentar las secciones de cobre en la relación inversa de las ranuras llegando a unos

$$S_b = 30 \frac{48}{42} = 34,3 \text{ mm}^2 \text{ en total}$$

y para los anillos, aprox., a

$$S_a = 100 \frac{48}{42} = 114 \text{ mm}^2$$

Fijaremos  $\gamma = \frac{\gamma_e}{r_{2(0)}}$ , [2.06.36 h] en un valor próximo a 2,5, aplicando esta misma relación a barras y anillos. En principio, pues, y con todos los conductores de cobre,

$$S_{ba} = \frac{34,3}{2,5} = 13,7 \text{ mm}^2 \quad S_{aa} = \frac{114}{2,5} = 45,6 \text{ mm}^2$$

$$S_{bi} = 34,3 - 13,7 = 20,6 \text{ mm}^2 \quad S_{ai} = 114 - 45,6 = 68,4 \text{ mm}^2$$

No obstante, previendo que este motor haya de servir para unas condiciones de arranque difíciles, vamos a aumentar algo su capacidad térmica haciendo los aros de la jaula exterior de latón con 21 % de Zn cuya conductividad a 20 °C es  $15 \frac{\text{S m}}{\text{mm}^2}$  en vez de los  $56 \frac{\text{S m}}{\text{mm}^2}$  que adoptamos para el cobre electrolítico comercial (párr. 1.01.06). Si no queremos alterar la resistencia, tendremos que tomar

$$S_{aa} = 45,6 \frac{56}{15} = 45,6 \cdot 3,74 = 170,5 \text{ mm}^2$$

Continuando en la elección provisional de los parámetros, hagamos, [2.06.36 i],

$$\nu = \frac{x_{ie(0)}}{r_{2(0)}} \approx 2,5$$

(Los valores de  $\gamma$  y  $\nu$  corresponden, pues, a cifras normales según lo expuesto en el párr. 2.06.35 y cabe esperar una curva de par bastante uniforme ya que  $\gamma \approx 2,5$  está comprendida entre

$$\nu + 1 = 2,5 + 1 = 3,5$$

y

$$\frac{\nu}{2} + 1 = 1 \cdot 2,5 + 1 = 2,25$$

(Véanse las curvas fig. 2.06.35 a y b).

Esto nos lleva, teniendo en cuenta que hemos variado las ranuras desde 48 a 42, a

$$x_{ie(0)} \approx 2,5 \quad r_{2(0)} = 2,5 \quad r_s = 2,5 \left( 173 \cdot 10^{-6} \frac{42}{48} \right) = 378 \cdot 10^{-6} \Omega$$

y para  $f = 50$  Hz, [2.06.36 r],

$$\lambda_{ie(0)} = \frac{x_{ie(0)}}{3,95 L} = \frac{378}{3,95 \cdot 14} = 6,83 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

En la jaula interior (con los suplementos compensadores por suponer la permeancia de la jaula interior nula, [2.06.36 p])

$$\lambda_i = \lambda_{ie(0)} \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} \right)^2 = 6,83 \left( \frac{2,5}{2,5 - 1} \right)^2 = 19,5 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

Al diseñar la ranura rotórica procuraremos acercarnos todo lo posible a los valores preliminares que acabamos de establecer, o sea:

$$t_{0(2)} = 5,4 \text{ mm} \quad S_{ba} = 13,7 \text{ mm}^2 \quad S_{aa} = 170,5 \text{ mm}^2$$

$$\lambda_i = 19,5 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \quad S_{bi} = 20,6 \text{ mm}^2 \quad S_{ai} = 68,4 \text{ mm}^2$$

i) *Establecimiento de la ranura*

En la figura 2.06.43 a se muestra la ranura propuesta. Las barras exteriores de cobre de 4,2 mm,  $S_{ba} = 13,8 \text{ mm}^2$ , van alojadas en el punzonado de 4,5 mm  $\Phi$ ; y para las inferiores, de  $4 \times 5,5$  mm, que con cantos muertos viene a dar  $S_{bi} = 21 \text{ mm}^2$ , se toma un punzonado de  $4,3 \times 5,8$  mm. Al corte se le da una longitud de 10,2 mm.

El diámetro en el fondo de la ranura es así de 133 mm, el paso  $\tau_{0(2)} = \frac{\pi \cdot 133}{42} = 9,5$  mm y el grueso de diente  $t_{0(2)} = 9,5 - 4,3 = 5,2$  mm. en lugar de 5,4 que nos habíamos fijado como mínimo. Ello implica que  $\hat{B}'_{dM(2)0}$  pasará a  $2 \frac{5,4}{5,2} = 2,08$  T, todavía admisible ya que la inducción real en carga vendrá apreciablemente disminuida por las caídas de tensión, el aplanamiento de la onda (coefic  $h_s$ ) y la derivación del flujo principal a lo largo de la ranura misma. Además el diente se ensancha rápidamente a partir de la raíz y las inducciones decrecen en gran medida.

j) *Constantes individuales*

Vamos a comprobar la permeancia específica de la jaula interior  $\lambda_i$ , contando con el suplemento asignado a expensas de considerar nula la de la jaula exterior.

Punzonado interior, [1.06.44 g].

$$\lambda_{bi} = \frac{5,8}{3 \cdot 4,3} = 0,45 \frac{M/Gb}{cm}$$

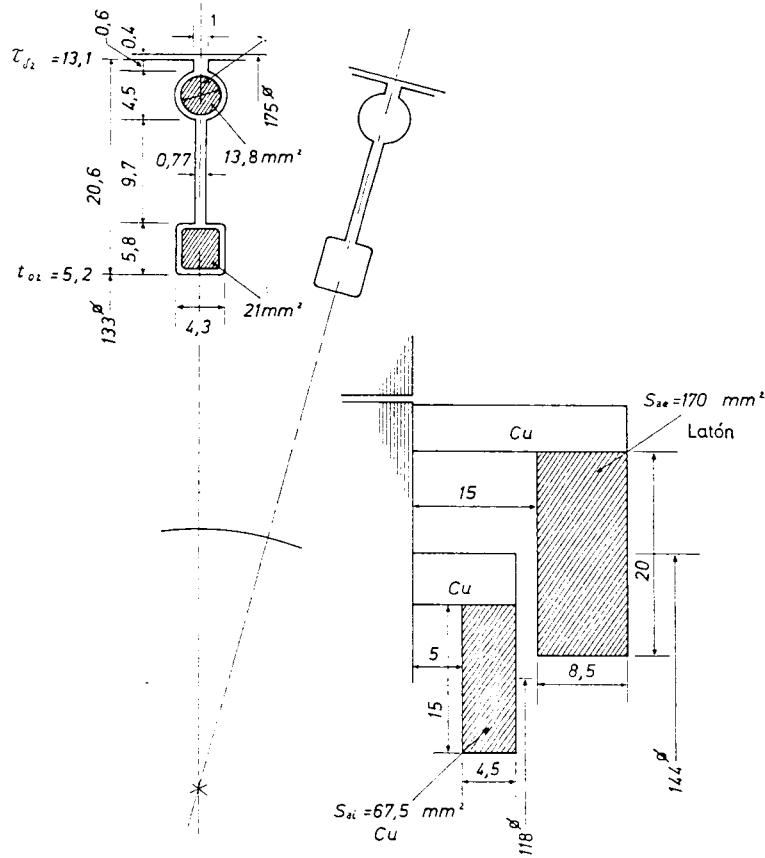


Fig. 2.06.43 a. Ranura y anillos rotóricos de un motor de 12 CV, 1.500 r/m. sincrónicas.  
 $n_2 = 42$  ranuras

Anillos interiores, [1.06.09 d]:

$$\lambda_{cbi} = \frac{n_2}{2m_1 p} \frac{\tau_p}{L} g_i$$

Tomando  $w_i \approx 5$  cm, (fig. 1.06.09 e),

$$\frac{\tau_p}{w_i} = \frac{13,75}{5} = 2,75 \frac{w}{0,223 (h_i + l_i)} = \frac{5}{0,223 (1,5 + 0,45)} = 11,5$$

y  $g_i = 0,34$ , (fig. 1.06.09 f); luego,

$$\lambda_{bi} = \frac{42}{2 \cdot 3 \cdot 2} \frac{13,75}{14} 0,34 = 1,17 \frac{M/Gb}{cm}$$

Corte entre ranuras

$$\lambda_{ei} = \frac{9,7}{0,77} = 12,6 \frac{M/Gb}{cm}$$

Espacio de la ranura exterior circular (fig. 1.06.04 a 4) con el suplemento de  $\frac{1}{2}$  de la permeancia propia de esta otra jaula (fig. 1.06.04 a, 4 y 8),

$$\lambda_{re} + \frac{\lambda_{be}}{2} = 1,57 + \frac{0,66}{2} = 1,9 \frac{M/Gb}{cm}$$

Suplemento por la mitad de los anillos exteriores. Tomemos para estos  $w_e \approx 4$  cm, (fig. 1.06.09 e):

$$\frac{\tau_p}{w_e} = \frac{13,75}{4} = 3,44 \frac{w_e}{0,223 (h_e + l_e)} = \frac{4}{0,223 (2 + 0,85)} = 6,3;$$

$g_e = 0,26$  (fig. 1.06.09 f). Por tanto, [1.06.09 d],

$$\lambda_{cbe} = \frac{n_2}{2m_1 p} \frac{\tau_p}{L} g_e = \frac{42}{2 \cdot 3 \cdot 2} \frac{13,75}{14} 0,26 = 0,895 \frac{M/Gb}{cm}$$

de donde, [2.06.36 d],

$$\begin{aligned} \lambda_i &= \lambda_{bi} + \lambda_{cbi} + \lambda_{ei} + \left( \lambda_{re} + \frac{\lambda_{be}}{2} \right) + \frac{\lambda_{cbe}}{2} = \\ &= 0,45 + 1,17 + 12,6 + (1,9) + \frac{0,895}{2} = 16,57 \frac{M/Gb}{cm} \end{aligned}$$

en lugar de 19,5 como se había propuesto. Damos por válida la solución. A 50 Hz.

$$x_i = 3,95 (\lambda_i L) = 3,95 (16,57 \cdot 14) = 915 \mu\Omega/\text{barra}.$$

Para esta ranura vamos a deducir las caídas relativas que interesan.

Constantes individuales de las jaulas

$$l_{bi} = 14 + 2 \cdot 0,5 + 0,45 = 15,45 \text{ cm}$$

$$l_{be} = 14 + 2 \cdot 1,5 + 0,85 = 17,85 \text{ cm}$$

Según [2.06.09 f y g],

$$L_i = l_{bi} + \frac{D_{ai}}{2p^2} \frac{S_{bi}}{S_{ai}} \frac{Z_2}{\pi} = 15,45 + \frac{11,8}{2 \cdot 2^2} \frac{20,6}{68,4} \frac{42}{\pi} = 15,45 = 21,4 \text{ cm}$$

$$L_e = l_{be} + \frac{D_{ae}}{2p^2} \frac{S_{be}}{S_{ae}} \frac{Z_2}{\pi} \frac{q_{ac}}{q_{be}} = 17,85 + \frac{14,4}{2 \cdot 2^2} \frac{13,8}{170} \frac{42}{\pi} \left( \frac{1}{56} \right) = 17,85 + 7,25 = 25,1 \text{ cm}$$

Las resistencias a 75 °C,

$$r_i = \frac{e_{bi} L_i}{S_{bi}} = \frac{0,214}{46 \cdot 210} = 222 \cdot 10^{-6} \Omega/\text{barra}$$

$$r_e = \frac{e_{be} L_e}{S_{be}} = \frac{0,251}{46 \cdot 13,8} = 395 \cdot 10^{-6} \Omega/\text{barra}$$

y, [2.06.36 h],

$$\gamma = \frac{r_i + r_e}{r_i} = \frac{222 + 395}{222} = 2,78 \text{ (en lugar de 2,5).}$$

k) *Constantes de marcha a P.C.* La resistencia en servicio

$$r_{2(0)} = \frac{r_i r_e}{r_i + r_e} = \frac{226 \cdot 395}{226 + 395} 10^{-6} = 144 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ (con 42 ranuras; lo que equivale, con 48, a } 144 \cdot 10^{-6} \frac{48}{42} = 165 \cdot 10^{-6} \Omega, \text{ en lugar de } 173 \cdot 10^{-6} \text{ para el motor simple).}$$

$$\text{De [2.06.36 p], } \lambda_{ie(0)} = \lambda_i \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)^2 = 16,57 \left( \frac{2,78 - 1}{2,78} \right)^2 = 6,7 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

(Se había previsto 6,83).

Cuanto a la permeancia específica común del rotor, [2.06.36 g],

$$\lambda_{d(2)} = \lambda_{d(2)} + \lambda_{ee} + \frac{\lambda_{be}}{2} + \frac{\lambda_{cbe}}{2}$$

donde, [1.06.08 e],

$$\lambda_{d(2)} = \frac{r_{d(1)} - (a_{d(1)} + a_{d(2)}) + 2\delta}{12 \delta} = \frac{15,25 - (3 + 1) + 2 \cdot 0,4}{12 \cdot 0,4} = 2,51 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

que no ha variado respecto a la del rotor primitivo aunque el número de ranuras sea distinto.

$$\lambda_{ee} = \frac{0,6}{1} = 0,6 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

$$\frac{\lambda_{be}}{2} = \frac{0,66}{2} = 0,33 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

$$\frac{\lambda_{cbe}}{2} = \frac{0,895}{2} = 0,448 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

$$\lambda_{d(2)} = 2 \cdot 51 + 0,6 + 0,33 + 0,448 = 3,89 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

(La suma de las permeancias  $\lambda_{2(0)} = \lambda_{d(2)} + \lambda_{ie(0)} = 3,89 + 6,7 = 10,6 \frac{\text{M/Gg}}{\text{cm}}$  es,

mayor que la del motor simple donde  $\lambda_{d(2)} = 6,61 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$ . A expensas de ello se mejora el arranque).

Las reactancias correspondientes a  $\lambda_{ie(0)}$  y  $\lambda_{d(2)}$  valen, para  $f = 50 \text{ Hz}$ , [2.06.36 r y f],  $x_{ie(0)} = 3,95 (\lambda_{ie(0)} L) = 3,95 \cdot 6,7,14 = 370 \mu\Omega/\text{ranura}$  en lugar de  $378 \mu\Omega$  propuestos. El resultado es bastante concordante.

$$x_{d(2)} = 3,95 (\lambda_{d(2)} L) = 3,95 \cdot 3,89 \cdot 14 = 215 \mu\Omega/\text{ranura.}$$

La reactancia en servicio, [2.06.36 l],

$$x_{2(0)} = x_{d(2)} + x_{ie(0)} = 215 + 370 = 585 \mu\Omega/\text{ranura}$$

Comprobemos  $\nu$ , [2.06.36 i]

$$\nu = \frac{x_{ie(0)}}{r_{2(0)}} = \frac{370}{144} = 2,57 \text{ a } 75 \text{ °C}$$

(Nos habíamos propuesto  $\nu = 2,5$ . Es, pues, aceptable).

A 20 °C de acuerdo con la reducción térmica de  $r_{2(0)}$  (al 82 %),  $\nu = \frac{2,57}{0,82} = 3,14$ .

Valor solo aplicable al instante inicial porque la jaula se calienta rápidamente.

i) *Caidas de tensión específicas en el rotor a P.C.* ( $s \approx 0$ )

Calculemos primero el coeficiente  $k_{R(0)}$  para referir las densidades de corriente a la varilla interior, [2.06.38 m].

$$k_{R(0)} = 1 + \frac{S_{be}/S_{bi}}{\frac{e_{be} L_e}{e_{bi} L_i}} = 1 + \frac{\frac{13,8}{21,0}}{\frac{1}{25,1}} = 1,56$$

Los valores de  $I_2$ ,  $I'_2$  e  $I_1$  son (cuanto al primero, si el número de ranuras no varía, y cuanto a los restantes, en todos los casos), los mismos que para el motor simple, admitiendo que los rendimientos y el  $\cos \varphi$  no cambien gran cosa de uno a otro<sup>(1)</sup>. Cuando las modificaciones introducidas hagan prever un cambio apreciable de estos factores, será preciso repetir el cálculo de dichas corrientes según el proceso de los apartados b) y d).

Al pasar las ranuras rotóricas de 48 a 42, la corriente por ranura variará en razón inversa.

Tenemos, pues,

$$I_1 = 16,9 \text{ A/fase; } I_2 = 208 \frac{48}{42} = 238 \text{ A/ran.}$$

$I'_2 = 15,2 \text{ A/fase primaria. Luego, [2.06.38 l],}$

$$A_{2/1 PC} = \frac{I_2}{k_{R(0)} S_{bi}} \frac{I_1}{I'_2} = \frac{238}{1,56 \cdot 21,0} \frac{16,9}{15,2} = 7,25 \cdot 1,11 = 8,05 \text{ A/mm}^2$$

(para la jaula sencilla era  $A_{2/1} = 7,7 \text{ A/mm}^2$ ). Ha aumentado, pues, en la relación

(1) En realidad el  $\cos \varphi$  del motor de doble jaula viene a resultar 1 o 2 puntos más bajo que el de jaula simple. Los cálculos a base de la hipótesis que aquí establecemos son, pues, más bien algo optimistas

$\frac{8,05}{7,7}$  que es inversa a la de las correspondientes resistencias a igualdad de ranuras,  $\frac{173 \cdot 10^{-6}}{165 \cdot 10^{-6}}$ .

La caída de resistencia rotórica a P.C. referida al primario, [2.06.38 j], valdrá, a 75 °C.

$$\dot{u}_{R2/1PC} = \frac{270 \varrho_{st}}{D} \left( \frac{L_t}{L} \right) \frac{\Delta_{2/1PC}}{\hat{B}_{\delta 0}} = \frac{270}{46 \cdot 17,5} \left( \frac{21,4}{14} \right) \frac{8,05}{1,5 \cdot 0,74} = 0,463 \cdot 8,05 = 3,72 \% \text{ de } U_1$$

(antes era  $\dot{u}_{R2/1} = 3,97 \% \text{ de } U_1$ )

Para la caída relativa de reactancia en el rotor a P.C., [2.06.38 d y k],

$$\dot{e}_{x2/1com} = \frac{5,58 \xi_1 q_1 \lambda_{c(2)}}{Z_2/2 p \cdot 100 \hat{B}_{\delta 0}} = \frac{5,58 \cdot 0,96}{42/4} \cdot 2,11 \frac{3,89}{0,74} = 1,455 \cdot 3,89 = 5,66 \% \text{ de } U_1$$

$$\dot{e}_{x2/1PC} = \frac{5,5 \xi_1 q_1 \lambda_{ie(0)}}{Z_2/2 p \cdot 100 \hat{B}_{\delta 0}} = \dot{e}_{x2/1com} \frac{\lambda_{ie(0)}}{\lambda_{c2}} = 5,66 \frac{6,7}{3,89} = 9,75 \% \text{ de } U_1$$

m) *Caidas específicas en el rotor a la puesta en marcha (s = 1)*

Volvamos sobre el coeficiente de referencia para las densidades rotóricas; en el arranque, [2.06.38 g], y tomando como hemos visto  $\nu = 3,14$  para 20 °C,

$$k_{R(1)} = \frac{k_{R(0)}}{1 + \frac{(\nu - 1) \nu^2}{(\nu - 1)^2 + \nu^2}} = \frac{1,56}{1 + \frac{(2,78 - 1) \cdot 3,14^2}{(2 \cdot 78 - 1)^2 + 3,14^2}} = 0,667$$

de donde, [2.06.38 f],

$$\Delta_{2/1arr} = \frac{I_2}{k_{R(1)} S_{st}} \left( \frac{I_1}{I_1'} \right) = \frac{238}{0,667 \cdot 21} \frac{16,9}{15,2} = 18,85 \text{ A/mm}^2$$

(con el motor de simple jaula, el valor a tomar de  $\Delta_{2/1}$  es el mismo para la marcha normal que en el arranque, 7,7 A/mm<sup>2</sup>).

La caída relativa de resistencia a la puesta en marcha, [2.06.38 c],

$$\dot{u}_{R2/1arr} = \frac{270 \varrho_{st}}{D} \left( \frac{L_t}{L} \right) \frac{\Delta_{2/1arr}}{\hat{B}_{\delta 0}} \left( \frac{N}{1000} \right)$$

$$\text{A } 20 \text{ °C, } \varrho_{st} = \frac{1}{56} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$$

$$\dot{u}_{R2/1arr} = \frac{270}{56 \cdot 17,5} \left( \frac{21,4}{14} \right) \frac{18,85}{1,5} \frac{1}{0,74} = 0,38 \cdot 18,85 = 7,15 \% \text{ de } U_1$$

Cuanto a las caídas de reactancia para  $s = 1$ , en frío,  $e_{x0/2arr} = 5,66 \% U_1$  independiente de  $s$ ) y, [2.06.38 e],

$$e_{x2/1tearr} = \frac{5,58 \cdot \xi_1 q_1 \lambda_{ie(1)}}{Z_2/2 p \cdot 100 \hat{B}_{\delta 0}} = \frac{5,58 \cdot 0,96}{42/4} \cdot 2,11 \frac{\lambda_{ie(1)}}{0,74} = 1,45 \lambda_{ie(1)}$$

pero, [2.06.38 i],

$$\lambda_{ie(1)} = \lambda_{ie(0)} \frac{1}{1 + \left( \frac{\nu}{\gamma - 1} \right)^2} = 6,7 \frac{1}{1 + \left( \frac{3,14}{2,78 - 1} \right)^2} = \frac{6,7}{4,12} = 1,62 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

de donde

$$e_{x2/1tearr} = 1,45 \cdot 1,62 = 2,35 \% \text{ de } U_1$$

n) *Deslizamiento a P.C.* De acuerdo con [2.06.41 c],

$$s = \frac{u_{R2/1PC}}{100} \frac{I_2'}{I_1} \frac{U_1}{E_1} = \frac{3,72}{100} \frac{15,2}{16,9} \frac{220}{205,6} = 0,0358 = 3,58 \%$$

Aunque el  $\cos \varphi$ , haya disminuido algo y aumentado con ello  $I_1$ , la relación  $\frac{I_1}{E_2}$  no cambiará apreciablemente.

ñ) *Corriente y par de arranque* Según [2.06.39 a],

$$I_{cc} = \frac{100}{\sqrt{\left( \dot{u}_{R1} + \dot{u}_{R2/1arr} \frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}'} \right)^2 + \left[ e_{x1} + (e_{x2/1com} + e_{x2/1tearr}) \frac{I_{cc2}'}{I_1} \right]^2}}$$

Admitiendo  $\frac{I_{cc2}'}{I_{cc1}'} = 0,95$ , y a 20 °C (coef. térmico para  $\dot{u}_{R1}$ , 0,82;  $\dot{u}_{R2/1arr}$  ya se ha evaluado a esta temperatura).

$$I_{cc} = \frac{100}{\sqrt{(0,82 \cdot 3,37 + 7,15 \cdot 0,95)^2 + [8,1 + (5,66 + 2,35) \cdot 0,95]^2}} = 5,45$$

en lugar de 5,83 veces la corriente nominal en el motor de jaula sencilla.

Para el par de arranque, [2.06.40 a],

$$\dot{M}_{cc} = \frac{\dot{u}_{R2/1arr}}{100} \left( \frac{I_{cc}'}{I_{cc1}'} \right)^2 \frac{1 - s}{\eta \cos \varphi}$$

A 20 °C temperatura a la que hemos referido  $\dot{u}_{R2/1arr}$  y  $I_{cc}'$ , y supuestos invariables  $\eta$  y  $\cos \varphi$  para el motor de doble jaula,

$$\dot{M}_{cc} = \frac{7,15}{100} (5,45 \cdot 0,95)^2 \frac{1 - 0,0358}{0,88 \cdot 0,89} = 2,33$$

veces el par normal, en vez de 1,22 con el motor de jaula simple.



Nótese el enorme incremento del par de arranque acompañado de una disminución de la intensidad inicial.

o) Densidades en las jaulas en el momento del arranque

$$r_i \begin{cases} = 222 \mu\Omega \text{ a } 75^\circ\text{C} \\ = 0,82 \cdot 222 = 182 \mu\Omega \text{ a } 20^\circ\text{C} \end{cases}; \quad r_e \begin{cases} = 395 \mu\Omega \text{ a } 75^\circ\text{C} \\ = 0,82 \cdot 395 = 324 \mu\Omega \text{ a } 20^\circ\text{C} \end{cases}; \quad x = 915 \mu\Omega$$

$$r_{2(0)} \begin{cases} = 144 \mu\Omega \text{ a } 75^\circ\text{C} \\ = 0,82 \cdot 144 = 118 \mu\Omega \text{ a } 20^\circ\text{C} \end{cases}; \quad x_{ie(0)} = 370 \mu\Omega$$

$$\gamma = 2,78; \quad \nu = 3,14 \text{ a la puesta en marcha}; \quad I_2 = 238 \text{ A.}$$

Por [2.06.37 n].

$$I_{cc2} = \left( \frac{I_{cc2}}{I_{cc1}} \right) I_2 = (5,45 \cdot 0,95) 238 = 1235 \text{ A.}$$

de donde, a 20 °C,

$$[2.06.37 i], \quad r_{2(1)} = r_{2(0)} \left[ 1 + \frac{(\gamma - 1) \nu^2}{(\gamma - 1)^2 + \nu^2} \right] = 118 \left[ 1 + \frac{[(2,78 - 1) 3,14^2]}{(2,78 - 1)^2 + 3,14^2} \right] = \\ = 118 \cdot 2,355 = 278 \mu\Omega/\text{ran.}$$

$$[2.06.37 j], \quad x_{ie(1)} = x_{ie(0)} \frac{1}{1 + \left( \frac{\nu}{\gamma - 1} \right)^2} = 370 \frac{1}{1 + \left( \frac{3,14}{2,78 - 1} \right)^2} = \frac{370}{4,14} = 89,5 \mu\Omega/\text{ran}$$

$$[2.06.37 k], \quad z_{ie(1)} = \sqrt{r_{2(1)}^2 + x_{ie(1)}^2} = \sqrt{278^2 + 89,5^2} = 293 \mu\Omega/\text{ran}$$

$$[2.06.37 l], \quad I_{cc2(1)} = I_{cc2} \frac{z_{ie(1)}}{\sqrt{r_i^2 + x_i^2}} = 1235 \frac{293}{\sqrt{182^2 + 915^2}} = 388 \text{ A}$$

$$[2.06.37 m], \quad I_{cc2(e)} = I_{cc2} \frac{z_{ie(1)}}{r_e} = 1235 \frac{293}{324} = 1120 \text{ A.}$$

Nótese como la suma aritmética de los dos componentes (388 + 1120 = 1508 A) es superior a la resultante 1235 A.

Las densidades en las barras a la puesta en marcha son,

$$\Delta_{bi} = \frac{I_{cc2(1)}}{S_{bi}} = \frac{388}{21} = 18,5 \text{ A/mm}^2 \quad \Delta_{be} = \frac{I_{cc2(e)}}{S_{be}} = \frac{1120}{13,8} = 81 \text{ A/mm}^2$$

La interior, no excesiva; la exterior extraordinariamente alta. Toda la corriente de arranque pasa prácticamente por la barra exterior.

En los anillos, [2.06.09 i],

$$\Delta_{ai} = \Delta_{bi} \frac{\Delta l_{bi}}{\frac{D_{ai}}{p} \frac{q_{ai}}{q_{bi}}} = 18,5 \frac{5,95}{\frac{11,8}{2} \frac{56}{56}} = 18,6 \text{ A/mm}^2$$

$$I_{ae} = \Delta_{be} \frac{\Delta l_{be}}{\frac{D_{ae}}{p} \frac{q_{ae}}{q_{be}}} = 81 \frac{7,25}{\frac{14,4}{2} \frac{56}{15}} = 21,8 \text{ A/mm}^2$$

esta última, sobre aros de latón, que equivaldría, en cobre, a

$$21,8 \frac{56}{15} = 81,5 \text{ A/mm}^2$$

casi igual a la de la barra.

Observemos que en la barra exterior el incremento de temperatura a la puesta en marcha se produce a un ritmo de, [1.11.05 k],

$$\frac{\Delta \theta}{\Delta t} \approx \frac{\Delta I^2}{150} = \frac{81^2}{150} \approx 44^\circ\text{C por segundo.}$$

Esta cifra elevadísima, desciende, sin embargo, rápidamente por el decrecimiento inmediato de la corriente en la barra en cuanto el motor inicia su giro, la repartición que sigue, más uniforme, de la corriente entre ambas jaulas, el contacto íntimo con las chapas del rotor, y la ventilación que se produce. De todas maneras, el calentamiento de la jaula exterior durante el arranque es siempre muy elevado.

2.07 CÁLCULO DE LAS MÁQUINAS ASÍNCRONAS

2.07.01 Volumen del inducido

El estator de un motor asíncrono no se diferencia esencialmente del de un alternador de similares características; en buena parte, cabe extender aquí lo que se ha dicho a propósito de estos últimos en el capítulo 2.04, sirviendo de base los mismos argumentos para llegar a idénticas conclusiones lo cual no es de extrañar ya que se trata en uno y en otro caso de máquinas que funcionan bajo el mismo principio de los campos rotatorios. Así, lo que determina el tamaño de la máquina es principalmente el «par aparente o ficticio en bornes», y el coeficiente de utilización o constante del inducido se define y viene expresado por la fórmula [2.04.03 b]

$$C = \frac{M_b}{V} = 1,165 \xi_1 \left( \frac{q_1}{100} \hat{B}_{\delta o} \right) \frac{(VA/r/m)}{dm^3} \quad [2.07.01 a]$$

siendo, [2.04.03 a],

$$M_b = \frac{P_b \times 1000}{N_1} = \frac{P_b}{\left( \frac{N_1}{1000} \right)} = 1,165 \xi_1 V \left( \frac{q_1}{100} \hat{B}_{\delta o} \right) \left( \frac{VA}{r/m} \right) \quad [2.07.01 b]$$

- $P_b$  es la potencia aparente en bornes (potencia aparente absorbida, en el caso de un motor) en kVA
- $N_1$  la velocidad sincrónica o velocidad de giro del campo en r/m
- $M_b$  el «momento aparente en bornes» referido a ambas magnitudes anteriores, en  $\frac{VA}{r/m}$
- $q_1$  la carga lineal específica del estator a P.C. en Ac/cm
- $\hat{B}_{\delta o}$  la inducción máxima (T) en el entrehierro supuesto el inducido liso, la onda de campo senoidal y la f.e.m. igual a la tensión en bornes

$V =$  Volumen prismático del inducido en  $dm^3$

Una vez elegidos  $q_1$  y  $\hat{B}_{\delta o}$  el volumen del rotor queda absolutamente determinado y son únicamente estos dos parámetros los que influyen en dicho volumen.

Como la potencia a considerar es la aparente en bornes del motor hay que estimar a priori el rendimiento y el  $\cos \varphi$  de la máquina. Las figs. 2.07.01 a y b

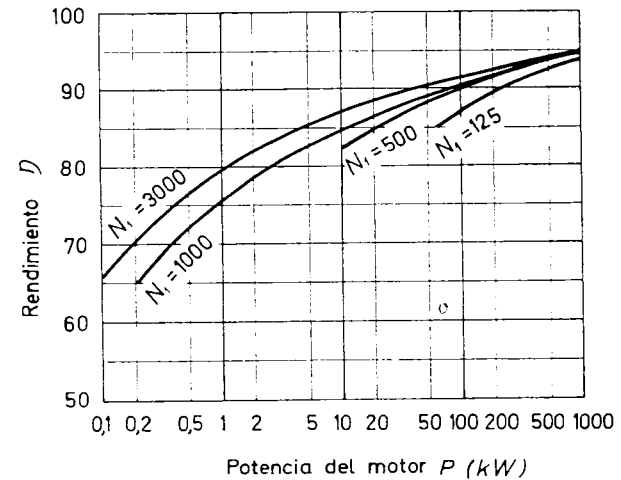


Fig. 2.07.01 a. Rendimiento de los motores trifásicos asíncronos.

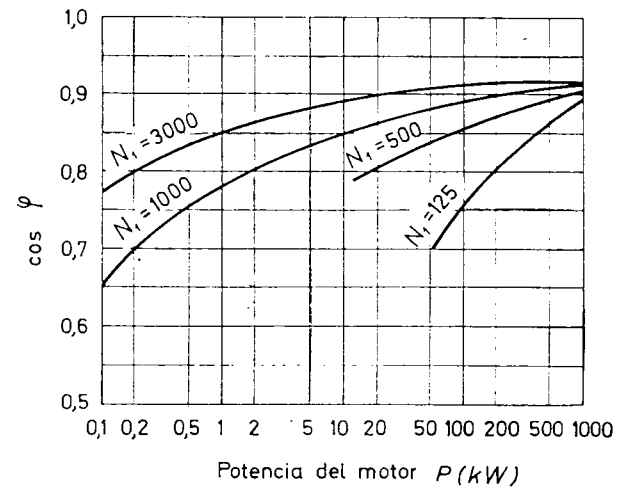


Fig. 2.07.01 b. Cos φ de los motores trifásicos asíncronos

nos dan valores corrientes de ambas magnitudes en función de la potencia útil  $P$  y de la velocidad sincrónica  $N_1$ . Las características mejoran a medida que las máquinas son mayores y más rápidas.

La tabla 2.07.01 a muestra los valores prescritos por las Normas DIN para motores de corto circuito construcción protegida.

TABLA 2.07.01 a. Rendimiento y  $\cos \varphi$  normales de los motores trifásicos asincronos, según DIN

Potencia nominal		Rendimiento Velocidad r/m					Cos $\varphi$ Velocidad r/m						
kw	CV aproximad.	3000	1500	1000	750	600	500	3000	1500	1000	750	600	500
0,125	0,17	66,5	69,5	66,5				0,78	0,70	0,66			
0,2	0,27	70	72,5	69,5	64,5			0,80	0,73	0,69	0,60		
0,33	0,45	73,5	74,5	72,5	68,5			0,82	0,76	0,71	0,64		
0,5	0,7	76	76,5	75	71,5			0,84	0,79	0,73	0,67		
0,8	1,1	78,5	79,5	77,5	75			0,86	0,80	0,75	0,70		
1,1	1,5	80	81,5	79,5	77			0,87	0,82	0,77	0,72		
1,5	2	81,5	82,5	81	78,5			0,88	0,83	0,78	0,74		
2,2	3	83	83,5	82,5	80,5			0,89	0,85	0,80	0,76		
3	4	84	84,5	83,5	81,5			0,89	0,86	0,81	0,78		
4	5,5	84,5	85,5	84,5	82,5			0,89	0,87	0,82	0,80		
5,5	7,5	85,5	86,5	85,5	83,5			0,89	0,87	0,84	0,82		
7,5	10	86	87	86	84	84		0,89	0,87	0,85	0,83	0,81	
11	15	86,5	87,5	86,5	85	85	84	0,89	0,87	0,85	0,84	0,82	0,79
15	20	86,5	87,5	86,5	86	85,5	85	0,89	0,87	0,85	0,84	0,82	0,79
22	30	87,5	88	87,5	87	86,5	86	0,90	0,88	0,86	0,85	0,82	0,79
30	40	88,5	89	88,5	88	87,5	87	0,90	0,89	0,87	0,86	0,83	0,80
40	55	89	89,5	89	89	88,5	88	0,90	0,90	0,88	0,87	0,84	0,81
50	68	89,5	90	90	89,5	89	88,5	0,91	0,90	0,88	0,87	0,85	0,82
64	87	90	90,5	90,5	90	89,5	89	0,91	0,90	0,89	0,88	0,86	0,83
80	110	90	90,5	90,5	90,5	90	90	0,91	0,90	0,89	0,88	0,86	0,85
100	136	90,5	91	91	91	90,5	90,5	0,91	0,90	0,89	0,88	0,86	0,85

2.07.02 Inducción máxima  $\hat{B}_{\delta 0}$  admisible en el entrehierro con f.e.m. igual a la tensión en bornes, onda senoidal y entrehierro liso

Influye sobre todo en el factor de potencia que cabe esperar del motor ya que las restantes inducciones del circuito magnético van íntimamente li-

gadas a  $\hat{B}_{\delta 0}$ . En este sentido, también afecta a las pérdidas en el hierro y al desarrollo de la curva de rendimiento en función de la carga. Fiando de la experiencia sobre máquinas construidas pueden servir de base los datos contenidos en las figs. 2.07.02 a. La inducción se da en función del diámetro y del número de polos de la máquina. La forma irregular de las curvas para 4 y 8 polos no han de tomarse en sentido estricto; se tiende a prevenir con ello posibles dificultades para mantener la inducción en el núcleo,

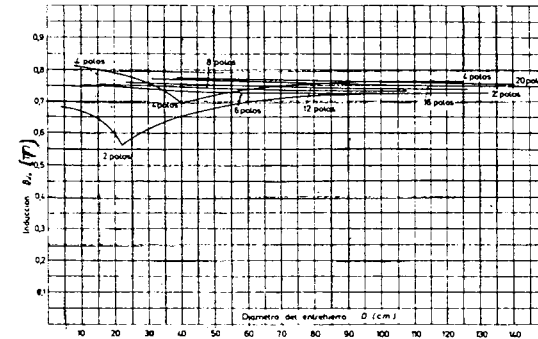


Fig. 2.07.02 a. Motores trifásicos asincronos. Inducción  $\hat{B}_{\delta 0}$  recomendable en el entrehierro liso, con onda de campo senoidal y f.e.m.  $E_1 = U$

con diámetros pequeños, por bajo de límites tolerables, pero como esta última depende también de la profundidad de las ranuras, si el caso lo permite no hay inconveniente en aproximarse en la elección de  $\hat{B}_{\delta 0}$  a un curso más regular de la curva recomendada. En definitiva, es la corriente magnetizante por su efecto sobre el  $\cos \varphi$  lo que decidirá si las inducciones pueden ser, o no, aumentadas. No es extraño, pues, encontrar motores cuyos valores de  $\hat{B}_{\delta 0}$  se aparten bastante, en uno u otro sentido, de los de la fig. 2.07.02.

2.07.03 Carga lineal específica en el estator  $q_1$

Dependen de ella, en primer lugar, las reactancias y por consecuencia la corriente y el par de arranque y la capacidad de sobrecarga. Estas tres últimas características disminuyen al aumentar  $q_1$ . También influye en el calentamiento de la máquina.

Las figuras 2.07.03 a muestra valores comunes de  $q_1$  en función de  $p$  para máquinas de potencia hasta 200 kW. El crecimiento subsiguiente de  $p_1$  es muy lento y no acostumbra rebasar los 500 Ac/cm en los grandes motores.

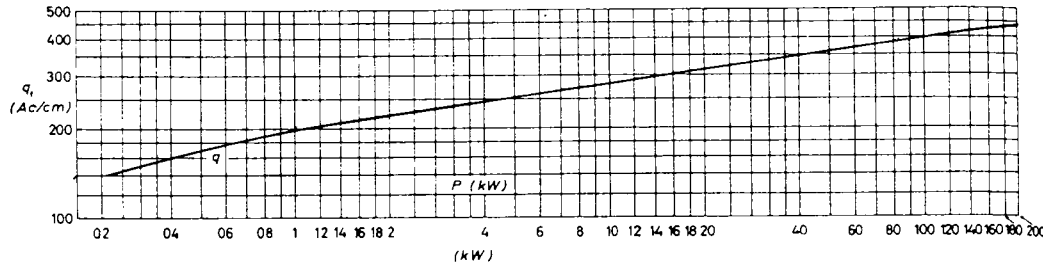


Fig. 2.07.03 a. Motores trifásicos asíncronos. Carga lineal específica admisible  $q_1$  en función de la potencia útil  $P$ .

2.07.04 Diámetro y longitud del inducido

Una vez deducido el volumen prismático  $V_g = D^2L$  a base del coeficiente  $C = f(\hat{B}_{\delta 0}, q_1)$  hay que repartirlo entre sus dos dimensiones, diámetro  $D$  y longitud  $L$ . El aumentar  $D$  a expensas de  $L$  acortando la longitud de la máquina disminuye las caídas de reactancia y aumenta perjudicialmente la corriente de arranque aunque mejora el par al ponerlo en marcha y la ventilación, pero en general encarece la máquina. La relación entre la longitud y el diámetro varía, según el destino y la velocidad del motor, entre amplísimos límites (los motores lentos de gran número de polos son muy cortos con respecto al diámetro). Cuando se examina la relación  $\lambda$  entre la longitud del inducido  $L$  y el paso polar  $\tau_p$ , el margen de variación es más reducido pero, incluso para la misma velocidad, llega a ser en unos motores doble que en otros (fig. 2.07.04 a).

La figura 2.07.04 b muestra a título de orientación valores constructivos del diámetro, según la potencia y el número de polos, para máquinas usuales,

Fig. 2.07.04 a. Motores asíncronos. Relación entre la longitud del inducido y el paso polar según el número de polos.

$$\lambda = \frac{L}{\tau_p}$$

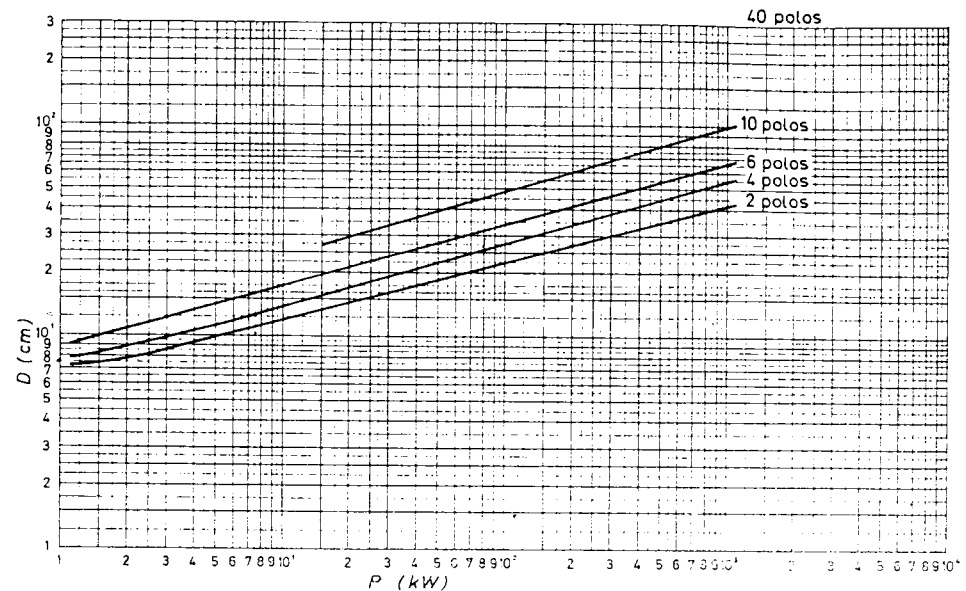
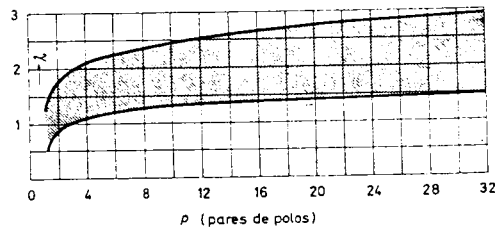


Fig. 2.07.04 b. Motores trifásicos asíncronos. Diámetros  $D$  en función de la potencia  $P$  según el número de polos  $2p$ .

pero, repetimos, que las desviaciones respecto a los valores dados en ella suelen ser considerables sin que por eso la construcción pueda considerarse anormal. Incluso, con objeto de aprovechar los mismos punzonados, los paquetes de un cierto diámetro se alargan o se acortan proporcionalmente a la potencia dentro de márgenes que suponen hasta un 50 % en la longitud total y por tanto en la potencia de la máquina.

Las últimas normalizaciones internacionales (CEI, Euronorm, etc.), que establecen medidas exteriores, de fijación y de acople convenidas para motores industriales hasta unos 200 CV, han llevado indirectamente a uniformar en mayor grado las dimensiones de la parte activa (chapa magnética y cobre).

Una vez elegido  $D$  (dm)

$$L = \frac{V}{D^2} \text{ (dm)} \quad [2.07.04 \text{ a}]$$

Cuando se toma como base un motor de rotor bobinado para construir otro de la misma potencia, tensión y velocidad, pero con rotor de jaula sencilla o múltiple, la solución no presenta por regla general dificultades porque el espacio requerido por los conductores del órgano giratorio es mucho menor en el segundo caso.

El problema inverso de sustituir el proyecto de un rotor de jaula por otro bobinado, si el primero está bien aprovechado de inducciones, no podrá efectuarse sin aumentar todos los diámetros de la máquina. Por eso, tratándose de motores bobinados, sobre todo de pequeña y mediana potencia, será recomendable incrementar los diámetros indicados en la figura 2.07.04 b entre un 5 y un 10 %. Además, hay que contar con un ligero descenso del rendimiento y del  $\cos \varphi$ .

### 2.07.05 Ejemplos

1.º Calcular el diámetro y la longitud de un motor trifásico de 1 CV 1500 r/m sincrónicos (4 polos), 50 Hz.

Para  $P = 0,736$  kW y  $2p = 4$  polos, extrapolando en la figura 2.07.04 b, el diámetro normal del inducido,  $D$ , viene a ser unos 7,5 cm y la inducción recomendable  $\hat{B}_{\delta} = 0,81$  T (fig. 2.07.02 a).

La carga lineal específica, según la fig. 2.07.03 a,  $q_1 = 185$  Ac/cm.

El estator de este motor será de 36 ranuras, 9 por fase, y  $n_{pr} = 3$  ranuras por polo y fase al cual corresponde un factor de bobinado  $\xi_1 = 0,96$  (tabla 1.04.13 a).

Por tanto, el coeficiente de utilización que resultará para la máquina es, [2.07.01 a],

$$C = 1,165 \xi_1 \left( \frac{q_1}{100} \hat{B}_{\delta} \right) = 1,165 \cdot 0,96 \frac{185}{100} 0,81 = 1,67 \frac{\left( \frac{\text{VA}}{\text{r/m}} \right)}{\text{dm}^3}$$

Admitiendo un rendimiento  $\rho = 0,75$  y un  $\cos \varphi = 0,77$  (fig. 2.07.01 a y b), la potencia aparente en bornes vale, [2.04.03 a],

$$P_b = \frac{1 \cdot 0,736}{0,75 \cdot 0,77} = 1,275 \text{ kW}$$

y el par ficticio en bornes, [2.07.01 b],

$$M_b = \frac{P_b}{\left( \frac{N_1}{1000} \right)} = \frac{1,275}{1,5} = 0,85 \frac{\text{VA}}{\text{r/m}}$$

de donde, el volumen prismático necesario, [2.07.01 a],

$$V_c = D^2 L = \frac{M_b}{C} = \frac{0,85}{1,67} = 0,51 \text{ dm}^3$$

y con  $D = 0,75$  cm

$$L = \frac{0,51}{0,75^2} = 0,904 \text{ dm}$$

o sea, 90,4 mm. El motor tiene un diámetro de 73 mm y una longitud de 90 mm.

2.º Calcular el diámetro y longitud de un motor trifásico de 650 kW, 1000 r/m sincrónicas (6 polos), 50 Hz.

Para  $P = 650$  kW y  $2p = 6$  polos,  $D = 60$  cm (fig. 2.07.04 b).

»  $P = 650$  kW, extrapolando en la fig. 2.07.03,  $q_1 = 460$  Ac/cm.

»  $D = 60$  cm y  $2p = 6$  polos,  $\hat{B}_{\delta} = 0,72$  T (fig. 2.07.02 a).

El motor se dispone con  $n_{pr} = 5$  ranuras por polo y fase ( $n_1 = 90$  ran), con lo cual  $\xi_1 = 0,957$  (tabla 1.04.13 a).

Coeficiente de utilización, [2.07.01 a],

$$C = 1,165 \xi_1 \left( \frac{q_1}{100} \hat{B}_{\delta} \right) = 1,165 \cdot 0,957 \cdot 4,60 \cdot 0,72 = 3,7 \frac{\left( \frac{\text{VA}}{\text{r/m}} \right)}{\text{dm}^3}$$

Suponiendo el rendimiento  $\rho = 0,94$  y  $\cos \varphi = 0,91$  (fig. 2.07.01 a y b), la potencia aparente en bornes,

$$P_b = \frac{650}{0,94 \cdot 0,91} = 761 \text{ kVA}$$

El par aparente en bornes, [2.04.03 a],

$$M_b = \frac{P_b}{\left( \frac{N_1}{1000} \right)} = \frac{761}{1} = 761 \frac{\text{kVA}}{\text{r/m}}$$

El volumen prismático de inducido necesario, [2.07.01 a]

$$V_c = \frac{M_b}{C} = \frac{761}{3,7} = 205 \text{ dm}^3 = D^2 L$$

y la longitud geométrica del inducido

$$L = \frac{V_c}{D^2} = \frac{205}{6^2} = 5,69 \text{ dm}$$

El motor tiene 65 cm de diámetro y 50 de longitud.

La inducción y la carga lineal específica son también algo diferentes.

### 2.07.06 Número de ranuras

Los devanados fraccionarios ( $n_{pr(1)} \neq$  entero) no conviene usarlos para el estator de los motores asincronos ni para el rotor de los de anillos rozantes porque dan origen con frecuencia a fenómenos perturbadores por ruidos y vibraciones. Las mismas anomalías pueden presentarse, aun eligiendo  $n_{pr(1)}$  entero, si la combinación de ambos números de ranuras primarias y secundarias no es adecuada, y, en ciertos casos, el motor no consigue rebasar la velocidad de giro correspondiente a una cierta fracción (1/7 por lo general) de la velocidad de sincronismo. Este peligro es sobre todo digno de tenerse en cuenta en los motores de rotor en corto circuito y se atenúa en los de anillos rozantes que poseen más par y menos dispersión a la puesta en marcha.

Abundantes son los estudios teóricos realizados sobre esta materia <sup>(1)</sup> aunque la práctica no siempre viene a confirmarlos con todo rigor existiendo numerosos motores construidos con números de ranuras teóricamente inadmisibles que funcionan a la perfección, mientras que otros, irreprochables en teoría, ocasionan dificultades.

Tabla 2.07.07 a. — Ranuras recomendables para estatores y rotores de los motores asíncronos de corto circuito

p = 1		p = 2		p = 3		p = 4		p = 5	
n <sub>1</sub>	n <sub>2</sub>	n <sub>1</sub>	n <sub>2</sub>	n <sub>1</sub>	n <sub>2</sub>	n <sub>1</sub>	n <sub>2</sub>	n <sub>1</sub>	n <sub>2</sub>
18	16 22	24	18 30	24	28	24	30	60	48 22
—	—	—	32	—	—	—	—	—	68 72
24	16 18	—	—	—	28 30	36	39 48	—	74
—	20 22	36	22 24	36	39 42	—	—	—	—
—	—	—	28 42	—	44 46	—	—	—	—
—	28	—	44 60	—	48 54	48	40 58	—	72 74
30	22 34	—	—	—	44 46	—	60 72	90	76 78
—	—	48	38 44	—	48 62	—	58 62	—	102 104
—	16 24	—	56 58	54	48 62	—	82 84	—	106 108
36	26 28	—	60 84	—	64 68	72	86 90	—	112
—	46 48	—	—	—	72 88	—	96	—	96 98
—	—	60	44 48	—	54 58	—	—	120	102 104
42	34 52	—	50 70	—	62 82	—	78 82	—	136 138
—	—	—	72 74	72	84 86	96	110 114	—	142 144
—	—	—	84	—	88 90	—	118	—	146 148
48	40 52	—	—	—	96	—	—	—	—
—	58	—	58 62	—	74 76	—	—	—	—
—	—	72	82 86	90	104 106	—	98 102	—	122 124
54	46 64	—	90	—	110 112	120	138 142	150	126 128
—	—	—	—	—	—	—	146 150	—	172 174
60	48 50	—	70 90	—	86 88	—	—	—	176 178
—	52 70	84	94 98	—	92 94	—	118 122	—	182 184
—	—	—	102	108	122 124	—	126 162	—	186 188
66	52 76	—	—	—	128 130	144	166 170	—	—
—	82	96	78 110	—	134	—	174 178	—	144 146
—	—	—	114 118	—	—	—	—	—	148 152
—	—	—	—	—	104 106	—	—	—	154 156
72	58 82	—	—	—	110 142	—	—	—	158 204
—	88	—	—	126	146 148	—	—	180	206 208
—	—	—	—	—	152 154	—	—	—	212 214
—	—	—	—	—	158	—	—	—	216 218
—	—	—	—	—	—	—	—	—	222 224

(1) Véase por ejemplo, acerca de los ruidos, H. JORDAN: Der Geräuscharme Elektromotor.

2.07.07 Reglas generales

- Resumiremos los criterios más importantes, a saber.
- a) En ningún caso los números de ranuras del estator y del rotor han de ser iguales, o múltiplos entre sí.
  - b) Las ranuras de uno de estos dos órganos, las del rotor generalmente, conviene disponerlas con una inclinación tangencial igual al paso de ranura opuesto.
  - c) El devanado en doble capa de paso acortado es siempre favorable
  - d) Se recomienda que el número de ranuras del rotor  $n_2$  sea par
  - e) Al mismo tiempo  $n_2$  debe ser lo más bajo posible
  - f) También es recomendable  $n_2 < 1,25 n_1 + p$  para rotores que han de marchar en un solo sentido y  $n_2 < 1,25 n_1$  si han de girar en ambos sentidos
  - g) La diferencia entre  $n_1$  y  $n_2$  será al menos de un 10 %
  - h) Se tomará siempre

$$n_2 - n_1 \neq (\pm 2 p)$$

y

$$n_2 - n_1 \neq (\pm 4 p)$$

Por ejemplo, para 4 polos (1500 r/m síncronas a 50 Hz) son prohibitivos los juegos de 24 ranuras estatóricas y 20 ó 28 rotóricas así como los de  $n_1 = 36$  con  $n_2 = 28, 32, 40$  ó 44 ranuras respectivamente.

- i) El número de ranuras  $n_2$  no ha de ser múltiplo de  $(7, 13, 19) \times 2p$ ; para 4 polos, por ejemplo, hay que evitar un rotor de 28, 52, 76 ranuras; de lo contrario, aparecen durante el arranque manifestaciones de marcha monofásica a ciertas velocidades reducidas.
- j) En general conviene que  $n_1$  y  $n_2$  no sean divisibles por 7, 13, 19, es decir, que el orden de los armónicos de sentido giratorio directo (párr. 1.07.IIb).
- k) Interesa, a ser posible, que el número de ranuras del rotor sea múltiplo del de pares de polos.
- l) El m.d.c. de  $n_1$  y  $n_2$  señala las coincidencias de posición entre ranuras opuestas de estator y rotor; estas coincidencias no deben exceder de 1/6 del número más bajo de ranuras

$$\text{m. d. c.} \left\{ \begin{matrix} n_1 \\ n_2 \end{matrix} \right\} < \frac{n_1}{6} \text{ y } \frac{n_2}{6}$$

Para evitar todas estas comprobaciones relacionadas con el par, y otras que tienen en cuenta el peligro de ruidos y vibraciones de origen magnético, se encuentran, preparada, tablas de ranuras compatibles, algunas sobre bases

puramente analíticas y otras corregidas ya según experiencias constructivas. La tabla 2.07.07 a puede servir en estos aspectos para motores de corto circuito; los números entre paréntesis sólo valen para ranuras inclinadas.

Insistamos en que algunas circunstancias constructivas poco concretas dan a la tabla anterior un carácter no muy absoluto tanto por inclusión como por exclusión de valores.

El entrehierro amplio y las ranuras muy cerradas contribuyen siempre a mejorar las condiciones.

### 2.07.08 Inducciones en el hierro

El cálculo de ellas obedece a las mismas reglas que para los dientes y coronas asociadas (yugos y núcleo) en las máquinas sincrónicas (párr. 2.04.17 y 2.04.22).

Así el espesor mínimo de los dientes estatóricos o rotóricos (subíndices adicionales 1 y 2) deben ser, respectivamente, [1.04.17 g],

$$t_{\sigma(1)} = K_{Fe} \tau_{\delta 1} \frac{\hat{B}_{\delta o}}{\hat{B}'_{dMo(1)}} \text{ (cm)} \quad [2.07.08 \text{ a}]$$

$$t_{\sigma(2)} = K_{Fe} \tau_{\delta 2} \frac{\hat{B}_{\delta o}}{\hat{B}'_{dMo(2)}} \text{ (cm)} \quad [2.07.08 \text{ b}]$$

y las alturas radiales del yugo y del núcleo, a su vez, [1.04.21 g],

$$h_y = \frac{K_{Fe}}{2} \left( \frac{D}{\rho} \right) \frac{\hat{B}_{\delta o}}{\hat{B}_{y o}} \text{ (cm)} \quad [2.07.08 \text{ c}]$$

$$h_n = \frac{K_{Fe}}{2} \left( \frac{D}{\rho} \right) \frac{\hat{B}_{\delta o}}{\hat{B}_{n o}} \text{ (cm)} \quad [2.07.08 \text{ d}]$$

con, [1.04.17 j],

$$K_{Fe} = \frac{L_{Fe}}{L} = \frac{L}{k_{Fe} L_h} = \frac{L}{k_{Fe} (L - n_c \epsilon_c)} \quad [2.07.08 \text{ e}]$$

Para los dientes se llega a  $\hat{B}_{dMo} = 2,1 \text{ T}$  y a veces a  $2,2 \text{ T}$ , pero suele admitirse de  $1,8$  a  $1,9 \text{ T}$ . Para el yugo y el núcleo,  $\hat{B}_{y o} \leq 1,6 \text{ T}$  y  $\hat{B}_{n o} \leq 1,65 \text{ T}$ .

### 2.07.09 Dimensiones de los conductores

El estudio del estator de los motores abiertos puede enfocarse como si se tratase de una máquina síncrona y son aplicables las consideraciones expuestas en el párrafo 2.04.19. Las densidades de corriente admisibles son, por regla general, algo más elevadas, hasta  $5,5 \text{ A/mm}^2$  en máquinas rápidas de algunos CV ya que el reducido aislamiento, si la tensión es baja, impide menos la ventilación. El producto  $(qA)$  constituye siempre un índice del calentamiento. La fig. 2.04.19 a es utilizable también como base del proyecto, aunque sujeta a la contrastación de la experiencia para cada tipo constructivo determinado. La diferencia entre la temperatura media del arrollamiento y la de las cabezas de bobina acostumbra ser más reducida que en los alternadores, pudiéndose contar con unos  $10$  a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ , de tal modo que por ejemplo para motores con aislamiento tipo E ( $\Delta\theta$  medio =  $75 \text{ }^\circ\text{C}$ ) cabe llegar a  $55$  ó  $65 \text{ }^\circ\text{C}$  de incremento en las cabezas de bobina, medidas por termómetro.

El calentamiento de las barras y anillos desnudos de los rotores de jaula no se halla sujeto, naturalmente, a limitaciones de temperatura por causa del aislamiento pero afecta localmente al devanado del estator por radiación y puede traducirse en un calentamiento excesivo del eje y de los cojinetes. Son corrientes las densidades de  $6$  a  $8 \text{ A/mm}^2$  para el cobre, y en razón inversa a la resistividad del material si se trata de aluminio, latón o bronce. En los arranques difíciles se llega a veces a una elevación transitoria de  $150 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Los motores industriales pequeños y medianos son frecuentemente de tipo cerrado con carcasa de aletas y ventilación exterior. A veces las aletas constituyen una dificultad o un encarecimiento constructivo muy importante y entonces la carcasa se hace lisa y ventilada también exteriormente. En los motores cerrados de gran potencia hay que acudir a disposiciones especiales de refrigeración, por tubos de aire interiores o exteriores o radiadores de ventilación forzada y han de ser objeto de un estudio térmico particular.

Para ciertas instalaciones no cabe tipo alguno de ventilación forzada y el motor ha de ser cerrado de carcasa lisa o con nervaduras verticales.

Todas estas condiciones afectan en gran medida a la potencia que puede obtenerse de la máquina y las previsiones de calentamiento han de ir avaladas por resultados experimentales previos.

A guisa de orientación, diremos que la densidad de corriente y el  $(qA)$  admisible en los motores de aletas depende también de la velocidad periférica del rotor (como expresión indirecta de la del ventilador exterior), pero esta dependencia no es tan grande como en los motores abiertos y disminuye al aumentar el tamaño de la máquina. No se ha investigado todavía a fondo la cuestión y faltan datos sistemáticos sobre ello por lo cual hay que atenerse a experiencias inmediatas. El  $(qA)$  suele oscilar entre  $1000$  para los motores de  $1$  a  $2 \text{ CV}$  y  $750 \text{ r/m}$ , y  $2000$  para los de  $200 \text{ CV}$  a  $1500 \text{ r/m}$ , con  $(qA) = 1200$  a  $1600$  en los tipos intermedios.

Los motores de carcasa lisa ventilada soportan una potencia del orden del 85 % de la de las máquinas abiertas y ventiladas y esta cifra se reduce hasta el 40 ó 50 % en los motores cerrados sin ventilación alguna. Tal reducción se efectúa bajando las densidades de corriente y las inducciones de trabajo.

Nos limitaremos a exponer algunos ejemplos de máquinas construidas que faciliten en lo posible la elección previa de las constantes de calentamiento, problema que, sin embargo, sólo puede resolverse con seguridad mediante la experiencia directa en ensayos de prototipos, a los cuales han de acudir en último término todos los constructores.

### 2.07.10 Ejemplos

1.º Un motor trifásico protegido, ventilación interior de 120 CV 1470 r/m, 50 Hz tiene un diámetro de entrehierro  $D = 275$  mm y longitud  $L = 260$  mm; trabaja con densidad de corriente en el estator  $\Delta_1 = 4,95$  A/mm<sup>2</sup> y carga lineal específica  $q_1 = 400$  Ac/cm; en el rotor,  $\Delta_2 = 7,6$  A/mm<sup>2</sup>. Aislamiento clase B

$$(q_1 \Delta_1) = (400 \cdot 4,95) = 1980$$

$$v = \frac{\pi D N}{60} = \frac{\pi \cdot 0,275 \cdot 1470}{60} = 21,1 \text{ m/s}$$

Para esta velocidad, la fig. 2.04.19 a da un valor (inducidos cortos)  $\frac{(q\Delta)_1}{\Delta\theta_1} = 27$ , lo cual supondría en las conexiones frontales

$$\frac{1980}{27} = 73 \text{ }^\circ\text{C}$$

e implicaría unos 85 °C de incremento medio de temperatura, algo por encima, según dicha curva, de la admisible para aislantes clase B (80 °C).

2.º Un motor trifásico protegido, ventilación interior de 65 CV, 730 r/m, 50 Hz tiene un diámetro  $D = 440$  mm, longitud  $L = 195$  mm y funciona con  $\Delta_1 = 4,3$  A/mm<sup>2</sup> y  $q_1 = 310$  Ac/cm. Aislamiento clase B. La densidad de corriente en el devanado rotórico de anillos rozantes asciende a  $\Delta_2 = 5,1$  A/mm<sup>2</sup> por hallarse mejor ventilado al ser giratorio.

$$(q_1 \Delta_1) = 310 \cdot 4,3 = 1330$$

$$v = \frac{\pi D N}{60} = \frac{\pi \cdot 0,44 \cdot 730}{60} = 16,8 \text{ m/s}$$

Para esta velocidad, según la fig. 2.04.19 a, es admisible  $\frac{(q\Delta)_1}{\Delta\theta_1} = 23$ , lo que conduciría en las conexiones frontales a

$$\Delta\theta = \frac{1330}{23} = 58 \text{ }^\circ\text{C}$$

o sea, unos 70 °C de incremento medio. La medición por termómetro dio exactamente el aumento previsto de 58 °C en las conexiones frontales y 53 °C en el rotor. Para este último la densidad de corriente es, en efecto, un poco baja.

3.º Un motor trifásico cerrado de aletas con ventilación exterior tipo CEI, de 3 CV, 2870 r/m, 50 Hz (2 polos), tiene un diámetro de entrehierro  $D = 75$  mm y longitud de paquete de chispas  $L = 105$  mm. Ventilador de  $D_v = 165$  mm de diámetro. Trabaja a P.C. con densidad  $\Delta_1$  de 6,25 A/mm<sup>2</sup> y carga lineal específica  $q_1 = 236$  Ac/cm. En el rotor, de aluminio fundido,  $\Delta_2 = 3,55$  A/mm<sup>2</sup> (equivalente a  $3,55 \cdot \frac{33}{56} = 3,56 \cdot 1,7 = 6,05$  A/mm<sup>2</sup> con jaula de cobre). Aislamiento clase E.

$$(q_1 \Delta_1) = 236 \cdot 6,05 = 1430$$

El calentamiento medio del arrollamiento sobre el ambiente asciende a 75 °C exactamente. Refiriendo el  $(q\Delta)_1$  a esta elevación media de temperatura ya que las diferencias internas con este tipo de motor son poco notables, resulta

$$\frac{(q\Delta)_1}{\Delta\theta} = \frac{1430}{75} = 19$$

Evaluando la velocidad tangencial del ventilador

$$v = \frac{\pi D N}{60} = \frac{\pi \cdot 0,075 \cdot 2870}{60} = 11,3 \text{ m/s}$$

Para este valor de  $v$  tomando la curva superior correspondiente a inducidos de ventilación más uniforme, se deduce como admisible

$$\frac{(q\Delta)_1}{\Delta\theta} = 18$$

lo cual no discrepa mucho de la cifra real.

4.º Un motor trifásico del mismo tipo constructivo que el anterior y 4 CV, 710 r/m, 50 Hz (8 polos), tiene un diámetro de entrehierro  $D = 125$  mm y longitud de paquete  $L = 160$  mm.

Diámetro del ventilador  $D_v = 245$  mm. Funciona con  $\Delta_1 = 4,25$  A/mm<sup>2</sup>  $q_1 = 295$  Ac/cm,  $(q_1 \Delta_1) = 295 \cdot 4,25 = 1250$  y  $\Delta_2 = 3,7$  A/mm<sup>2</sup> en aluminio, equivalente a  $3,7 \cdot 1,7 = 6,28$  A/mm<sup>2</sup> en Cu.

$$v = \frac{\pi D N}{60} = \frac{\pi \cdot 0,125 \cdot 710}{60} = 4,65 \text{ m/s}$$

El calentamiento medio del arrollamiento estático era de 60 °C. Refiriendo a este valor el del  $(q_1 \Delta_1)$

$$\frac{(q_1 \Delta_1)}{\Delta\theta} = \frac{1250}{60} = 20,8,$$

Como cifra admisible, del mismo orden que en el anterior motor más pequeño, pero más rápido.

(La curva superior de la figura 2.04.19 a nos hubiera dado para un motor abierto con  $v = 4,65$  m/s solamente 13 para  $\frac{(q\Delta)_1}{\Delta\theta}$  admisible referido a la temperatura media).



5.º Un motor trifásico CEI de las mismas dimensiones exteriores que el anterior de 4 CV a 710 r/m, pero en este caso de 10 CV a 1440 r/m tiene  $D = 125$  mm,  $L = 190$  mm y  $D_o = 245$  mm. Trabaja a P.C. con  $A_1 = 4$  A/mm<sup>2</sup> y  $q_1 = 321$  Ac/cm,  $(q_1 A_1) = 321 \cdot 4 = 1284$ ;  $A_2 = 3,71$  A/mm<sup>2</sup> en Al equivalentes a  $3,71 \cdot 1,7 = 6,3$  A/mm<sup>2</sup> en Cu. El calentamiento medio del bobinado estático era de 67 °C y el del rotor, 85 °C.

$$\frac{q_1 A_1}{A\theta_1} = \frac{1284}{67} = 19,2$$

(Para

$$v = \frac{\pi D N}{60} = \frac{\pi \cdot 0,125 \cdot 1440}{60} = 9,4 \text{ m/s}$$

la fig. 2.04.19 relativa a los motores abiertos nos daría en la curva superior  $\frac{(qA)_1}{A\theta} = 17,5$  admisible). Los motores rápidos de aletas se aproximan más en sus condiciones de calentamiento a los motores abiertos. En cambio, los lentos son más eficaces, dentro de estas potencias pequeñas, en el tipo cerrado con ventilación exterior.

#### 2.07.11 Aislamiento de conductores y ranuras y distancias en el aire

Remitimos al lector el párrafo 2.04.21 siempre que se refiera a motores de alta tensión. Para los tipos industriales de baja tensión, véase el párrafo 2.02.27 que trata del mismo tema sobre las máquinas de continua.

#### 2.07.12 Ranuras óptimas en el rotor

Los motores de anillos rozantes suelen llevar el rotor bobinado con barras aislantes en ranuras rectangulares. La reactancia de estas últimas puede ser mayor o menor dentro de amplios límites sin que afecte profundamente a las

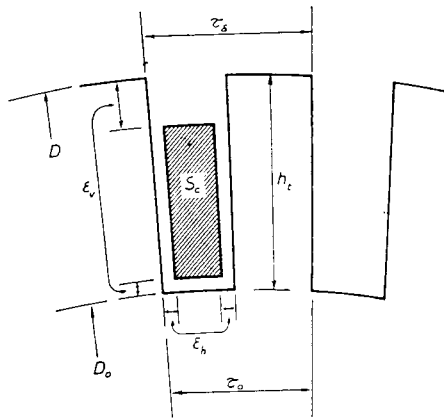


Fig. 2.07.12 a. Ranura rectangular óptima en el rotor.

propiedades de la máquina, dotada de reostato de arranque. En tal caso es posible a veces dimensionar dichas ranuras de tal modo que proporcionen, para una sección determinada de cobre, la máxima utilización del hierro de los dientes.

Tomemos como referencia la fig. 2.07.12 a. La sección de cobre a alojar en la ranura viene representada por  $S_c$  y ha de ser la misma con cualquier solución.  $\epsilon_h$  y  $\epsilon_v$  representan los gruesos de aislamiento y juegos, transversales y longitudinales respectivamente, contado este último hasta la circunferencia básica del entrehierro.  $D$  es el diámetro de éste,  $\tau_\delta$  el paso de ranura medido sobre el mismo y  $D_o$  el diámetro del fondo de la ranura.

Se trata de hallar el valor de  $h_t$  que proporciona un máximo del grosor de diente en la raíz  $t_o$ , a igualdad de superficie  $S_c$ . Como resultado se llega a que este valor óptimo de  $h_t$  es independiente del aislamiento y juego transversales  $\epsilon_h$  y viene dado por

$$h_t = \sqrt{\frac{S_c D}{2 \tau_\delta}} + \epsilon_v \quad [2.07.12 c]$$

(Todas las magnitudes en la misma unidad lineal, el cm, y el cm<sup>2</sup> para  $S_c$ , por ejemplo).

Efectivamente

$$S_c = (h_t - \epsilon) (a_r - \epsilon_h)$$

y

$$t_o = \tau_\delta - a = \tau_\delta \frac{D_o}{D} - a = \tau_\delta \frac{D - 2h_t}{D} - a$$

Despejando  $a$  en la 1.ª ecuación y sustituyéndola en la 2.ª

$$a = \frac{S_c}{h_t - \epsilon_v} + \epsilon_h$$

$$t_o = \tau_\delta \frac{D - 2h_t}{D} - \frac{S_c}{h_t - \epsilon_v} - \epsilon_h$$

Derivados respecto a  $h_t$  e igualando a cero,

$$\frac{d t_o}{d h_t} = -\frac{\tau_\delta}{D} 2 + \frac{S_c}{(h_t - \epsilon_v)^2} = 0$$

$$\frac{S_c}{(h_t - \epsilon_v)^2} = \frac{2 \tau_\delta}{D}; \quad h_t - \epsilon_v = \sqrt{\frac{S_c D}{2 \tau_\delta}}$$

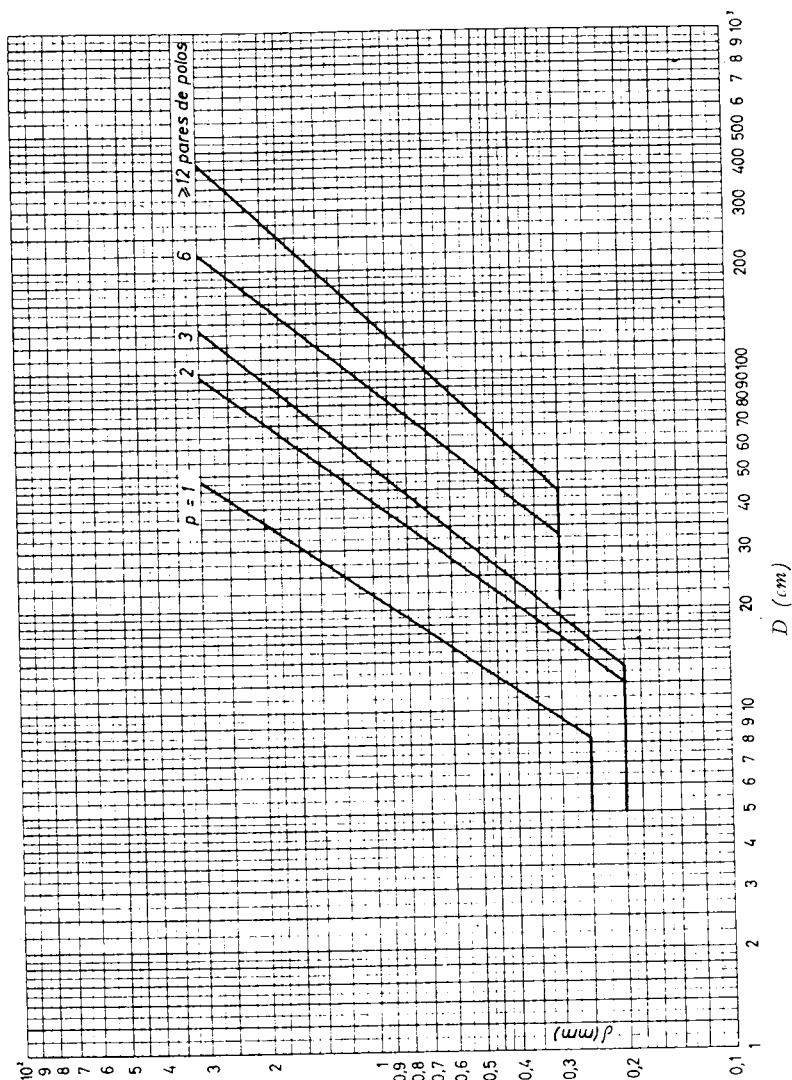


Fig. 2.07.13 a. Entrehierro de los motores asincronos en función del diámetro  $D$  y del número de pares de polos  $p$ .

y

$$h_t = \sqrt{\frac{S_c D}{2 \tau_\delta}} + \epsilon_v$$

según se pretendía demostrar.

Si tanto  $\tau_\delta$  como  $\epsilon_v$  se refieren al diámetro  $D$  en la superficie exterior del entrehierro  $\delta$  (caso de los motores asincronos)

$$h_t = \sqrt{\frac{S_c \bar{D}}{2 \tau_\delta}} + (\epsilon_v - \delta) \quad [2.07.12 b]$$

Tabla 2.07.13 a. -- Mot. asincronos. Entrehierros según normas DIN

Potencia kW	CV	Entrehierro (mm)			
		Normal		Reforzado	
		$p = 1$	$p \geq 2$	$p = 1$	$p \geq 2$
0,125	0,17	0,25	0,2	0,4	0,3
0,2	0,27	0,25	0,2	0,4	0,3
0,33	0,45	0,3	0,25	0,5	0,4
0,5	0,7	0,3	0,25	0,5	0,4
0,8	1,1	0,3	0,25	0,5	0,4
1,1	1,5	0,35	0,3	0,5	0,3
1,5	2	0,35	0,3	0,5	0,3
2,2	3	0,35	0,3	0,5	0,3
3	4	0,4	0,35	0,65	0,3
4	5,5	0,4	0,35	0,65	0,3
5,5	7,5	0,5	0,35	0,8	0,3
7,5	10	0,5	0,4	0,8	0,3
11	15	0,65	0,4	1	0,3
15	20	0,65	0,4	1	0,3
22	30	0,8	0,5	1,25	0,3
30	40	0,8	0,5	1,25	0,3
40	55	0,8	0,5	1,25	0,3
50	68	1	0,65	1,5	0,3
64	87	1	0,65	1,5	0,3
80	110	1	0,65	1,5	0,3
100	136	1,25	0,8	1,75	0,3

### 2.07.13 Entrehierro y dimensiones complementarias

El entrehierro debe hacerse tan pequeño como sea mecánicamente posible, a fin de mejorar el  $\cos \varphi$ . De todos modos un entrehierro excesivamente reducido aumenta la dispersión en zigzag, empeora el arranque y se halla expuesto a provocar ruidos de origen magnético.

La fig. 2.07.13 a da los entrehierros recomendables según el diámetro  $D$  del inducido y el número de polos de la máquina.

Para máquinas de  $p \geq 12$  pares de polos se indica también, como entrehierro adecuado, un 0,7 a 1 por mil del valor del diámetro.

Las Normas DIN prescriben las magnitudes de la tabla 2.07.13 a.

Las dimensiones complementarias (longitud media de conductor en el estator o en el rotor, vuelo de las cabezas de bobina) pueden calcularse respectivamente como para las máquinas síncronas (parr. 2.04.32) o las de continua, según el caso, o el tipo de arrollamiento (parr. 2.02.36).

## 2.08. CÁLCULO DE UN MOTOR TRIFÁSICO ASÍNCRONO DE CORTO CIRCUITO

### 2.08.01 Generalidades

Resumiendo el estudio de los motores asíncronos, damos a continuación un ejemplo completo del cálculo de dimensiones y características de una máquina en sus variantes de rotor de jaula simple, y de anillos rozantes.

Como quiera que en una oficina industrial de construcción de motores muy rara vez se llevará a término el proceso de estudio íntegro de las máquinas, sobre todo cuando alguna de ellas pueda deducirse de otra previamente conocida, al final del capítulo damos un ejemplo de transformación de dimensiones precisamente para el caso más complejo, que se presenta cuando dicha transformación se ha de efectuar a base de alterar los diámetros y las dimensiones de las ranuras.

### 2.08.02 Datos principales

001) Potencia útil  $\boxed{P} = 110 \text{ CV} \equiv \boxed{81} \text{ kW}$

002) Tensión  $\boxed{U} = \boxed{380/660} \text{ V } \Delta/y$

003) Velocidad sincrónica  $\boxed{N_1 = 1500} \text{ r/m}$

004) Frecuencia  $\boxed{f = 50} \text{ Hz}$

005) Número de fases  $\boxed{m_1 = 3}$

006) Rotor: de corto circuito, jaula simple

007) Eje: horizontal

007) Construcción: protegida contra goteo

008) Aislamiento  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Estator: Clase E} \\ \text{Rotor: } \gg \text{ B} \end{array} \right.$

009) Pares de polos  $\boxed{p} = \frac{60 f}{N_1} = \frac{60 \cdot 50}{1500} = \boxed{2}$

[2.01:11 h]

- 010) Rendimiento (supuesto)  $\eta = 90 \%$
- 011) Factor de potencia (supuesto)  $\cos \varphi = 0,89$ ;  $\sin \varphi = 0,454$
- 012) Tensión por fase  $U_1 = 380$  V
- 013) Corriente por fase  $I_1 = \frac{P}{m_1 U_1 \eta \cos \varphi} = \frac{81}{3 \cdot 380 \cdot 0,9 \cdot 0,89} = 88,8$  A
- 013) Deslizamiento (supuesto)  $s = 1,33 \%$
- 014) Velocidad en carga (supuesta)

$$N = N_1 - s N_1 = 1500 - 1500 \frac{1,33}{100} = 1480 \text{ r/m} \quad [2.06.01 \text{ o}]$$

2.08.03 Estator

a) Inducido (valores provisionales)

- 021) Diámetro. Para  $P = 81$  kW y  $2p = 4$  polos,  $D = 26$  cm (fig. 2.07.04 b)
- 022) Inducción teórica. Para  $D = 26$  cm y  $2p = 4$   $\hat{B}_{\delta 0} = 0,77$  T ( \* 2.07.02 a)
- 023) Carga lineal específica. Para  $P = 81$  kW,  $q_1 = 390$  Ac/cm ( \* 2.07.03 a)
- 024) Ranuras por polo y fase  $n_{p(1)} = 4$ ; por polo,  $n_{p(1)} = 12$  ran
- 025) Número de ranuras  $n_1 = 2p m_1 n_{p(1)} = 4 \cdot 3 \cdot 4 = 48$  ran
- 026) Devanado: doble capa, paso  $y_{n(1)} = 10$  (1 ÷ 11)
- 027) Factor de distribución. Para  $n_{p(1)} = 4$ ,  $\xi_{d1} = 0,958$  (tabla 1.04.13 a)
- 028) Factor de acortamiento. Para  $\frac{y_{n(1)}}{n_{p(1)}} = \frac{10}{12}$   $\xi_{y1} = 0,966$  ( \* 1.04.15 a)
- 029) Factor de bobinado  $\xi_1 = \xi_{d1} \xi_{y1} = 0,958 \cdot 0,966 = 0,925$
- 030) Constante de la máquina

$$C = 1,165 \xi_1 \left( \frac{q_1}{100} \hat{B}_{\delta 0} \right) = 1,165 \cdot 0,925 \cdot (3,9 \cdot 0,77) = 3,24 \frac{\text{VA}}{\text{r/m}} \quad [2.07.01 \text{ a}]$$

031) Potencia aparente en bornes

$$P_b = \frac{P}{\eta \cos \varphi} = \frac{81}{0,90 \cdot 0,89} = 101 \text{ kVA}$$

031) Par ficticio en bornes

$$M_b = \frac{P_b}{\left( \frac{N_1}{1000} \right)} = \frac{101}{1,5} = 67,5 \frac{\text{VA}}{\text{r/m}} \quad [2.07.01 \text{ b}]$$

032) Volumen prismático

$$V_0 = \frac{M_b}{C} = \frac{67,5}{3,24} = 20,8 \text{ dm}^3 \quad [2.07.01 \text{ a}]$$

033) Longitud total geométrica de la armadura

$$L = \frac{V_0}{D^2} = \frac{20,8}{2,6^2} = 3,08 \text{ dm}$$

b) Inducido (valores adoptados)

- 041) Diámetro del entrehierro  $D = 260$  mm
- 042) Longitud total  $L = 310$  mm
- 043) Canales de ventilación radial  $n_{c(1)} = 5$
- 044) Longitud axial por canal  $\varepsilon_{c(1)} = 10$  mm
- 045) Longitud bruta de hierro  $L_{A(1)} = L - n_{c(1)} \varepsilon_{c(1)} = 310 - 5 \cdot 10 = 260$  mm [1.04.17 d]
- 046) Longitud neta de hierro  $L_{pA(1)} = k_{pA} L_{A(1)} = 0,9 \cdot 260 = 234$  mm
- 047) Paso polar  $\tau_p = \frac{\pi D}{2p} = \frac{\pi \cdot 260}{4} = 204$  mm
- 048) Velocidad periférica  $v = \frac{\pi DN}{60} = \frac{\pi \cdot 0,26 \cdot 1480}{60} = 20,15$  m/s.

c) Número de conductores y flujo en el entrehierro

051) Conductores por ranura. Para  $f = 50$  Hz,

$$Z_{n(1)} = \frac{45 U_1}{\xi_1 n_{p(1)} (DL) \hat{B}_{\delta 0}} = \frac{45 \cdot 380}{0,925 \cdot 4 \cdot (26 \cdot 31) \cdot 0,77} = 7,45 \quad [2.01.11 \text{ f y g}]$$

Adoptado (1) =  $Z_{n(1)} = 7,5$  cond/ran

052) Conductores totales  $Z_1 = n_1 Z_{n(1)} = 48 \cdot 7,5 = 360$  cond.

053) Inducción teórica definitiva

$$\hat{B}_{\delta 0} = 0,77 \frac{7,45}{7,5} = 0,765 \text{ T}$$

1 Siendo el devanado en dos capas,  $Z_{n(1)}$  tendría que ser teóricamente entero y par. Sin embargo, se pueden disponer 4 vías en paralelo y cuadruplicar el de conductores físicos por ranura, 30 en total, o 15 por capa.

053) Carga lineal específica definitiva

$$[q_1] = \frac{Z_1 I_1}{\pi D} = \frac{360 \cdot 88,8}{\pi \cdot 26} = [391] \text{ Ac/cm}$$

054) Flujo teórico senoidal equivalente, para una f.e.m. igual a la tensión  $U_1$

$$\hat{\Phi}_{\delta 0} = \frac{2}{\pi} (\tau_p L) \hat{B}_{\delta 0} = 0,636 \cdot 0,204 \cdot 0,31 \cdot 0,765 = 0,0306 \text{ Wb} \quad (\text{párr. 1.04.08 b})$$

d) Dimensiones de los conductores y ranuras (provisionales)

061)  $(q_1 \Delta_1 / \Delta \theta_1)$ , admisible en las cabezas de bobinas

para  $v = 20,15 \text{ m/s}$ ,  $\frac{(q \Delta)_1}{\Delta \theta_1} = 25 \frac{(\Delta C/a; i) (A/mm^2)}{^\circ C}$  (fig. 2.04.19 a)

062) Incremento de temp. admis. en las cabezas de bobina

Con aislam. clase E,  $\Delta \theta_{med} = 75 \text{ }^\circ C$   
 Diferencia entre la temp. media y la de las cabezas de bobina (supuesto)  $15 \text{ }^\circ C$ ,  
 $\Delta \theta_1$ , en las cabezas de bobina  $75 - 15 = 60 \text{ }^\circ C$

063)  $(q_1 \Delta_1)$  admisible =  $\left( \frac{(q \Delta)_1}{\Delta \theta_1} \right) \Delta \theta_1 = 25 \cdot 60 = 1500$

064) Densidad de corriente admisible  $\Delta_1 = \frac{(q_1 \Delta_1)}{q_1} = \frac{1500}{391} = 3,83 \text{ A/mm}^2$

065) Sección de conductor por fase  $s_{f(1)} = \frac{\Delta_1}{I_1} = \frac{88,8}{3,83} = 23,2 \text{ mm}^2$

066) Inducción teórica aparente máxima en los dientes, para la tensión  $U_1$

$$\hat{B}'_{dM(1)} = 1,8 \dots 2,2 \text{ T} = 1,9 \text{ T} \quad (\text{párr. 2.07.08})$$

067) Factor de corrección lineal para los dientes

$$[K_{F(1)}] = \frac{L}{L_{F(1)}} = \frac{3i}{23,4} = [1,325] \quad [2.07.08 e]$$

068) Paso de ranura en el entrehierro

$$[\tau_{\delta(1)}] = \frac{\pi D}{n_1} = \frac{\pi \cdot 26}{48} = [17] \text{ mm}$$

069) Grosor de diente en el entrehierro

$$t_{\delta(1)} = K_{F(1)} \tau_{\delta(1)} \frac{B_{\delta 0}}{\hat{B}'_{dM(1)}} = 1,325 \cdot 17 \frac{0,765}{1,9} = 9,07 \text{ mm.} \quad [2.07.08 a]$$

070) Anchura de ranura  $a_1 = \tau_{\delta(1)} - t_{\delta(1)} = 17 - 9,07 = 7,93 \text{ mm}$

071) Aislamiento de barras.

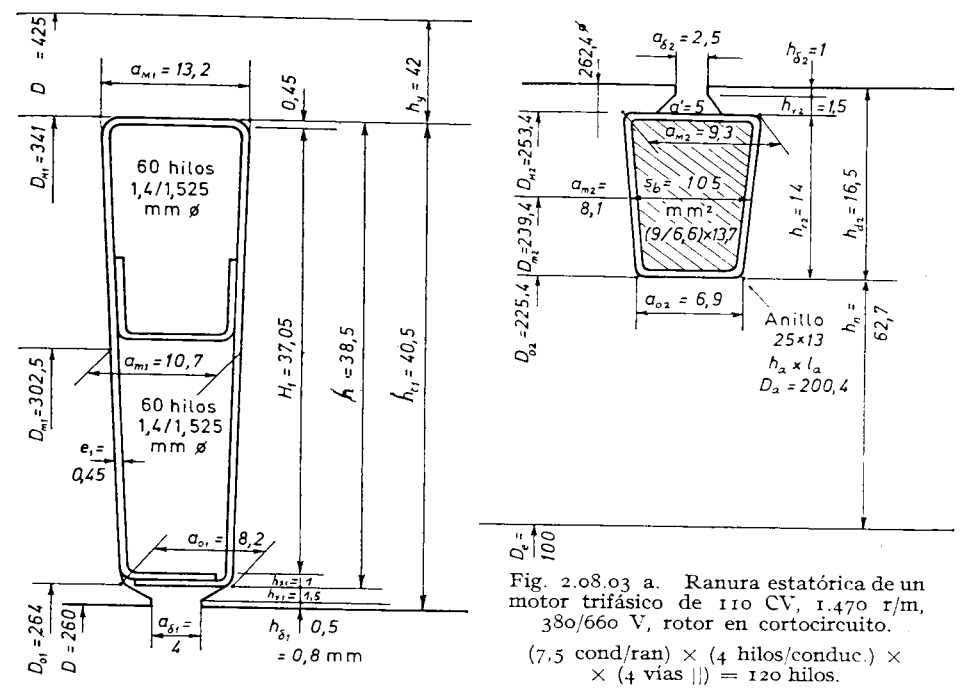


Fig. 2.08.03 a. Ranura estática de un motor trifásico de 110 CV, 1.470 r/m, 380/660 V, rotor en cortocircuito.  
 (7,5 cond/ran) × (4 hilos/conduc.) × (4 vías ||) = 120 hilos.

072) Incremento diametral de espesor

[2.04.21 a]  
 (fig. 2.04.21 a)  
 (Tablas 1.02.03 a y 1.02.03 b)

073) Grosor del manguito de ranura  $[e_2 = 0,45] \text{ mm}$  de prespan + poliester.

[2.04.21 c]  
 (fig. 2.04.21 b)  
 (Tabla 1.02.03 b)

e) Disposición de los conductores (definitiva)

081) Número de vías  $[2 a = 4]$

082) Conductores en paralelo por vía:  $[4]$

083) Conductor individual: 1,4/1,525  $\Phi$  esmaltado con C.P.V. 1,54 mm<sup>2</sup>

(Tabla 1.02.03 a)

084) Sección por fase

$$[s_{f(1)}] = 4 \text{ vías} \times 4 \text{ cond./vía} \times 1,54 = [24,64] \text{ mm}^2$$

- o85) Densidad de corriente  $\boxed{A_1} = \frac{I_1}{s_{r(1)}} = \frac{88,8}{24,64} = \boxed{3,6}$  A/mm<sup>2</sup>
- o86) Conductores individuales por ranura  
7,5 cond/ran  $\times$  4 hilos en paralelo  $\times$  4 vias = 120
- o87) Índice  $\boxed{q_1 A_1} = 391 \cdot 3,6 = \boxed{1410}$
- o88) Calentamiento de las cabezas de bobina  $\Delta\theta_1 = 60 \frac{1410}{1500} = 56,5^\circ\text{C}$
- o89) Calentamiento medio del bobinado  $\Delta\theta_1 \approx 56,5 + 15 = 71,5^\circ\text{C}$
- f) *Trazado de la ranura* (definitivo)
- o91) Trazado de la ranura según figura 2.08.03 a
- o92) Diám. mín. en los dientes  $\boxed{D_{o(1)}} = D + 2(h_{d(1)} + h_{w(1)}) = 260 + 2(0,5 + 1,5) = \boxed{264}$  mm
- o93) » med. » » »  $\boxed{D_{m(1)}} = D_{o(1)} + h_{r(1)} = 264 + 38,5 = \boxed{302,5}$  mm
- o94) » máx. » » »  $\boxed{D_{M(1)}} = D_{m(1)} + h_{r(1)} = 302,5 + 38,5 = \boxed{341}$  mm
- o95) Paso mín. de ranura  $\boxed{\tau_{o(1)}} = \frac{\pi D_{o(1)}}{n_1} = \frac{\pi \cdot 264}{48} = \boxed{17,30}$  mm
- o96) Paso medio de ranura  $\boxed{\tau_{m(1)}} = \frac{\pi D_{m(1)}}{n_1} = \frac{\pi \cdot 302,5}{48} = \boxed{19,8}$  mm
- o97) » máx. » » »  $\boxed{\tau_{M(1)}} = \frac{\pi D_{M(1)}}{n_1} = \frac{\pi \cdot 341}{48} = \boxed{22,30}$  mm
- o98) Anchura mín de ranura  $\boxed{a_{o(1)}} = \boxed{8,2}$  mm
- o99) » med » » »  $\boxed{a_{m(1)}} = \frac{a_{o(1)} + a_{M(1)}}{2} = \frac{8,2 + 13,2}{2} = \boxed{10,7}$  mm
- 100) » máx » » »  $\boxed{a_{M(1)}} = \boxed{13,2}$  mm
- 101) Grosor mínimo de diente  $\boxed{t_{o(1)}} = \tau_{o(1)} - a_{o(1)} = 17,3 - 8,2 = \boxed{9,1}$  mm
- 102) » med » » »  $\boxed{t_{m(1)}} = \tau_{m(1)} - a_{m(1)} = 19,8 - 10,7 = \boxed{9,1}$  »
- 103) » máx » » »  $\boxed{t_{M(1)}} = \tau_{M(1)} - a_{M(1)} = 22,3 - 13,2 = \boxed{9,1}$  »

- 104) Parámetro  $\boxed{k_{lo(1)}} = K_{F\sigma(1)} \frac{\tau_{o(1)}}{t_{o(1)}} I = 1,325 \frac{17,30}{9,1} - I = \boxed{1,5}$
- 105) »  $\boxed{k_{lm(1)}} = K_{F\sigma(1)} \frac{\tau_{m(1)}}{t_{m(1)}} I = 1,325 \frac{19,80}{9,1} - I = \boxed{1,78}$
- 106) »  $\boxed{k_{lM(1)}} = K_{F\sigma(1)} \frac{\tau_{M(1)}}{t_{M(1)}} I = 1,325 \frac{23,20}{9,1} - I = \boxed{2,38}$

[I.04.I7 n]

- 107) Inducción aparente teórica máxima en los dientes con tensión  $U_1$  (definitiva)

$$\boxed{\hat{B}'_{dM\sigma(1)}} = K_{F\sigma(1)} \frac{\tau_{d(1)}}{t_{o(1)}} \hat{B}_{ds} = 1,325 \frac{17}{9,1} 0,765 = \boxed{1,89}$$
 T [2.07.08 a]

g) *Utilización de la ranura*

- 111) Sección de ranura (excepto cuña)

$$A_{r(1)} = h_{r(1)} a_{m(1)} = 38,5 \cdot 10,7 = 412 \text{ mm}^2$$

- 112) Sección del aislamiento de ranura y entre capas

$$\text{Devan. en 1 capa } A_{ar(1)} \approx (2 h_{r(1)} + 3 a_{m(1)}) e_1 =$$

$$\text{» » 2 capas } A_{ar(1)} \approx (2 h_{r(1)} + 5 a_{m(1)}) e_1 =$$

$$= (2 \cdot 38,5 + 5 \cdot 10,7) 0,45 \approx 59 \text{ mm}^2$$

- 113) Espacio libre para conductores aislados

$$A'_{ca(1)} = A_{r(1)} - A_{ar(1)} = 412 - 59 = 353 \text{ mm}^2$$

- 114) Sección transversal prismática de los conductores aislados. Hilos/ranura = [(7,5 cond/ran)  $\times$  4 cond en ||] 4 vias = 120 cobres/ran.

Diám. aislado del hilo = 1,525 mm

Sección cuadrada de un hilo aislado =  $1,525^2 = 2,32 \text{ mm}^2$ Sección cuadrada del conjunto  $A_{ca(1)} = 120 \cdot 2,32 = 278 \text{ mm}^2$ 

- 115) Factor de utilización del espacio disponible

$$f_{o(1)} = \frac{A_{ca(1)}}{A'_{ca(1)}} = \frac{278}{353} = 0,787$$

Normal  $\approx 0,8$ 

- 116) Factor de utilización de la ranura

$$f_{w(1)} = \frac{120 \text{ hilos} \times 1,54 \text{ mm}^2}{412} = \frac{185}{412} = 0,448.$$

h) *Cálculo del yugo* (definitivo)

- 121) Inducción teórica admisible con la tensión  $U_1$   $\boxed{\hat{B}_{yo}} \geq 1,6 \text{ T} = \boxed{1,57}$  T

(párr. 2.07.08)

- 122) Altura del yugo

$$\boxed{h_v} = \frac{K_{p_{e(1)}}}{2} \left( \frac{D}{p} \right) \frac{\tilde{B}_{\delta 0}}{\tilde{B}_{v_0}} = \frac{1,325}{2} \frac{260}{2} \frac{0,765}{1,57} = \boxed{42} \text{ mm} \quad [2.07.08 \text{ c}]$$

123) Diámetro medio del yugo

$$\boxed{D_{ym}} = D_{M(1)} + h_v = 341 + 42 = \boxed{383} \text{ mm}$$

124) Diámetro exterior del yugo

$$\boxed{D_{vM}} = D_{M(1)} + 2 h_v = 34 + 2 \cdot 42 = \boxed{425} \text{ mm}$$

125) Longitud media de las líneas de fuerza

$$\boxed{l_v} \approx \frac{\pi D_{vM}}{4p} = \frac{\pi \cdot 425}{4 \cdot 2} = \boxed{16,7} \text{ cm} \quad [1.04.21 \text{ d o e}]$$

i) *Entrehierro*

131) Altura radial del entrehierro

Para  $D = 26 \text{ cm}$  y  $p = 2$  pares de polos,  $\delta = 0,55 \text{ mm}$  (fig. 2.07.13 a)

\*  $P = 110 \text{ CV}$  y  $p = 2$  \* \* \* \* \* ,  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Normal: } \delta = 0,65 \text{ mm} \\ \text{Reforzado: } \delta = 1 \text{ mm} \end{array} \right\}$  (Tabla 2.07.13 a)

Elegiremos para mayor seguridad mecánica y reducir al mismo tiempo la reactancia,  $\boxed{\delta = 0,8} \text{ mm}$

#### 2.08.04 Dimensiones complementarias del estator

j) *Longitud media de conductor*

141) Salientes de manguito

manguito corto  $a_{e(1)} = 10 + 5,5 U = 10 + 5,5 \cdot 0,66 = 13,6 \text{ mm}$  [2.04.21 e]  
(fig. 2.04.21 c)

adoptado  $a_{e(1)} = 15 \text{ mm}$

manguito largo  $a_{i(1)} = 15 + 7,5 U = 15 + 7,5 \cdot 0,66 = 24,9 \text{ mm}$  [2.04.21 f]  
(fig. 2.04.21 c)

adoptado  $a_{i(1)} = 30 \text{ mm}$

142) Juego entre bobinas  $j_1 = 2,5 + 0,4 U = 2,5 + 0,4 \cdot 0,66 = 2,86 \text{ mm}$  [2.04.21 g]  
(fig. 2.04.21 e)

adoptado  $j_1 = 3 \text{ mm}$

143) Distancia entre fases  $c_1 = 4 U =$  [2.04.21 h]  
(fig. 2.04.21 f)

144) Distancias a masa  $b_1 = 5 U = 5 \cdot 0,66 = 3,3 \text{ mm}$  [2.04.27 i]  
(fig. 2.04.21 f)

Adoptado: mínimo  $b_1 = 10 \text{ mm}$

145) Longitud media de las cabezas de bobina

Devan. de corona (i)  $L_{cb(1)} \approx \frac{4 D_{m(1)}}{2p} \approx \frac{4,5 D}{2p}$  [2.04.32 a y b]

$$L_{cb(1)} \approx \frac{4 \cdot 30,25}{2 \cdot 2} = 30,25 \text{ cm}; L_{cb(1)} \approx \frac{4,5 \cdot 26}{4} = 29,2 \text{ cm}$$

Devan. de cadena  $L_{cb(1)} \approx \frac{4,5 D_{m(1)}}{2p} + 3 U \approx \frac{5 D}{2p} + 3 U =$  [2.04.22 d]

Devan. en doble capa

$$L_{cb(1)} \approx \frac{5 D_{m(1)}}{2p} + a_{i(1)} =$$
 [2.04.32 e]

$$\approx \frac{5,5 D}{2p} + a_{i(1)} =$$
 [2.04.32 e]

$$\approx \frac{\pi D}{2p \sqrt{1 - \left( \frac{a_{o(1)}}{r_{o(1)}} \right)^2}} + 3 h_{i(1)} + a_{i(1)} =$$
 [2.04.32 f]

Adoptaremos  $\boxed{L_{cb(1)} = 30 \text{ cm}}$

146) Longitud media de conductor  $\boxed{l_{m(1)}} = L + L_{cb(1)} = 31 + 30 = \boxed{61} \text{ cm}$

k) *Vuelo de las cabezas de bobina*

151) Saliente de bobina

Devan. de corona (i)  $\boxed{v_1} = (3 \dots 5) h_{i(1)} = 3 \cdot 4,05 \approx \boxed{12} \text{ cm}$  [2.04.23 g]

Devan. de cadena  $v_1 \approx a_{e(1)} + (3 \dots 4) h_{i(1)} =$  [2.04.32 h]

Devan. en doble capa

$$l_1 = \frac{y_{n(1)}}{2} \tau_{\delta(1)} =$$
 [2.04.32 k]

$$r_1 = \frac{y_{n(1)}}{2} (a_{e(1)} + j_1) =$$
 [2.04.32 l]

$$c_1 \approx h_{i(1)} =$$
 [2.04.32 m]

$$b_1 = l_1 \frac{r_1}{\sqrt{l_1^2 + r_1^2}} =$$
 [2.04.32 j]

$$v_1 = a_{i(1)} + b_1 + c_1 =$$
 [2.04.32 i]

(i) Aunque el devanado sea en doble capa las bobinas de hilo se colocan en corona.

2.08.05 Constantes óhmicas del estator

I) Resistencia y pérdidas óhmicas a 75 °C

161) Resistividad a 75 °C  $\rho_1 = \frac{1}{46} = 0,0217 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$  (Tabla 1.01.16 b)

162) Pérdidas relativas por efecto JOULE y caída óhmica

$$p_{J(1)}^* = u_{R(1)}^* = \frac{R_1 I_1}{U_1} 100 = \frac{270 \rho_1}{\xi_1 D} \left( \frac{l_{m(1)}}{L} \right) \frac{\Delta_1}{\left( \frac{N_1}{1000} \right) \hat{B}_0} \quad [2.06.10 \text{ b}]$$

$$= \frac{270}{46 \cdot 0,925 \cdot 26} \left( \frac{61}{31} \right) \frac{3,6}{\left( \frac{1500}{1000} \right) 0,765} = 1,51 \%$$

163) Pérdidas por efecto JOULE y caída óhmica absolutas

$$u_{R(1)} = R_1 I_1 = u_{R(1)}^* \frac{U_1}{100} = 1,51 \frac{380}{100} = 5,72 \text{ V/fase}$$

$$p_{J(1)} = m_1 R_1 I_1^2 = p_{J(1)}^* \frac{P_b}{100} = 1,51 \frac{101}{100} = 1,525 \text{ kW}$$

164) Resistencia óhmica del arrollamiento

$$\boxed{R_1} = \frac{u_{R(1)}}{I_1} = \frac{5,72}{88,8} = \boxed{0,0645} \Omega/\text{fase a } 75 \text{ °C}$$

m) Pérdidas adicionales en el cobre del estator. (Supuesto los 120 hilos distribuidos en 24 estratos de 5 hilos cada uno).

En las barras individuales (fig. 1.10.26 a y b)

171) Altura de una barra  $h_{e(1)} = 1,4 \text{ mm } \Phi$

172) Número de estratos por ranura  $\nu_1 = 20$

173) Altura de cobre por ranura  $H_{e(1)} = \nu_1 h_{e(1)} = 20 \cdot 1,4 = 28 \text{ mm}$

174) Altura de la bobina por ranura  $H_1 \approx 37,05 \text{ mm}$

175) Anchura de cobre por ranura  $a_{e(1)} = \nu_1 b_{e(1)} = 6 \cdot 1,4 = 8,4 \text{ mm}$

176) Resistividad a 75 °C  $\rho_1 = \frac{1}{46} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$  (Tabla 1.01.16 b)

177) Parámetro  $\alpha_1$  (tomando para  $a_1$  la anchura media de ranura)

$$\alpha_1 = 0,2\pi \sqrt{\frac{H_{e(1)} a_{e(1)} f}{H_1 a_1 10^3 \rho_1}} = 0,2\pi \sqrt{\frac{28 \cdot 8,4 \cdot 50 \cdot 46}{37,05 \cdot 10,7 \cdot 10^3}} = 0,73 \text{ cm}^{-1} \quad [1.10.26 \text{ h}]$$

178) Altura ficticia  $\zeta_1 = \alpha_1 h_{e(1)} = 0,73 \cdot 0,14 = 0,102 \text{ cm}^0$  [1.10.24 d]

179) Factor de corrección por acortamiento de paso

Para  $\frac{\gamma_{n(1)}}{n_{p(1)}} = \frac{10}{12} = 0,833$ ,  $k_{p(1)} = 0,92$  (fig. 1.10.28 a)

180) Longitud axial efectiva en la dispersión de ranuras

Para  $\epsilon_{e(1)} = 10 \text{ mm}$  y  $a_{m(1)} = 10,7 \text{ mm}$ ,  $\epsilon_{n(1)} = 2,6 \text{ mm}$  (fig. 1.06.05 b)

$L_{n(1)} = L - n_{e(1)} \epsilon_{n(1)} = 310 - 5 \cdot 2,6 = 297 \text{ mm}$  [1.06.05 a]

181) Incremento de pérdidas en las barras individuales, a 75 °C

Simple capa

$$\tilde{k}_1 = \left( \frac{\nu_1^2 - 0,2}{9} \zeta_1^4 \right) \frac{L_{n(1)}}{l_{m(1)}} = \quad [1.10.26 \text{ g}]$$

por ser los conductores de hilo

$\tilde{k}_1 = 0,59 \dots =$  (párr. 1.10.26)

Doble capa

$$\tilde{k}_1 = \left( \frac{4}{45} + \frac{\nu_1^2 - 1}{9} k_{p(1)} \right) \zeta_1^4 \frac{L_{n(1)}}{l_{m(1)}} = \left( \frac{4}{45} + \frac{20^2 - 1}{9} \cdot 0,92 \right) 0,102^4 \frac{297}{610} = 0,0023 \text{ (despreciables)} \quad [1.10.28 \text{ a}]$$

Por ser los conductores redondos,  $\tilde{k}_1 = 0,59 \dots$

(párr. 1.10.26)

O sea... % en las ranuras y... % en el promedio del bobinado.

Entre barras en paralelo

182) Parámetro  $\alpha'$  para el conductor múltiple (4 hilos en paralelo admitido que queden los cuatro superpuestos (†))

$$\alpha_1' = 0,2\pi \sqrt{\frac{H_{e(1)} a_{e(1)} f}{H_1 a_{m(1)} 10^3 \rho} \frac{l_{m(1)}}{L_{n(1)}}} = \quad [1.10.30 \text{ a}]$$

$$= 0,2\pi \sqrt{\frac{28 \cdot 8,4 \cdot 50 \cdot 46 \cdot 29,7}{37,05 \cdot 10,7 \cdot 10^3 \cdot 61}} = 0,525 \text{ cm}^{-1}$$

183) Altura del conductor múltiple  $h'_{e(1)} = 4 \cdot 0,14 = 0,56 \text{ cm}$  } (fig. 1.10.30 a y b)  
(fig. 2.08.03 a)

184) Altura ficticia del conductor múltiple

$\zeta' = \alpha_1' h'_{e(1)} = 0,525 \cdot 0,56 = 0,294 \text{ cm}^0$  [1.10.30 b]

185) Estratos múltiples por ranura  $\nu_1' = \frac{20 \text{ hilos}}{4 \text{ hilos}} = 5$  } (fig. 1.10.30 a y b)  
(2.08.03 a)

(†) Hipótesis la más desfavorable



(distribución en sección (1) : 20 x 6 hilos)

196) Incremento de pérdidas entre las barras en paralelo, a 75 °C

$$\underline{k}'_1 = \left( \frac{v_1'^2 - 1}{9} k_{v(1)} \zeta'^4 \right) \frac{L_{R(1)}}{l_{m(1)}} = \left( \frac{5^2 - 1}{9} 0,92 \cdot 0,294^4 \right) \frac{297}{610} = [1.10.30 c]$$

$$= 0,0184 \cdot 0,485 = 0,0089$$

Por ser los conductores redondos,

$$\underline{k}'_1 = 0,59 \cdot 0,0089 = 0,00525 \quad (\text{párr. 1.10.26})$$

(despreciable)

O sea... % en las ranuras y... % en el promedio del bobinado.

197) Incremento relativo de caída de resistencia y de pérdidas en el devanado

A 75 °C  $\underline{k}_1 = ( \quad + \quad ) \approx 0$

o sea un... % en las ranuras y... % de promedio en el arrollamiento.

n) Caída de tensión y pérdidas en la resistencia del estator

201) A 75 °C  $\underline{k}_1 \approx 0$

$$\underline{\dot{u}}_{R(1)} = (1 + \underline{k}_1) \dot{u}_{R(1)} = [1,51] \% \text{ de } U_1$$

$$\underline{\dot{p}}_{R(1)} = (1 + \underline{k}_1) \dot{p}_{R(1)} = [1,51] \% \text{ de } P_b$$

$$\underline{u}_{R(1)} = \dot{u}_{R(1)} \frac{U_1}{100} = 1,51 \frac{380}{100} = 5,72 \text{ V/fase}$$

$$\underline{p}_{R(1)} = \dot{p}_{R(1)} \frac{P_b}{100} = 1,51 \frac{101}{100} = 1,525 \text{ kW totales}$$

202) A 20 °C  $\underline{k}_1 \approx 0$ ,  $k_{\theta(1)} = 0,82$  [tabla 1.01.16 b]

$$\underline{\dot{u}}_{R(1)} = \left[ 1 + \left( \frac{k_1}{k_{\theta(1)}} \right)^2 \right] (k_{\theta(1)} \dot{u}_{R(1)}) = \left[ 1 + \left( \frac{0}{0,82} \right)^2 \right] (0,82 \cdot 1,51) = [1,235] \% \text{ de } U_1$$

$$= [1,235] \% \text{ de } P_b$$

$$\underline{\dot{p}}_{R(1)} = \left[ 1 + \left( \frac{k_1}{k_{\theta(1)}} \right)^2 \right] (k_{\theta(1)} \dot{p}_{R(1)}) = [1.10.24 i]$$

$$\underline{u}_{R(1)} = \dot{u}_{R(1)} \frac{U_1}{100} = 1,235 \frac{380}{100} = 4,7 \text{ V/fase}$$

$$\underline{p}_{R(1)} = \dot{p}_{R(1)} \frac{P_b}{100} = 1,235 \frac{101}{100} = 1,25 \text{ kW totales}$$

203) A la temperatura de servicio  $\theta = 115$  °C,  $\underline{k}_1 = 0$ ,  $k_{\theta(1)} = 1,13$  (tabla 1.01.16 b)

(1) Hipótesis la más desfavorable

$$\underline{\dot{u}}_{R(1)} = \left[ 1 + \left( \frac{k_1}{k_{\theta(1)}} \right)^2 \right] (k_{\theta(1)} \dot{u}_{R(1)}) = 1,13 \cdot 1,51 = [1,71] \% \text{ de } U_1$$

$$\underline{\dot{p}}_{R(1)} = [1,71] \% \text{ de } P_b \quad [1.10.24 i]$$

$$\underline{u}_{R(1)} = \dot{u}_{R(1)} \frac{U_1}{100} = 1,71 \frac{380}{100} = 6,5 \text{ V/fase}$$

$$\underline{p}_{R(1)} = 1,71 \frac{101}{100} = 1,73 \text{ kW totales}$$

2.08.06 Constantes inductivas del estator

Dispersión en las ranuras

211) Alturas (fig. 2.08.03 a)

$$\left. \begin{array}{l} \text{Capa interior } h_{ci(1)} = \\ \text{» exterior } h_{ce(1)} = \\ \text{Entre capas } h_{o(1)} = \end{array} \right\} H_1 = 37,05 \text{ mm}$$

Extremo de ranura  $h_{r(1)} = 1$  mm

Cuña  $h_{c(1)} = 1,5$  mm

Salida al entrehierro  $h_{\delta(1)} = 0,5$  mm

212) Anchuras

De ranura (prox. al entrehierro)  $a_{o(1)} = 8,2$  mm

De asiento de cuña  $a'_1 =$

De salida el entrehierro  $a_{\delta(1)} = 4$  mm

213) Corrección para la altura de conductores y resto de ranura

$$\text{Con } \frac{y_{n(1)}}{n_{p(1)}} = \frac{10}{12} = 0,833 \left\{ \begin{array}{l} k_{c(1)} = 0,9 \\ k_{a(1)} = 0,88 \end{array} \right. \quad (\text{fig. 1.05.14 c})$$

214) Corrección por concentración de corriente

$$\left. \begin{array}{l} \text{Para } \zeta_1' = 0,294 \text{ y } v_1' = 5 \text{ estratos compuestos} \\ \text{por ranura, } v_1' \zeta_1' = 5 \cdot 0,294 = 1,47 \text{ cm}^{-1} \end{array} \right\} k_{\beta(1)} \approx 1 \text{ (fig. 1.06.06 b)}$$

215) Longitud axial efectiva de dispersión

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ranura. Para } a_{m(1)} = 10,7 \text{ mm y } \epsilon_{c(1)} = 10 \text{ mm, } \epsilon_{nm(1)} = 2,6 \text{ mm} \\ \text{Base de cuña. Para } a_{o(1)} = 8,2 \text{ mm y } \epsilon_{c(1)} = 10 \text{ mm, } \epsilon_{no(1)} = 3,1 \text{ »} \\ \text{Salida de entreh. Para } a_{\delta(1)} = 3 \text{ mm y } \epsilon_{c(1)} = 10 \text{ mm, } \epsilon_{n\delta(1)} = 5,8 \text{ »} \end{array} \right\} \text{(fig. 1.06.05 b)}$$

$$\left. \begin{aligned} L_{nm(1)} &= L - n_{c(1)} \varepsilon_{nm(1)} = 310 - 5 \cdot 2,6 = 297 \text{ mm} \\ L_{no(1)} &= L - n_{c(1)} \varepsilon_{no(1)} = 310 - 5 \cdot 3,1 = 294,5 \text{ } \\ L_{nd(1)} &= L - n_{c(1)} \varepsilon_{nd(1)} = 310 - 5 \cdot 5,8 = 281 \text{ } \end{aligned} \right\} [1.06.05 \text{ a}]$$

216) Permeancia específica de ranura (párr. 1.06.04 y 07)

$$\begin{aligned} \boxed{\lambda_{r(1)}} &= \frac{H_1}{3 a_{\delta(1)}} k_{c(1)} k_{\lambda(1)} \left( \frac{L_{nm(1)}}{L} \right) + \frac{h_{r(1)}}{a_{\delta(1)}} k_{a(1)} \left( \frac{L_{no(1)}}{L} \right) + \\ &+ \frac{2h_{c(1)}}{a_{\delta(1)} + a_{\delta(1)}} k_{a(1)} \left( \frac{L_{no(1)} + l_{nd(1)}}{2L} \right) + \frac{h_{\delta(1)}}{a_{\delta(1)}} k_{a(1)} \left( \frac{L_{nd(1)}}{L} \right) = \\ &= \frac{37,05}{3 \cdot 8,2} 0,9 \cdot 1 \frac{297}{310} + \frac{1}{8,2} 0,88 \frac{294,5}{310} + \frac{2 \cdot 1,5}{8,2 + 4} 0,88 \frac{294,5 + 281}{2 \cdot 310} + \\ &+ \frac{0,5}{4} 0,88 \frac{281}{310} = 1,300 + 0,102 + 0,198 + 0,129 = \boxed{1,729} \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \end{aligned}$$

p) *Dispersión en zig-zag*

221) Número de ranuras del rotor

bobinado :  $n_2 =$  ;  $n_{p(2)} = \frac{n_2}{2p} =$  (tabla 2.07.06 a)

de corto circuito :  $n_2 = 40$

222) Paso de ranuras en el entrehierro

$$\tau_{\delta(2)} = \frac{\pi D}{n_2} = \frac{\pi \cdot 26}{40} = 20,4 \text{ mm}$$

223) Salida de ranura  $a_{\delta(2)} = 2,5 \text{ mm}$

224) Permeancia específica de zigzag

Fórmula completa:

$$\lambda_{z(1)} = \frac{n_{p(1)}}{\pi^2} \frac{\tau_p}{(K_{L(1)} K_c k_i) \delta} \Sigma \left( \frac{\xi_v}{v} \right)^2 \quad [1.06.08 \text{ c}]$$

$$n_{p(1)} = 12 \text{ ran/polo}; \tau_p = 20,4 \text{ cm}$$

$$K_L = \frac{L}{L - n_{c(1)} \varepsilon_{\delta(1)}} \begin{cases} \text{para } \varepsilon_{c(1)} = 10 \text{ mm y } \delta = 0,8 \text{ mm,} & [1.04.09 \text{ a y c}] \\ \varepsilon_{\delta(1)} = 8,4 \text{ mm} & (\text{fig. 1.04.09 b y c} \\ & \text{curva (1)}) \end{cases}$$

$$K_{L(1)} = \frac{310}{310 - 5 \cdot 8,4} = 1,16$$

$$K_{c(1)} = \frac{\tau_{\delta(1)}}{\tau_{\delta(1)} - \frac{(a_{\delta(1)})^2}{\delta}} = \frac{17}{17 - \frac{(4)^2}{0,8}} = 1,135 \quad [1.04.10 \text{ b}]$$

$$K_{c(2)} = \frac{\tau_{\delta(2)}}{\tau_{\delta(2)} - \frac{(a_{\delta(2)})^2}{\delta}} = \frac{20,4}{20,4 - \frac{(2,5)^2}{0,8}} = 1,05 \quad [1.04.10 \text{ b}]$$

$$\boxed{K_c} = K_{c(1)} K_{c(2)} = 1,135 \cdot 1,05 = \boxed{1,19} \quad [1.04.10 \text{ c}]$$

Factor de saturación  $k_s = 1,33$  (supuesto)

Para  $n_{p(1)} = 4$  y  $\frac{y_{n(1)}}{n_{p(1)}} = \frac{10}{12}$ ,  $\Sigma \left( \frac{\xi_v}{v} \right)^2 = 0,0055$  (tabla 1.06.08 a)

$$\lambda_{z(1)} = \frac{12}{\pi^2} \frac{20,4}{(1,16 \cdot 1,19 \cdot 1,33) 0,08} 0,0055 = 0,93$$

Fórmula simplificada:

$$\lambda_{z(1)} = \frac{\tau_{\delta(2)} - (a_{\delta(1)} + a_{\delta(2)}) + 2\delta}{12 \delta} \frac{k_{a(1)}}{K_{L(2)}} = \quad [1.06.08 \text{ e}]$$

$$= \frac{20,4 - (4 + 2,5) + 2 \cdot 0,8}{12 \cdot 0,8} \frac{0,88}{1,16} = 1,23 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

Nótese nuevamente la discrepancia entre los resultados de las fórmulas [1.06.08 e] y [c]

Adoptado  $\boxed{\lambda_{z(1)} = 0,93} \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$

q) *Dispersión de cabezas de bobinas*

251) Una capa, un solo haz

$$\lambda_{cb(1)} = n_{p(1)} \left( 0,67 \frac{L_{cb(1)}}{L} - 0,43 \frac{y_{n(1)} \tau_{m(1)}}{L} \right) = \quad [1.06.09 \text{ a}]$$

Una capa en haces partidos (1)

$$\boxed{\lambda_{cb(1)}} = n_{p(1)} \left( 0,47 \frac{L_{cb(1)}}{L} - 0,3 \frac{y_{n(1)} \tau_{m(1)}}{L} \right) = \quad [1.06.09 \text{ b}]$$

$$= 4 \left( 0,47 \frac{30}{31} - 0,3 \frac{10 \cdot 1,98}{31} \right) = \boxed{1,056} \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

Doble capa

$$\lambda_{cb(1)} = 1,13 n_{p(1)} \xi_v^2 \left( \frac{e}{L} + \frac{y_{n(1)} \tau_{m(1)} (a_{m(1)} + j_1)}{4L \sqrt{\tau_{m(1)}^2 - (a_{m(1)} + j_1)^2}} \right) \quad [1.06.09 \text{ c}]$$

(fig. 1.06.09 d)

r) *Caída de reactancia estática*

(1) Con las bobinas de hilo la construcción en doble capa corresponde más a la de capa única que a la de barras en horquilla.

261) Permeancia específica total del estator

$$\boxed{\lambda_{x(1)}} = \lambda_{r(1)} + \lambda_{s(1)} + \lambda_{cb(1)} = 1,729 + 0,93 + 1,056 = \boxed{3,715} \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \quad [1.06.10 \text{ a}]$$

262) Caídas de reactancia

$$\boxed{\dot{e}_{x(1)}} = \frac{E_{x(1)}}{U_1} 100 = \frac{5,58}{\xi_1 m_1 n_{p(1)}} \left( \frac{q_1}{100} \right) \lambda_{x(1)} \quad [2.06.38 \text{ b}]$$

$$= \frac{5,58}{0,925 \cdot 3 \cdot 4} 3,91 \frac{3,715}{0,765} = \boxed{9,55} \% \text{ de } U_1$$

$$E_{x(1)} = \dot{e}_{x(1)} \frac{U_1}{100} = 9,55 \frac{380}{100} = 36,3 \text{ V/fase}$$

s) F.e.m. a P.C. y 75 °C

271) F.e.m. relativa y absoluta

$$\dot{E} \approx 100 - \dot{u}_{R(1)} \cos \varphi - \dot{e}_{x(1)} \sin \varphi \quad [2.06.10 \text{ i}]$$

A 75 °C:

$$\dot{E} = 100 - 1,51 \cdot 0,89 - 9,55 \cdot 0,454 = 94,4 \% \text{ de } U_1$$

$$\boxed{E} = 0,944 \cdot 380 = \boxed{359} \text{ V}$$

2.08.07 Rotor de jaula simple

t) Datos fundamentales

271) Número de ranuras: elegimos (1)  $\boxed{n_2 = 40}$  ranuras (tabla 2.07.06 a)

272) Paso de ranuras referido al diámetro exterior del entrehierro

$$\boxed{\tau_{d(2)}} = \frac{\pi D}{n_2} = \frac{\pi \cdot 260}{40} = \boxed{20,4} \text{ mm}$$

273) Salida de ranura  $\boxed{a_{d(2)} = 2,5}$  mm

274) Diámetro del eje (1)

$$D_s = 3,2 \dots 3,5 \sqrt{\frac{P \text{ (kW)}}{N/1000}} \text{ (cm) si } \frac{P \text{ (kW)}}{N/1000} < 100 \quad [2.08.07 \text{ a}]$$

(1) Este número de ranuras no figura en la tabla 2.07.06 a para  $p = 2$  y  $n = 36$ , e incluso puede prohibirse según el párrafo 2.07.06. Sin embargo, con ranuras inclinadas, la experiencia demuestra que es perfectamente compatible. Repetimos que las consideraciones puramente teóricas no tienen mucho valor en este aspecto.

(1) Fórmulas semiempíricas para el cálculo aproximado.

$$= 3,31 \sqrt{\frac{81}{1480/1000}} = 10 \text{ cm}$$

$$D_s = 2 \dots 2,3 \sqrt{\frac{P \text{ (kW)}}{N/1000}} \text{ (cm) si } \frac{P \text{ (kW)}}{N/1000} > 100 \quad [2.08.07 \text{ b}]$$

275) Número de canales de ventilación radial  $\boxed{n_{c(2)}} = n_{c(1)} = 5$ 276) Longitud axial por canal  $\boxed{\varepsilon_{c(2)}} = \varepsilon_{c(1)} = \boxed{10}$  mm277) Factor de corrección lineal para los dientes  $\boxed{K_{ps} = 1,325}$  (067)

u) Características eléctricas del rotor

281) Rendimiento mecánico (supuesto)  $\eta_m = 0,98$ 282) Deslizamiento (supuesto)  $s = 0,0133$  (1,33 %)

283) Potencia eléctrica del rotor

$$\boxed{P_{1-2}} = \frac{P}{\eta_m (1 - s)} = \frac{81}{0,98 (1 - 0,0133)} = \boxed{83,8} \text{ kW} \quad [2.06.01 \text{ n}]$$

284) Corriente primaria de carga secundaria

$$\boxed{I'_2} = \frac{P_{1-2}}{m_1 E_1 \cos \varphi_2} \approx \frac{P_{1-2}}{m_1 E_1} = \frac{83,8}{3 \cdot 0,359} = \boxed{78} \text{ A/fase} \quad [2.06.03 \text{ d}]$$

285) Corriente rotórica

$$\boxed{I_b} = I_2 = I'_2 \frac{Z_1 \xi_1}{Z_2 \xi_2} = 78 \frac{360 \cdot 0,925}{40 \cdot 1} = \boxed{649} \text{ A/ran.} \quad [2.06.03 \text{ c}]$$

286) Densidad de corriente propuesta ( $\Delta_2 > \Delta_1$ );  $\Delta_b = 6 \text{ A/mm}^2$  (en Cu) (párr. 2.07.09)

287) Sección de barra por ranura (en Cu)

$$S_b = \frac{I_b}{\Delta_b} = \frac{649}{6} = 108 \text{ mm}^2$$

v) Dimensiones de la ranura rotórica

291) Inducción teórica aparente en la raíz de los dientes, para  $U_1$ 

$$\hat{B}'_{aM(2)} = 1,8 \dots 2,2 = 1,9 \text{ T} \quad (\text{párr. 2.07.08})$$

292) Grosor necesario de diente en la raíz; partiendo de la tensión  $U_1$ ,

$$t_{(2)} = K_{ps} \tau_{d(2)} \frac{\hat{B}_{d_0}}{\hat{B}'_{aM(2)}} = 1,325 \cdot 20,4 \cdot 0,765 \cdot 1,9 = 10,9 \text{ mm} \quad [2.07.08 \text{ b}]$$

x) Trazado de la ranura (definitivo)

- 301) Diámetro máximo en los dientes  $\overline{D_{M(2)}} = D - 2(\delta + h_{\delta(2)} + h_{r(2)}) = 260 - 2(0,8 + 1 + 1,5) = \overline{253,4}$  mm
- 302) » medio » »  $\overline{D_{m(2)}} = D_{M(2)} - h_{r(2)} = 253,4 - 14 = \overline{239,4}$  mm
- 303) » mínimo » »  $\overline{D_{o(2)}} = D_{m(2)} - h_{r(2)} = 239,4 - 14 = \overline{225,4}$  mm
- 304) Paso máximo de dientes  $\overline{\tau_{M(2)}} = \frac{\pi D_{M(2)}}{n_2} = \frac{\pi \cdot 253,4}{40} = \overline{19,9}$  mm
- 305) » medio » »  $\overline{\tau_{m(2)}} = \frac{\pi D_{m(2)}}{n_2} = \frac{\pi \cdot 239,4}{40} = \overline{18,8}$  »
- 306) » mínimo » »  $\overline{\tau_{o(2)}} = \frac{\pi D_{o(2)}}{n_2} = \frac{\pi \cdot 225,4}{40} = \overline{17,7}$  »
- 307) Anchura máxima de ranura  $\overline{a_{M(2)}} = \overline{9,3}$  mm
- 308) » media » »  $\overline{a_{m(2)}} = \overline{8,1}$  »
- 309) » mínima » »  $\overline{a_{o(2)}} = \overline{6,9}$  »
- 310) Grosor máximo de diente  $\overline{t_{M(2)}} = \tau_{M(2)} - a_{M(2)} = 19,9 - 9,3 = \overline{10,6}$  mm
- 311) » medio » »  $\overline{t_{m(2)}} = \tau_{m(2)} - a_{m(2)} = 18,8 - 8,1 = \overline{10,7}$  »
- 312) » mínimo » »  $\overline{t_{o(2)}} = \tau_{o(2)} - a_{o(2)} = 17,7 - 6,9 = \overline{10,8}$  »
- 313) Parámetro  $\overline{k_{tM(2)}} = K_{Fe(2)} \frac{\tau_{M(2)}}{t_{M(2)}} - 1 = 1,325 \frac{19,9}{10,6} - 1 = \overline{1,45}$  [1.04.17 n]
- 314) »  $\overline{k_{tm(2)}} = K_{Fe(2)} \frac{\tau_{m(2)}}{t_{m(2)}} - 1 = 1,325 \frac{18,8}{10,7} - 1 = \overline{1,34}$  »
- 315) »  $\overline{k_{to(2)}} = K_{Fe(2)} \frac{\tau_{o(2)}}{t_{o(2)}} - 1 = 1,325 \frac{17,7}{10,8} - 1 = \overline{1,17}$  »
- 316) Inducción aparente teórica máxima en los dientes (definitiva)
- $$\overline{\hat{B}'_{dM(2)}} = K_{Fe(2)} \frac{\tau_{\delta(2)}}{t_{\delta(2)}} \hat{B}_{\delta o} = 1,325 \frac{20,4}{10,6} 0,765 = \overline{1,95}$$
- T [2.07.08 b]

y) *Barras y anillos* (definitivo)

321) Sección de barra  $\overline{(9/6,6) \times 13,7}$

$S_b = \frac{9 + 6,6}{2} \cdot 13,7 = 107$  mm<sup>2</sup> menos el redondeado de las aristas  $\overline{S_b \approx 105}$  mm

- 322) Densidad en las barras de Cu  $\left(a \ 75^\circ\text{C}, \rho_b = \frac{1}{46} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}\right)$
- $$\overline{\Delta_b} = \frac{I_2}{S_b} = \frac{649}{105} = \overline{6,2}$$
- A/mm
- <sup>2</sup>
- 323) Densidad referida al primario  $\overline{\Delta_2/I_1} = \Delta_b \frac{I_1}{I_2} = 6,2 \frac{88,8}{78} = \overline{7,06}$  A/mm<sup>2</sup> [2.06.10 a]
- 324) Corriente en los anillos  $\overline{I_a} = \frac{Z_2 I_b}{2p \pi} = \frac{40 \cdot 649}{4 \pi} = \overline{2060}$  A [2.06.08 a]
- 325) Densidad en los anillos de Cu  $\left(a \ 75^\circ\text{C}, \rho_a = \frac{1}{46} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}\right)$   $\overline{\Delta_a = 6,3}$  A/mm<sup>2</sup>
- 326) Sección de cada anillo
- $$\overline{S_a} = \frac{I_a}{\Delta_a} = \frac{2060}{6,3} = \overline{327}$$
- mm
- <sup>2</sup>
- ; (
- $h_a \times l_a = 25 \times 13$
- mm)
- 327) Diámetro medio de los anillos  $= D_{o(2)} - h_a = 225,4 - 25 = 200,4$  mm
- 328) Longitud equivalente de barra
- $$l_b = L + 5 + 5 + l_a = 310 + 5 + 5 + 13 = 333$$
- mm
- $$\overline{L_b} = l_b \div \frac{D_a \Delta_a \rho_a}{p \Delta_b \rho_b} = 33,3 + \frac{20,04 \cdot 6,3}{4 \cdot 6,2} 1 = 33,3 + 5,1 = \overline{38,4}$$
- cm [2.06.09 d y g]
- z) *Cálculo del núcleo*
- 331) Inducción teórica admisible con  $U_1$ :  $(\hat{B}_{no} \leq 1,65) = 1,5$  T (párr. 2.07.08)
- 332) Altura del núcleo
- $$h_n = \frac{K_{Fe} D \hat{B}_{\delta o}}{2 p \hat{B}_{no}} = \frac{1,335 \cdot 26 \cdot 0,765}{2 \cdot 2 \cdot 1,5} = 4,42$$
- cm [2.07.08 d]
- Adoptado:  $\overline{h_n} = \frac{D_{d(2)} - D_a}{2} = \frac{225,4 - 100}{2} = \overline{62,7}$  mm
- 333) Inducción  $\hat{B}_{no}$  resultante;  $\overline{\hat{B}_{no}} = 1,5 \frac{4,42}{6,27} = \overline{1,06}$  T

2.08.08 Constantes óhmicas del rotor de jaula simple

aa) *Caída relativa de resistencia y deslizamiento*, a P.C. y 75 °C.

341) Caída óhmica en el rotor referida al estator (tensión y corrientes primarias)

$$\overline{u_{R2/1}} = \frac{R'_2 I_1}{U_1} 100 = \frac{270 \rho_2}{\xi_2 D} \left(\frac{L_b}{L}\right) \frac{\Delta_2/I_1}{\left(\frac{N_1}{1000}\right) \hat{B}_{\delta o}} \quad [2.06.10 c]$$

$$= \frac{270}{46 \cdot 1 \cdot 26} \frac{\left(\frac{38,4}{31}\right) \cdot 7,06}{\left(\frac{1500}{1000}\right) \cdot 0,765} = \boxed{1,72} \% \text{ de } U_1$$

343) Deslizamiento

$$\boxed{s} = \frac{\dot{u}_{R2/1}}{100 \cos \varphi_2} \frac{I_2' U_1}{I_1 E_1} = \frac{100 \cdot 1 \cdot 78 \cdot 380}{1,72 \cdot 88,8 \cdot 359} = \boxed{0,0161} \text{ (1,61 \%)} \quad [2.06.10 k]$$

ab) Caída óhmica relativa, en el arranque, a 20 °C y  $f = 50$  Hz.351) Resistividad a 20 °C,  $\rho = \frac{1 \cdot \Omega \text{ mm}^2}{56 \text{ m}}$  (0,82 de la resistividad a 75 °C)  
(tabla 1.01.16 b)

352) Parámetro  $a_2 = 0,2 \pi \sqrt{\frac{H_c a_c f}{H a 10^3 \rho}}$  [1.10.26 h]  

$$= 0,2 \pi \sqrt{\frac{13,7 \cdot 7,8 \cdot 50 \cdot 56}{14 \cdot 8,1 \cdot 10^3}} = 1,02 \text{ cm}^{-1}$$

353) Altura ficticia  $\zeta_2 = a_2 h_{r(2)} = 1,02 \cdot 1,37 = 1,4 \text{ cm}$  [1.10.24 d]354) Coeficiente de concentración para la longitud  $L_{nm(2)}$  de la barra sometida al flujo de dispersión

Para  $\zeta_2 = 1,4$ ,  $K_2 = 1,3$ ,  $k_2 = 0,3$  (fig. 1.10.24 b)

355) Longitud efectiva de barra sometida al flujo de dispersión.

Para  $a_{m(2)} = 8,1 \text{ mm}$  y  $\epsilon_{c(2)} = 10 \text{ mm}$ ,  $\epsilon_{nm(2)} = 3,2 \text{ mm}$  (fig. 1.06.05 b)

$$L_{nm(2)} = L - n_{p(2)} \epsilon_{nm(2)} = 310 - 5 \cdot 3,2 = 294 \text{ mm}$$

356) Incremento referido al conjunto de la jaula

$$k_2 = 0,3 \frac{L_{nm(2)}}{L_b} = 0,3 \frac{294}{384} = 0,23 \text{ ó } 23 \% \text{ a } 20 \text{ °C y } 50 \text{ Hz; } K_2 = 1,23$$

357) Caída relativa por resistencia en corriente alterna referida a 20 °C y 50 H

$$\boxed{\dot{u}_{R2/1}} = 0,82 \cdot 1,23 \cdot 1,72 = 1,73 \% \text{ de } U_1$$

ac) Caída óhmica relativa a P.C. y temperatura de servicio (115 °C)

361) Coeficiente de resistencia para la temperatura de servicio (40 + 75 = 115 °C);  
 $k_\theta = 1,13$  (Tabla 1.01.16 b)362) Caída relativa a P.C. ( $f_2 \approx 0$ ) y temperatura de 115 °C

$$\boxed{\dot{u}_{R2/1}} = 1,13 \cdot 1,72 = \boxed{1,94} \% \text{ de } U_1$$

## 2.08.09 Constantes inductivas del rotor

ad) Permeancia específica de las ranuras (fig. 1.06.07 a)  
(2.08.03 a)

371) Sin concentración de corriente

$$\boxed{\lambda_{r(2)}} = \frac{h_{r(2)}}{3 a_{M(2)}} + \frac{2 h_{w(2)}}{a' + a_{\beta(2)}} + \frac{h_{\delta(2)}}{a_{\delta(2)}} = \frac{14}{3 \cdot 9,3} + \frac{2 \cdot 1,5}{5 + 2,5} + \frac{1}{2,5} =$$

$$= 0,502 + 0,400 + 0,400 = \boxed{1,302} \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

372) Con concentración de corriente

Para  $\zeta_2 = 1,4$ ,  $v_2 = 1$  y  $v_2 \zeta = 1,4$  es  $k_{\lambda(2)} = 0,83$  (fig. 1.06.06 b)

$$\boxed{\lambda_{r(2)}} = (0,502 \cdot 0,83) + 0,400 + 0,400 = \boxed{1,216} \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

ae) Permanencia de zig-zag

381) Ranuras del rotor por polo  $n_{p(2)} = \frac{n_2}{2p} = \frac{40}{4} = 10$ 

382) Permeancia específica en zig-zag.

Fórmula completa

$$\lambda_{r(2)} = \frac{n_{p(2)}}{\pi^2} \frac{\tau_p}{(K_L K_C k_\lambda) \delta} \Sigma \left( \frac{1}{\frac{n_2}{p} v \pm 1} \right)^2 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \quad [1.06.08 d]$$

para  $n_{p(2)} = 10$  ran/polo,  $\Sigma \frac{1}{\left(\frac{n}{p} v \pm 1\right)^2} = 0,0083$  (Tabla 1.06.08 c)

$$\lambda_{r(2)} = \frac{10}{\pi^2} \frac{20,4}{(1,16 \cdot 1,19 \cdot 1,33) \cdot 0,08} \cdot 0,0083 = 1,17 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

Fórmula simple

$$\lambda_{r(2)} = \frac{\tau_{\delta(1)} - (a_{\delta(1)} + a_{\delta(2)}) + 2\delta k_{\alpha(2)}}{12 \delta} \frac{1}{K_L} =$$

$$= \frac{17 - (4 + 2,5) + 2 \cdot 0,8 \cdot 1,19}{12 \cdot 0,8} \frac{1}{1} = 1,06 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \quad [1.06.08 e]$$

Adoptado: Tomaremos también el valor correspondiente a la 1.ª fórmula

$$\boxed{\lambda_{r(2)}} = 1,17 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

af) Dispersión de los aros

391) Distancia media  $w$ . Teniendo en cuenta el vuelo  $v = 12 \text{ cm}$  de las cabezas de bobina del estator, supondremos  $w = 15 \text{ cm}$  (fig. 1.06.09 e)

392) Relación  $\frac{\tau_p}{w} = \frac{20,4}{15} = 1,36$

393) Relación  $\frac{w}{0,223 (h_a + l_s)} = \frac{15}{0,223 (2,5 + 1,3)} = 17,7$

394) Parámetro  $g = 0,37$  (fig. 1.06.09 f)

395) Permeancia lineal específica de los anillos

$$\boxed{\lambda_{cb(2)}} = \frac{n_2}{2pm_1} \frac{\tau_p}{L} g = \frac{40}{2 \cdot 2 \cdot 3} \frac{20,4}{31} 0,37 = \boxed{0,81} \frac{M/Gb}{cm} \quad [1.06.09 d]$$

ag) *Caldas de reactancia rotórica*

401) Permeancia específica total del rotor

Sin concentración de corriente

$$\boxed{\lambda_{x(2)}} = \lambda_{r(2)} + \lambda_{x(2)} + \lambda_{cb(2)} = 1,302 + 1,17 + 0,81 = \boxed{3,282} \frac{M/Gb}{cm}$$

Con concentración de corriente

$$\boxed{\lambda_{x(2)}} = \lambda_{r(2)} + \lambda_{x(2)} + \lambda_{cb(2)} = 1,216 + 1,17 + 0,81 = \boxed{3,196}$$

402) Caída relativa de reactancia secundaria

$$\dot{e}_{x2/1} = \dot{e}_{x(1)} \left( \frac{n_1}{n_2} \right) \left( \frac{\xi_1}{\xi_2} \right)^2 \frac{\lambda_{x(2)}}{\lambda_{x(1)}} \quad [2.06.11 g]$$

Sin concentración de corriente

$$\boxed{\dot{e}_{x2/1}} = 9,55 \frac{48}{40} \left( \frac{0,925}{1} \right)^2 \frac{3,282}{3,715} = 2,83 \cdot 3,282 = \boxed{7,4} \% \text{ de } U_1$$

Con concentración de corriente

$$\boxed{\dot{e}_{x2/1}} = 9,55 \frac{48}{40} \left( \frac{0,925}{1} \right)^2 \frac{3,196}{3,715} = 2,83 \cdot 3,196 = \boxed{7,2} \% \text{ de } U_1$$

2.08.10 Características de arranque

ah) *Corriente y par de arranque*

411) Corriente relativa de arranque. Admitiendo  $\frac{I'_{cc(2)}}{I_{cc(1)}} = 0,97$  a 20 °C, y con concentración de corriente (párr. 2.06.12)

$$\boxed{\dot{I}_{cc}} = \frac{I_{cc(1)}}{I_1} = \frac{100}{\sqrt{\left( \dot{u}_{R1} + \dot{u}_{R2/1} \frac{I'_{cc(2)}}{I_{cc(1)}} \right)^2 + \left( \dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1} \frac{I'_{cc(2)}}{I_{cc(1)}} \right)^2}} \quad [2.06.12 c]$$

$$= \frac{100}{\sqrt{(1,235 + 1,73 \cdot 0,97)^2 + (9,55 + 7,2 \cdot 0,97)^2}} = \boxed{5,97}$$

veces la de P.C.

412) Par relativo de arranque. A 20 °C y con concentración de corriente. [2.06.13 i]

$$\boxed{\dot{M}_{cc}} = \frac{M_{cc}}{M} = \frac{\dot{u}_{R2/1}}{100} \left( \dot{I}_{cc} \frac{I'_{cc(2)}}{I_{cc(1)}} \right)^2 \frac{1-s}{\eta \cos \varphi} = \frac{1,73}{100} (5,97 \cdot 0,97)^2 \frac{1-0,0161}{0,9 \cdot 0,89} = \boxed{0,725}$$

Las normas DIN fijan como mínimo par de arranque para un motor de estas características el par normal, o sea  $\dot{M}_{cc} = 1$ . Ello obligaría según dichas normas a construirlo de doble jaula. En general un motor de esta potencia en jaula sencilla tiene un par de arranque excesivamente bajo.

2.08.11 Características límites

ai) *Par máximo y corriente y deslizamiento asociados*

421) Par máximo relativo. A 75 °C y prescindiendo de la concentración de corriente [2.06.16 d]

$$\boxed{\dot{M}_{max}} = \frac{M_{max}}{M} = \frac{100}{2 \left[ \dot{u}_{R1} + \sqrt{\dot{u}_{R1}^2 + (\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1})^2} \right]} \frac{\eta_m (1-s)}{\eta \cos \varphi}$$

$$= \frac{100}{2 \left[ 1,51 + \sqrt{1,51^2 + (9,55 + 7,4)^2} \right]} \frac{0,98 (1-0,0161)}{0,9 \cdot 0,89} = \boxed{3,26}$$

veces el par nominal, lo que supone, contrariamente a las condiciones de arranque una gran capacidad de sobrecarga. Las normas DIN estipulan para este caso  $\dot{M}_{max} = 2 \dots 2,5$ .

422) Corriente relativa de máximo par [2.06.18 a]

$$\boxed{\dot{I}_{M1}} = \frac{I_{M1}}{I_1} = \frac{100}{\sqrt{\left[ \dot{u}_{R1} + \frac{I'_{M2}}{I_{M1}} \sqrt{\dot{u}_{R1}^2 + (\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1})^2} \right]^2 + \left[ \dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1} \frac{I'_{M2}}{I_{M1}} \right]^2}}$$

Admitiremos  $\frac{I'_{M2}}{I_{M1}} = 0,93$  (párr. 2.06.18)

$$\boxed{\dot{I}_{M1}} = \frac{100}{\sqrt{\left[ 0,51 + 0,93 \sqrt{1,51^2 + (9,55 + 7,4)^2} \right]^2 + \left[ 9,55 + 7,4 \cdot 0,93 \right]^2}} = \boxed{4,2}$$

veces la corriente de P.C.

423) Deslizamiento de máximo par [2.06.17 b]

$$\boxed{s_M} = \frac{\dot{u}_{R2/1}}{\sqrt{\dot{u}_{R1}^2 + (\dot{e}_{x(1)} + \dot{e}_{x2/1})^2}} = \frac{1,72}{\sqrt{1,51^2 + (9,55 + 7,4)^2}} = \boxed{0,102} \text{ o sea } 10,2 \%$$

424) Potencia relativa mecánica máxima [2.06.19 d]

$$\boxed{\dot{P}_{max}} = \frac{P_{max}}{P} = \frac{100}{2 \left[ (\dot{u}_{R1} + \dot{u}_{R2/1}) + \sqrt{(\dot{u}_{R1} + \dot{u}_{R2/1})^2 + (\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1})^2} \right]} \frac{\eta_m (1-s)}{\eta \cos \varphi}$$

A 75 °C y sin concentración de corriente

$$\boxed{\dot{P}_{max}} = \frac{100}{2 [(1,51 + 1,72) + \sqrt{(1,51 + 1,72)^2 + (9,55 + 7,4)^2}] \cdot 0,98 (1 - 0,061)} = \boxed{2,95}$$

veces la potencia nominal útil

425) Corriente relativa de máxima potencia [2.06.21 a]

$$\boxed{\dot{I}_{P1}} = \frac{I_{P1}}{I_1} = \frac{100}{\sqrt{[\dot{u}_{R1} + (\dot{u}_{R2/1} + \sqrt{(\dot{u}_{R1})^2 + (\dot{u}_{R2/1})^2}) \frac{I'_{P2}}{I_{P1}}]^2 + (\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1})^2 \frac{I'_{P2}}{I_{P1}}]^2 + (\dot{e}_{x1}^2 + \dot{e}_{x2/1}^2 \frac{I'_{P2}}{I_{P1}})^2}}$$

También a 75 °C sin concentración de corriente y con  $\frac{I'_{P2}}{I_{P1}} = 0,93$  (párr. 2.06.21)

$$\dot{I}_{P1} = \frac{100}{\sqrt{[1,51 + (1,72 + \sqrt{(1,51 + 1,72)^2 + (9,55 + 7,4)^2}) \cdot 0,93]^2 + (9,55 + 7,4 \cdot 0,93)^2}}$$

=  $\boxed{3,96}$  veces la corriente de P.C.

436) Deslizamiento de máxima potencia [2.06.20 a]

$$\boxed{s_P} = \frac{\dot{u}_{R2/1}}{\dot{u}_{R21} + \sqrt{(\dot{u}_{R1} + \dot{u}_{R2/1})^2 + (\dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2/1})^2}} = \frac{1,72}{1,72 + \sqrt{(1,51 + 1,72)^2 + (9,55 + 7,4)^2}} = \boxed{0,091} \text{ o } 9,1 \%$$

## 2.08.12 Motor de anillos rozantes

aj) *Cálculo original*

No se diferencia esencialmente del que acabamos de seguir para el motor de corto circuito. Varía el número de ranuras del motor ( $n_{p(2)}$  = entero), el número de conductores por ranura ( $Z_{n(2)}$  = 2, 4, 6...), la densidad de corriente rotórica admisible (inferior a la de la jaula, superior a la del estator) y el espacio considerable requerido para el aislamiento de los conductores del secundario. Por todo ello, al iniciar el cálculo se deberá partir de un diámetro de entrehierro 5... 15 % superior al elegido para un motor similar de jaula (párr. 2.07.04).

A continuación, sin embargo, enfocaremos el estudio siguiendo un camino que puede servir de ejemplo sobre el proceso más frecuente y rápido que suele adoptarse en las oficinas de cálculo para toda clase de máquina: el de la vía deductiva (al menos como orientación), escogiendo otra máquina conocida de características similares.

ak) *Deducción partiendo del motor de jaula*

Vamos a plantearnos la cuestión de obtener las dimensiones apropiadas para el motor de anillos rozantes partiendo del de jaula simple (o doble, ya que el proceso no varía) que acabamos de calcular. No deseamos en principio aumentar las inducciones de trabajo.

El problema inverso sería mucho más sencillo ya que las jaulas del rotor se alojan con una exigencia de espacio más reducido, aunque, en términos económicos absolutos, esto puede justificar, a veces, el cambiar las dimensiones generales.

## 2.08.13 Rotor

al) *Datos rotóricos del nuevo motor*

501) Fases del rotor  $\boxed{m_2 = 3}$

502) Ranuras por polo y fase  $\boxed{n_{p(2)} = 3}$  (en el estator  $n_p = 4$ )

503) Número total de ranuras  $\boxed{n_2} = 2p m_2 n_{p(2)} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = \boxed{36}$  (en el de jaula  $n_2 = 40$ )

504) Densidad de corriente admisible  $\Delta_2 = 4,35 \text{ A/mm}^2$  (en el de jaula,  $\Delta_s = 6,2 \text{ A/mm}^2$ )

505) Factor de espacio debido al aislamiento (provisional)  $f_s = 0,65$

506) Sección de conductores por ranura (en el de jaula,  $S_s = 105 \text{ mm}^2$ )

$$S_{c(2)} = 105 \frac{40}{36} \frac{6,2}{4,35} = 166,5 \text{ mm}^2/\text{ranura}$$

507) Sección rectangular de ranura

$$S_{r(2)} = \frac{166,5}{0,65} = 256 \text{ mm}^2$$

am) *Dimensiones del rotor (provisional)*

511) Diámetro del entrehierro: Supongamos en principio  $D = 300 \text{ mm}$

512) Paso de ranura  $\tau_{d(2)} = \frac{\pi D}{n_2} = \frac{\pi \cdot 300}{36} = 26,2 \text{ mm}$  (en el motor de jaula, 20,4 mm)

513) Profundidad de diente (t)

$$h_{t(2)} = \sqrt{\frac{S_{c(2)} D}{2 \tau_{d(2)}}} + (\epsilon_s - \delta) = \sqrt{\frac{166,5 \cdot 300}{2 \cdot 26,2}} + 2 = 32,8 \text{ mm} \quad [2.07.12 b]$$

514) Profundidad de ranura  $h_{r(2)} = 34,1 - 2 = 32,1 \text{ mm}$

515) Anchura de ranura  $a_2 = \frac{S_{r(2)}}{h_{r(2)}} = \frac{256}{32,1} = 7,95 \text{ mm}$

(1) Deducida del valor óptimo (véase párr. 2.07.12).

516) Diámetro en el fondo de ranura

$$D_{o(2)} = D - 2(\delta + h_{d(2)}) = 300 - 2(0,8 + 34,1) = 230,2 \text{ mm}$$

517) Paso de ranura en la raíz  $\tau_{o(2)} = \frac{\pi D_{o(2)}}{n_2} = \frac{\pi \cdot 230,2}{36} = 20,1 \text{ mm}$

518) Grueso disponible de diente  $t_{o(2)} = \tau_{o(2)} - a_2 = 20,1 - 7,95 = 12,15 \text{ mm}$

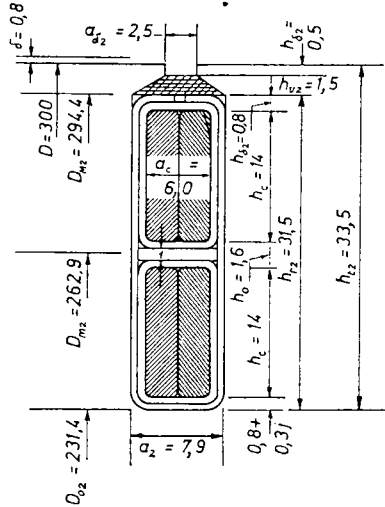


Fig. 2.08.13 a. Ranura rotórica del motor de anillos rozantes 110 CV, 1.479 r/m, n<sub>2</sub> = 36 ranuras.

Anchura de ranura		Altura de la ranura	
Cobre	1 × 6,0 = 6,0	Cobre	2 × 14,0 = 28
Aisl. cond.	1 × 0,6 = 0,6	Aisl. cond.	2 × 0,6 = 1,2
Aisl. ran	2 × 0,5 = 1,0	Aisl. ran	2 × 0,5 = 1
Juego	0,3	Separador	1
		Juego	0,3
<b>Total</b>	<b>a<sub>2</sub> = 7,9 mm.</b>	<b>Total</b>	<b>h<sub>2</sub> = 31,5 mm.</b>

519) Inducción teórica en la raíz del diente

$$\hat{B}'_{dM(2)} = K_{Fs} \frac{\tau_{d(2)}}{t_{o(2)}} \hat{B}_{do} = 1,325 \frac{26,2}{12,15} \cdot 0,765 = 2,19 \text{ T} \quad [2.07.08 \text{ a}]$$

520) Longitud del inducido (L = 31 cm en el motor de jaula) En razón inversa a los diámetros respectivos,

$$L = 31 \frac{260}{300} = 269 \text{ mm}$$

an) Rotor definitivo

521) Trazado de la ranura: fig. 2.08.13 a

522) Diámetro del entrehierro  $D = 300 \text{ mm}$

523) Paso de ranura en el entrehierro  $\tau_{d(2)} = \frac{\pi D}{n_2} = \frac{\pi \cdot 300}{36} = 26,2 \text{ mm}$

524) Conductores por ranura  $Z_{n(2)} = 2$

525) Dimensiones  $s_2 = 14 \times (2 \times 3) = 84 \text{ mm}^2$

526) Sección de cobre por ranura  $S_{c(2)} = 2 \times 84 = 168 \text{ mm}^2$

527) Sección rectangular de ranura:  $h_{r(2)} \times a_2 = 31,5 \cdot 7,9 = 249 \text{ mm}^2$

ao) Dientes del rotor

531) Diámetro mínimo en los dientes

$$D_{o(2)} = D - 2(\delta + h_{d(2)} + h_{v(2)} + h_{r(2)}) = 300 - 2(0,8 + 0,5 + 1,5 + 31,5) = 231,4 \text{ mm}$$

532) Paso mínimo en los dientes  $\tau_{o(2)} = \frac{\pi D_{o(2)}}{n_2} = \frac{\pi \cdot 231,4}{36} = 20,2 \text{ mm}$

533) Grosor mínimo de diente  $t_{o(2)} = \tau_{o(2)} - a_2 = 20,2 - 7,9 = 12,3 \text{ mm}$

534) Longitud total: adoptada  $L = 270 \text{ mm}$

535) Inducción máxima teórica en el entrehierro

$$\hat{B}_{do} = 0,765 \frac{26 \times 31}{30 \times 27} = 0,762 \text{ T}$$

536) Número de canales de ventilación radial  $n_{c(2)} = 4$

537) Longitud axial por canal  $\epsilon_{c(2)} = 10 \text{ mm}$

538) Factor de corrección lineal para los dientes

$$K_{Fs} = \frac{L}{h_{Fs} (L - n_{c(2)} \epsilon_{c(2)})} = \frac{270}{0,9 (270 - 4 \cdot 10)} = 1,305$$

539) Inducción aparente teórica máxima en los dientes referida a la tensión U

$$\hat{B}'_{dM(2)} = K_{Fs} \frac{\tau_{d(2)}}{t_{o(2)}} \hat{B}_{do} = 1,305 \frac{26,2}{12,3} \cdot 0,762 = 2,12 \text{ T}$$

admisible puesto que la inducción en el diente trapecial disminuye rápidamente hacia el lado del entrehierro.

ap) Características nominales del rotor bobinado

541) Rendimiento mecánico  $\eta_m = 0,98$  (supuesto)

542) Deslizamiento  $s = 0,02$  (supuesto)

543) Potencia eléctrica del rotor  $P_{1-2} = \frac{P}{\eta_m(1-s)} = \frac{81}{0,98(1-0,02)} = 84,3 \text{ kW}$   
[2.06.01 n]



- 544) Corriente primaria de carga secundaria  $\boxed{I'_2} = \frac{P_{1-2}}{m_1 E_1} = \frac{84,3}{3 \cdot 0,359} = \boxed{78,3}$   
A/fase prim. [2.06.03 g]
- 545) Conductores rotóricos  $\boxed{Z_2} = n_2 Z_{n(2)} = 36 \cdot 2 = \boxed{72}$
- 546) Devanado en doble capa, de barras, paso diametral
- 547) Factor de bobinado
- para  $n_{p(2)} = 3$   $\xi_{d(2)} = 0,96$  }  $\boxed{\xi_2 = 0,96}$  (tabla 1.04.13 a)  
»  $\frac{y_{n(2)}}{n_p} = 1$   $\xi_{v(2)} = 1$  } ( » 1.04.15 a)
- 548) Corriente rotórica
- $$\boxed{I_2} = I'_2 \frac{Z_1 \xi_1}{Z_2 \xi_2} = 78,3 \frac{360 \cdot 0,925}{72 \cdot 0,96} = \boxed{377}$$
- A/fase [2.06.03 d]
- 549) Densidad de corriente en el rotor  $\boxed{A_2} = \frac{I_2}{S_2} = \frac{377}{84} = \boxed{4,48}$  A/mm<sup>2</sup>
- 550) Carga lineal específica en el rotor  $\boxed{q_2} = \frac{Z_2 I_2}{\pi D} = \frac{72 \cdot 377}{\pi \cdot 30} = \boxed{288}$  Ac/cm
- 551) Índice de calentamiento  $\boxed{(q_2 A_2)} = 288 \cdot 4,48 = 1290$
- 552) Tensión por fase rotórica en carga, reducida al reposo
- $$\boxed{E_2} = E_1 \frac{\left(\frac{Z_2}{m_2}\right) \xi_2}{\left(\frac{Z_1}{m_1}\right) \xi_1} = 359 \frac{\frac{72}{3} \cdot 0,96}{\frac{360}{3} \cdot 0,925} = \boxed{73,5}$$
- V/fase [2.06.03 b]

## 2.08.14 Estator

aq) *Criterio sobre el bobinado.* El simple aumento de todos los diámetros del estator en la misma cuantía (300 - 260) = 40 mm que el del entrehierro, conduciría a una superabundancia de dimensiones para las ranuras y a una disminución del parámetro  $q$  (Ac/cm). Aumentaremos  $\Delta_1$  para acercarnos al índice primitivo de calentamiento ( $q_1 \Delta_1$ ) y achataremos las ranuras en la medida que se precise para alojar el bobinado.

ar) *Dimensiones del estator (provisionales)*

- 561) Paso de ranuras (primitivamente,  $\tau_{d(1)} = 17$  mm)

$$\tau_{d(1)} = \frac{\pi D}{n_1} = \frac{\pi \cdot 300}{48} = 19,6 \text{ mm}$$

- 562) Paso mínimo de dientes (antes,  $\tau_{d(1)} = 17,3$  mm)

$$\tau_{d(1)} = \frac{\pi}{n_1} [D + 2(h_{d1} + h_{v(1)})] = \frac{\pi}{48} [300 + 2(0,5 + 1,5)] = 19,9 \text{ mm}$$

- 563) Grosor de dientes mínimo (antes,  $t_{d(1)} = 9,1$  mm, con  $K_{F_s} = 1,325$ )
- $$t_{d(1)} = 9,1 \frac{1,305}{1,325} \frac{19,9}{17,3} = 10,3 \text{ mm}$$
- 564) Anchura mínima de ranura (antes  $a_{d(1)} = 8,2$  mm)
- $$a_{d(1)} = \tau_{d(1)} - t_{d(1)} = 19,9 - 10,3 = 9,6 \text{ mm}$$
- 565) Sección de conductores por fase (antes, 16 de 1,4/1,525 mm  $\phi$  24,64 mm<sup>2</sup> en total)
- Adoptado: 16  $\left\{ \begin{array}{l} 8 \text{ de } 1,4/1,525 \phi \\ 8 \text{ de } 1,3/1,425 \phi \end{array} \right\} \boxed{S_{f1} = 22,9}$  mm<sup>2</sup>
- 566) Rendimiento y cos  $\varphi$  supuestos (antes,  $\eta = 0,9$ , cos  $\varphi = 0,89$ )
- $$\eta = 0,89 ; \cos \varphi = 0,88$$
- 567) Corriente por fase primaria (antes, 88,8 A)
- $$\boxed{I_1} = \frac{P}{m_1 U_1 \eta \cos \varphi} = \frac{81}{3 \cdot 0,38 \cdot 0,89 \cdot 0,88} = \boxed{90,8}$$
- A
- 568) Densidad de corriente (antes, 3,6 A/mm<sup>2</sup>)
- $$\boxed{A_1} = \frac{I_1}{S_{f1}} = \frac{90,8}{22,9} = \boxed{3,96}$$
- A/mm
- <sup>2</sup>
- 569) Carga lineal específica (antes,  $q_1 = 391$  Ac/cm)
- $$\boxed{q_1} = \frac{Z_1 I_1}{\pi D} = \frac{360 \cdot 90,8}{\pi \cdot 30} = \boxed{349}$$
- Ac/cm
- 570) Índice ( $q_1 \Delta_1$ ) (antes,  $q_1 \Delta_1 = 1410$ )
- $$\boxed{(q_1 \Delta_1)} = 349 \cdot 3,96 = \boxed{1380}$$
- 571) Sección cuadrada de los conductores aislados (antes, 278 mm<sup>2</sup>)
- $$A_{ca(1)} = 60 (1,525^2 + 1,425^2) = 251 \text{ mm}^2$$
- 572) Area necesaria para su alojamiento (antes, 353 mm<sup>2</sup>).  
Contando con una pérdida de espacio del 20 %
- $$A'_{ca(1)} = \frac{251}{0,8} = 314 \text{ mm}^2$$
- 573) Sección ocupada por el aislamiento de ranura (antes, 59 mm<sup>2</sup>).  
Admitido el mismo valor, aprox: 59 mm<sup>2</sup>
- 574) Sección de ranura (excepto cuña), (antes, 412 mm<sup>2</sup>)
- $$A_{r(1)} = 314 + 59 = 373 \text{ mm}^2$$
- 575) Profundidad necesaria de ranura (antes,  $h_{r(1)} = 39,5$  mm).  
Supuesta una anchura media de 9,6 + 2,3 = 11,9 mm

$$h_{r(1)} = \frac{A_{r1}}{a_{m(1)}} = \frac{373}{11,9} = 31,4 \text{ mm}$$

576) Diámetro máximo en las ranuras

$$D_{M(1)} = D + 2(h_{\delta} + h_{e(1)} + h_{r(1)}) = 300 + 2(0,5 + 1,5 + 31,4) = 366,8 \text{ mm}$$

577) Paso máximo de ranura  $\tau_{M(1)} = \frac{\pi D_{M(1)}}{n_1} = \frac{\pi \cdot 366,8}{48} = 24 \text{ mm}$

578) Grueso de diente (uniforme)  $t_{M(1)} = t_{\alpha(1)} = 10,3 \text{ mm}$

579) Luz máxima de ranura  $a_{M(1)} = \tau_{M(1)} - t_{M(1)} = 24 - 10,3 = 13,7 \text{ mm}$

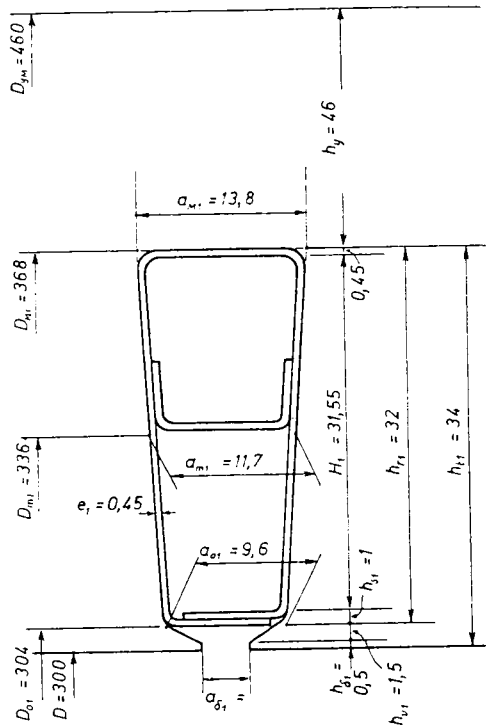


Fig. 2.08.14 a. Ranura estática del motor de anillos rozantes, 110 CV, 1.470 r/m,  $n_1 = 48$  ran.

as) Dimensiones de ranura (definitivas)

581) Trazado de la ranura, fig. 2.08.14 a

582) Diámetro mínimo en las ranuras  $D_{m(1)} = D + 2(h_{\delta(1)} + h_{r(1)}) = 300 + 2(0,5 + 1,5) = 304 \text{ mm}$

583) » medio » » »  $D_{m(1)} = D_{o(1)} + h_{r(1)} = 304 + 32 = 336 \text{ mm}$

584) » máximo » » »  $D_{M(1)} = D_{m(1)} + h_{r(1)} = 336 + 32 = 368 \text{ mm}$

585) Paso mínimo de ranuras  $\tau_{\alpha(1)} = \frac{\pi D_{\alpha(1)}}{n_1} = \frac{\pi \cdot 304}{48} = 19,9 \text{ mm}$

586) » medio » » »  $\tau_{m(1)} = \frac{\pi D_{m(1)}}{n_1} = \frac{\pi \cdot 336}{48} = 22 \text{ »}$

587) » máx. » » »  $\tau_{M(1)} = \frac{\pi D_{M(1)}}{n_1} = \frac{\pi \cdot 368}{48} = 24,1 \text{ »}$

588) Anchura mínima de ranura  $a_{\alpha(1)} = 9,6 \text{ mm}$

589) » media » » »  $a_{m(1)} = 11,7 \text{ »}$

590) » máx. » » »  $a_{M(1)} = 13,8 \text{ »}$

591) Grosor de diente en la testa  $t_{\alpha(1)} = \tau_{\alpha(1)} - a_{\alpha(1)} = 19,9 - 9,6 = 10,3 \text{ mm}$

592) » » » en el medio  $t_{m(1)} = \tau_{m(1)} - a_{m(1)} = 22 - 11,7 = 10,3 \text{ »}$

593) » » » la raíz  $t_{M(1)} = \tau_{M(1)} - a_{M(1)} = 24,1 - 13,8 = 10,3 \text{ »}$

at) Espacio para el devanado.

591) Sección de ranura (excepto cuña)  $A_{r(1)} = h_{r(1)} a_{m(1)} = 32 \cdot 11,7 = 374 \text{ mm}^2$  (Coincide con el previsto, (574), siendo, pues, válidas las dimensiones de los conductores).

592) Sección del aislamiento de ranuras y entre capas.

$$A_{ar(1)} = (2 h_{r(1)} + 5 a_{m(1)}) e_1 = (2 \cdot 32 + 5 \cdot 11,7) 0,45 = 55 \text{ mm}^2$$

593) Espacio libre para conductores aislados

$$A'_{ca(1)} = A_{r(1)} - A_{ar(1)} = 374 - 55 = 319 \text{ mm}^2$$

594) Factor de utilización del espacio disponible

$$f_{\circ(1)} = \frac{A_{ca(1)}}{A'_{ca(1)}} = \frac{251}{319} = 0,785.$$

Recomendable  $\approx 0,8$ .

au) Inducciones teóricas definitivas

601) En el entrehierro, teórica

$$\hat{B}_{\delta\sigma} = \frac{45 U_1}{\xi_1 n_{p(1)} (DL) Z_{n(1)}} = \frac{45 \cdot 380}{0,925 \cdot 4 (30 \cdot 27 \cdot 7,5)} = 0,76 \text{ T} \quad [2.01.11 \text{ f y g}]$$

602) En los dientes, aparente teórica

$$\boxed{\hat{B}'_{dM(1)}} = K_{F(1)} \frac{\tau_{d(1)}}{t_{0(1)}} \hat{B}_{\delta_0} = 1,305 \frac{19,6}{10,3} 0,76 = \boxed{1,885} \text{ T} \quad [1.04.17 i]$$

av) Yugo

602) Inducción teórica admisible  $\boxed{\hat{B}_{y_0} = 1,615} \text{ T}$  (párr. 2.07.08)

603) Altura del yugo

$$\boxed{h_y} = \frac{K_{F(1)} D}{2} \frac{\hat{B}_{\delta_0}}{\hat{B}_{y_0}} = \frac{1,305}{2} \frac{30}{2} \frac{0,76}{1,615} = \boxed{4,6} \text{ cm} \quad [2.07.08 c]$$

604) Diámetro máximo del yugo

$$\boxed{D_{yM}} = D_{M(1)} + 2 h_y = 368 + 2 \cdot 4,6 = \boxed{460} \text{ mm}$$

ax) Escobillas y anillos rozantes

611) Tipo de escobillas: Broncegráficas CM-1  
612) Densidad de corriente admisible:  $\boxed{\Delta_s = 20} \text{ A/cm}^2$  } (tabla 1.01.18 b)

136) Corriente por fase rotórica  $\boxed{I_2 = 377} \text{ A}$

614) Sección de escobillas por fase: mínimo  $\boxed{S_s} = \frac{I_2}{\Delta_s} = \frac{377}{20} = \boxed{18,8} \text{ cm}^2$

Adoptado: 2 escobillas por fase de  $2,5 \times 4 \text{ cm}$ .  $\boxed{S_s = 20} \text{ cm}^2/\text{fase}$

### 2.08.15: Características del motor bobinado

Como lo hemos establecido a base de unos coeficientes de trabajo adecuados, por comparación con el de jaula simple, sus características serán también apropiadas si las de aquél lo eran y en general no será necesaria una comprobación ulterior.

Si se desea calcular estas características, puede seguirse el mismo camino establecido para el motor de corto circuito repitiendo el proceso salvo por lo que se refiere a la configuración del arrollamiento rotórico cuyas cabezas de bobina se asemejan constructivamente a las de corriente continua y han de tratarse como un devanado de alterna en barras de doble capa.

Recomendamos al lector, a guisa de ejercicio, ultimar el estudio del motor bobinado, así como el cálculo de la corriente magnetizante de uno y otro (véanse párr. 1.09.22 y 2.06.29 m) y el del rendimiento (véanse ejemplos completos similares en los capítulos 2.03 y 2.05, y otros, parciales en el capítulo 1.10).

### 2.08.16 Cálculo como motor de ranura profunda y de doble jaula

Para transformar el rotor de este modo no es preciso variar las dimensiones generales, del estator en sí, bastando cambiar adecuadamente las ranuras del rotor.

Como quiera que en el capítulo 2.06 se han expuesto sendos ejemplos de unos y otros cálculos, remitimos el lector a dichos ejemplos.

## 2.09. DIMENSIONADO DE LOS TRANSFORMADORES

### 2.09.01 Volumen por columna

Según la ecuación [2.01.23 b],

$$\boxed{C = \frac{P_{b1}/m}{V} = \frac{P_{b1}/m}{D^2 L} = \frac{k_0 f}{22,5} \left( \frac{q_1}{100} \right) \hat{B}_{no}} \left( \frac{\text{kVA}}{\text{dm}^3} \right) \quad [2.09.01 a]$$

( $P_{b1}$  en kVA totales absorbidos,  $V$  en  $\text{dm}^3$  por columna,  $D$  en dm,  $L$  en dm,  $q$  en  $\text{Ac/cm}$  medios de carga lineal a lo largo de  $L$ ,  $\hat{B}_{no}$  en T,  $f$  en Hz;  $m$  es el número de fases —igual a 2 para un transformador monofásico de doble columna (1) — y  $k$ , según figura 2.01.22 a).

La potencia aparente en bornes del primario que puede aplicarse a un transformador, por unidad de volumen de las columnas, una vez elegida la forma de la sección y con ello el coeficiente de utilización de la misma  $k_0$ , y para una frecuencia dada  $f$ , sólo depende de la inducción máxima en el núcleo  $\hat{B}_{no}$  y de la carga lineal específica  $q_1$ . Por [2.01.23 g],

$$\boxed{q_1 = \frac{N_{j1} I_{j1}}{L}} \left( \frac{\text{Ac}}{\text{cm}} \right) \quad [2.09.01 b]$$

( $I_{j1}$  en A eficaces,  $L$  en cm).

Como complemento, se tiene, [2.01.23 i y j],

$$\boxed{q_1 = q_2 = q = 100 \delta_{m1} \Delta_1 = 100 \delta_{m2} \Delta_2} \left( \frac{\text{Ac}}{\text{cm}} \right) \quad [2.09.01 c]$$

(1) Véase párr. 2.01.23.

(Los espesores medios de cobre  $\delta_{m1}$  y  $\delta_{m2}$  por bobina primaria o secundaria, en cm; las densidades de corriente respectivas  $\Delta_1$  y  $\Delta_2$  en A/mm<sup>2</sup>).

Una vez elegidos  $\hat{B}_{no}$  y  $q$ , el volumen de las columnas queda absolutamente determinado, proporcionalmente en función de la potencia.

2.09.02 Inducción máxima admisible en las columnas, en vacío  $\hat{B}_{no}$

Antiguamente, con el uso de la chapa laminada en caliente, la corriente magnetizante constituía junto con las pérdidas en el hierro una limitación para los valores admisibles de la inducción en los transformadores. Con la chapa de grano orientado o laminada en frío, que ha venido a sustituir a la primera, la reluctancia del circuito ferromagnético se ha hecho despreciable y como las pérdidas específicas han disminuido también en gran proporción ello ha permitido aumentar los valores de  $\hat{B}_{no}$  sin más tope que estas pérdidas y en ciertos casos los ruidos por efecto de vibraciones mecánicas y magnetostricción.

Así se ha pasado desde un límite precedente máximo que venía a ser de 1,5 T (1,3 T en los transformadores de pérdidas reducidas) hasta el actual de 1,7 T (o 1,65 T más frecuentemente) en los transformadores industriales, al mismo tiempo que se han podido rebajar las pérdidas totales en el hierro (1).

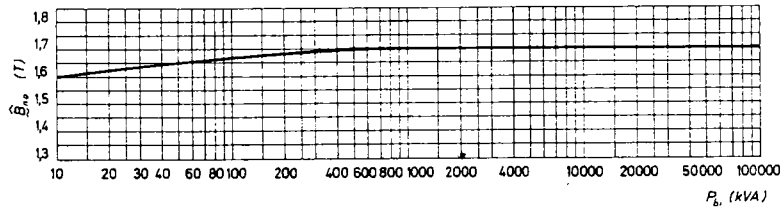


Fig. 2.09.02 a — Inducción en el núcleo según la potencia trifásica.

La fig. 2.09.02 a muestra las inducciones que suelen adoptarse por término medio: la elección definitiva queda, sin embargo, subordinada al valor conveniente de las pérdidas en el hierro.

La inducción en el yugo se toma a veces algo inferior a la de las columnas para reducir las pérdidas en el hierro. La solución más económica es, sin embargo, la de mantener una inducción constante en todo el núcleo magnético.

(1) Sobre la influencia económica y selección adecuada de estas pérdidas y de las pérdidas en el cobre, véase J. CORRALES: «Teoría, Cálculo y Construcción de Transformadores». 5.ª edic. Editorial Labor.

2.09.03 Carga lineal específica

Siempre influye sobre la reactancia de corto circuito del transformador y sobre el calentamiento de los bobinados. Suele tomarse como punto de partida más bien la densidad de corriente, una vez fijada la cual el grosor medio del cobre en las bobinas determina ya el valor de  $q$  [2.09.01 c].

Según tal grosor sea mayor o menor convendrá a veces subdividir concéntricamente las bobinas de un mismo lado (primario o secundario) con canales axiales intermedios a efectos de refrigeración. Ello no altera, sin embargo, el valor de  $q$ .

Al aumentar la tensión, el valor de  $q$  tiende a disminuir por efecto de las distancias y paredes de aislamiento.

Como orientación previa pueden servir los datos de la figura 2.09.03 a.

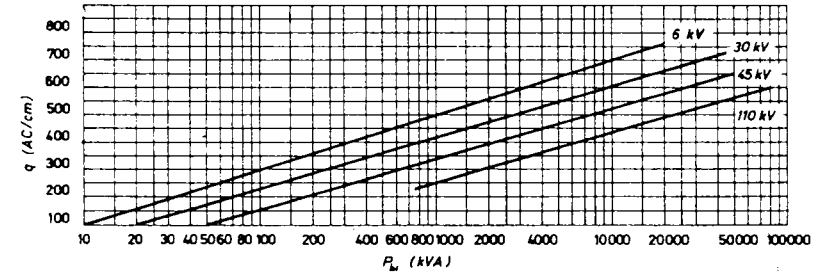


Fig. 2.09.03 a — Carga específica media en función de la potencia trifásica aparente  $P_{a1}$  para distintas tensiones.

2.09.04 Coeficiente de utilización C del transformador

La figura 2.09.04 a da directamente los valores de, [2.09.01 a],

$$C = \frac{P_{b1}/m}{V} = \frac{k_o f q}{22,5 \cdot 100} \hat{B}_{no} \left( \frac{\text{kVA primarios}}{\text{dm}^3} \right) \quad [2.09.04 a]$$

para los transformadores trifásicos de 50 Hz, de acuerdo con las recomendaciones sobre  $\hat{B}_{no}$  y  $q$  expuestas en las figs. 2.09.02 a y 2.09.03 a. Puede tomarse como referencia inicial en el cálculo, aunque serán siempre, en último término, las características de servicio, pérdidas y tensión de corto circuito, las que determinen los reajustes a efectuar sobre los valores previamente adoptados.

Una vez establecido  $C$  a título previo o a través de la inducción  $\hat{B}_{no}$  y de

la carga lineal específica  $q$  que se consideren pertinentes, se deduce el volumen necesario por columna.

$$V_{\square} = \frac{P_{bl}/m}{C} \quad (\text{dm}^3) \quad [2.09.04 \text{ b}]$$

quedando por resolver el reparto de este volumen entre sus dos dimensiones, diámetro  $D$  (dm) y longitud  $L$  (dm)

$$V_{\square} = D^2 L \quad (\text{dm}^3)$$

2.09.05 Diámetro y longitud del núcleo

Fijado el valor de la inducción teórica en las columnas  $\hat{B}_{no}$  cuanto mayor se elija el diámetro  $D$  mayor será el flujo y menor el número de espiras por fase, con lo cual la caída de impedancia será también menor y mayores las

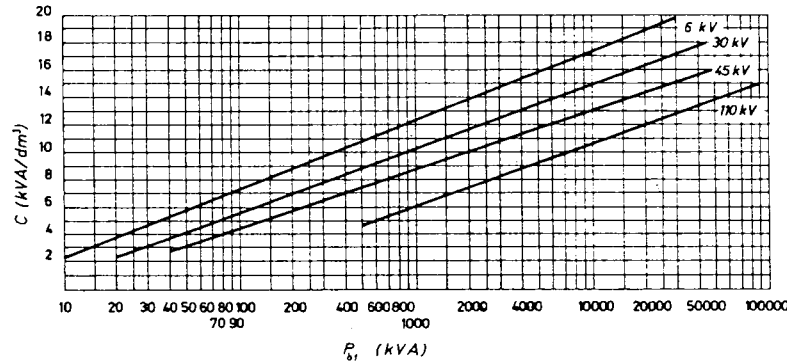


Fig. 2.09.04 a Coeficiente de utilización de los transformadores a 50 Hz.

corrientes de corto circuito. El coste del transformador y la distribución de las pérdidas totales entre el hierro y el cobre (por tanto, la anualidad de pérdidas (1)) también vienen influidos por la relación entre diámetro y longitud, de tal modo que la solución del problema tiene a la vez efectos técnicos y efectos económicos. Estrictamente debería buscarse cuál es la solución más satisfactoria en ambos aspectos tanteando con diversos pares de valores  $D$  y  $L$  y a ello habrá que acudir cuando la importancia del transformador, debido a su potencia, o bien porque se trate de un prototipo de serie, lo justifique.

(1) Ver, J. CORRALES: Obra citada.

Como punto de partida pueden adoptarse los datos que proporciona la figura 2.09.05 a cuanto al diámetro. La longitud resulta entonces

$$L = \frac{V}{D^2} \quad (\text{dm}) \quad [2.09.05 \text{ a}]$$

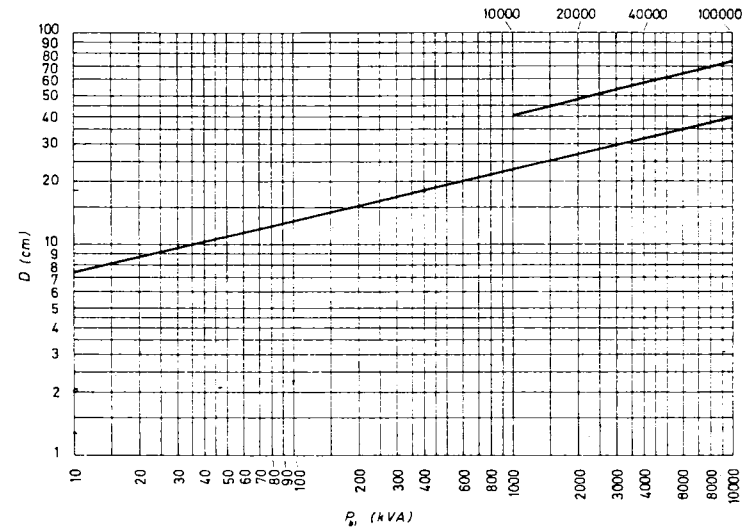


Fig. 2.09.05 a Diámetro de la circunferencia circunscrita al núcleo.

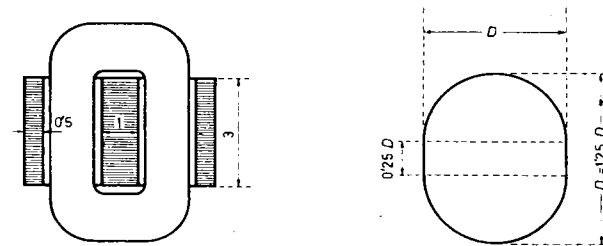


Fig. 2.09.05 b - Proporciones de los núcleos acorazados.

Fig. 2.09.05 c - Proporciones del perímetro ovalado.

Cuando la sección no es circular (transformadores acorazados y columnas ovaladas), suelen adoptarse proporciones lineales del orden indicado en las figuras 2.09.05 b y c, respectivamente.

2.09.06 Anchura de ventana  $a$ 

Con los valores del diámetro  $D$  y de la longitud  $L$  por columna ya determinados, la anchura de ventana  $a$  (fig. 2.09.06 a) debe ser tal que permita el alojamiento de los bobinados guardando las distancias aislantes que las tensiones exijan, sobre lo cual trataremos inmediatamente.

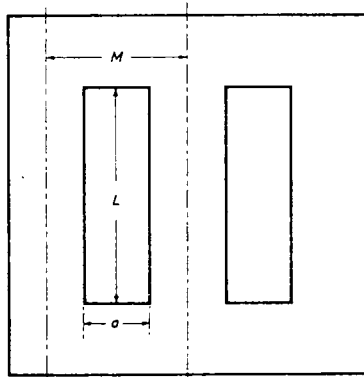


Fig. 2.09.06 a — Dimensiones básicas de un transformador trifásico de columnas.

Ahora bien: las condiciones económicas, tanto constructivas como de servicio, aconsejan mantener unas distribuciones de cargas magnéticas y eléctricas que conduzcan a ciertas proporciones entre las dimensiones geométricas del núcleo en conjunto. Cuando el transformador se aparta considerablemente de estas proporciones, es probable que la elección de las dimensiones fundamentales  $D$  y  $L$  no haya sido muy acertada, y convendrá seguramente rectificarlas. A fijar esta orientación tiende la fig. 2.09.06 b que especifica la relación económica entre la anchura de ventana y el diámetro de columnas en función de la relación que se desprende de los valores establecidos anteriormente entre  $L$  y  $D$ .

## 2.09.07 Ejemplos

*Ejemplo 1.º* Establecer las dimensiones principales del núcleo para un transformador trifásico de 20 kVA potencia primaria <sup>(1)</sup>, 6000/231 V, Y/y, 50 Hz, tipo de columna

Para  $P_{b1} = 20$  kVA,  $\hat{B}_{no} = 1,62$  T (fig. 2.09.02 a)

Para  $P_{b1} = 20$  y  $U = 6$  kV,  $q = 160$  Ac/cm (fig. 2.09.03 a)

(1) Cada día se extiende más la costumbre de especificar para los transformadores la potencia aparente primaria en vez de la del secundario. Ciertas normas (las alemanas, por ejemplo) así lo prescriben.

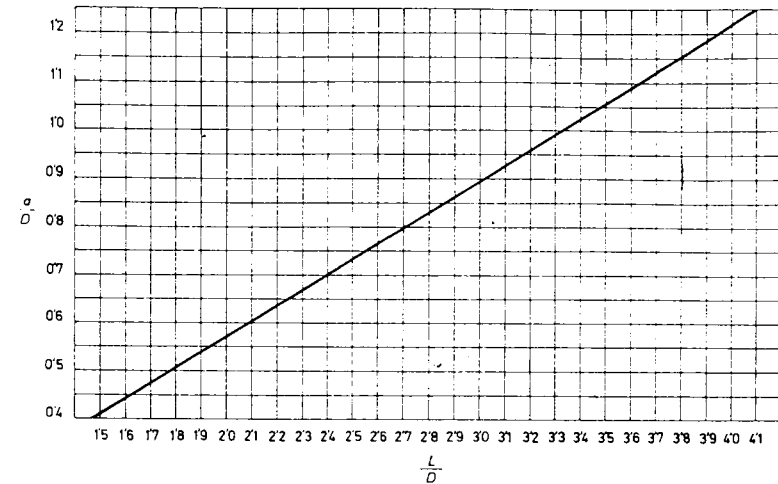


Fig. 2.09.06 b — Anchura relativa de ventana.

Apliquemos la fórmula [2.09.01 a],

$$C = \frac{P_{b1}/m}{V} = \frac{k_o f}{22,5} \frac{q}{100} \hat{B}_{no} \quad (\text{kVA/dm}^3)$$

con  $f = 50$  Hz,  $k_o = 0,64$  (4 escalones), fig. 2.01.22 a,  $q = 160$  Ac/cm y  $\hat{B}_{no} = 1,62$  T.

$$C = \frac{0,64 \cdot 50}{22,5} 1,6 \cdot 1,62 = 3,68 \text{ kVA/dm}^3.$$

Si acudimos directamente a la fig. 2.09.04 vemos que para  $P_{b1} = 20$  kVA y  $U = 6$  kV se puede prever una potencia específica  $C = 3,8$  kVA/dm<sup>3</sup>. Si conservamos la cifra  $C = 3,68$  kVA/dm<sup>3</sup>, se necesita un volumen prismático por columna

$$V = \frac{P_{b1}/m}{C} = \frac{20/3}{3,68} = 1,81 \text{ dm}^3$$

La fig. 2.09.05 a recomienda para  $P_{b1} = 20$  kVA,  $D = 9$  cm y por tanto

$$L = \frac{V}{D^2} = \frac{1,81}{0,9^2} = 2,24 \text{ dm}$$

La anchura de ventana la deduciremos en principio de la fig. 2.09.06 b.

$$\text{Para } \frac{L}{D} = \frac{2,24}{0,9} = 2,49, \text{ debe ser } \frac{a}{D} = 0,71; \quad a = 0,71 \cdot 9 = 0,64 \text{ dm}$$

El transformador en cuestión tiene las siguientes dimensiones constructivas

$$\begin{aligned} D &= 89 \text{ mm} && (\text{en vez de } 90) \\ L &= 233 \text{ »} && (\text{» » » } 224) \\ a &= 67 \text{ »} && (\text{» » » } 64) \end{aligned}$$

*Ejemplo 2.º* Hallar las dimensiones de partida para un transformador trifásico de columnas de 2000 kVA primarios, 30000/231 V, Y/y, 50 Hz.

$$\text{Para } P_{b1} = 2000 \text{ kVA, } \hat{B}_{no} = 1,7 \text{ T} \quad (\text{fig. 2.09.02 a})$$

Suponiendo el factor de sección neta de columnas  $k_o = 0,655$  (5 escalones, fig. 2.01.22 a), tendremos, [2.09.01 a],

$$C = \frac{k_o f}{22,5} \frac{q}{100} \hat{B}_{no} = \frac{0,655 \cdot 50}{22,5} 4,75 \cdot 1,7 = 11,8 \frac{\text{kVA}}{\text{dm}^3}$$

Según la fig. 2.09.04, para  $P_{b1} = 2000$  kVA y  $U = 30$  kV, viene a ser  $C = 12,4$  kVA/dm<sup>3</sup>. Tomando la primera cifra 11,8 deducida de las constantes de trabajo previstas, el volumen por columna

$$V_o = \frac{P_{b1}/m}{C} = \frac{2000/3}{11,8} = 56,5 \text{ dm}^3$$

Para  $P_{b1} = 2000$  kVA, la fig. 2.09.05 a recomienda  $D = 27,5$  cm de donde

$$L = \frac{V}{D^2} = \frac{56,5}{2,75^2} = 7,5 \text{ dm}$$

y siendo  $\frac{L}{D} = \frac{7,5}{2,75} = 2,73$ , la fig. 2.09.06 b da como valor conveniente para  $\frac{a}{D} = 0,78$  o  $a = 0,78 \cdot 2,75 = 2,15$  dm.

Las dimensiones reales del transformador eran

$$\begin{aligned} D &= 270 \text{ mm} && (\text{en vez de } 275) \\ L &= 690 \text{ »} && (\text{» » » } 750) \\ a &= 197 \text{ »} && (\text{» » » } 215) \end{aligned}$$

Todas ellas menores que las recomendadas. Se trata en efecto de un transformador que trabaja más bien algo forzado.

*Ejemplo 3.º* Calcular las dimensiones principales ( $D$ ,  $L$  y  $a$ ) de un transformador trifásico de columnas de 6300 kVA 110 ± 5 %/10,5 kV, Y/y, 50 Hz

$$\text{Para } P_{b1} = 6300 \text{ kVA, } \hat{B}_{no} = 1,7 \text{ T} \quad (\text{fig. 2.09.02 a})$$

$$\text{» } P_{b1} = 6300 \text{ kVA y } U = 100 \text{ kV, } q = 400 \text{ Ac/cm} \quad (\text{fig. 2.01.22 a})$$

Admitiendo  $k_o = 0,67$  (más de cinco escalones, fig. 2.01.22 a, resulta, [2.09.01 a],

$$C = \frac{k_o f}{22,5} \frac{q}{100} \hat{B}_{no} = \frac{0,67 \cdot 50}{22,5} 4 \cdot 1,7 = 10,1 \frac{\text{kVA}}{\text{dm}^3}$$

La fig. 2.09.04 nos da para  $P_{b1} = 6300$  kVA y  $U = 110$  kV,  $C = 9,8$   $\frac{\text{kVA}}{\text{dm}^3}$ . Adoptando  $C = 10,1$ ,

$$V_o = \frac{P_{b1}/m}{C} = \frac{6300/3}{10,1} = 208 \text{ dm}^3$$

Si con  $P_{b1} = 6300$  kVA tomamos  $D = 36$  cm (fig. 2.09.05 a)

$$L = \frac{V}{D^2} = \frac{208}{3,6^2} = 16,1 \text{ dm}$$

Al ser  $\frac{L}{D} = \frac{16,1}{3,6} = 4,44$ , convendrá hacer  $\frac{a}{D} = 1,37$  (fig. 2.09.06 b, extrapolando), o sea,  $a = 1,34 \cdot 3,6 = 4,82$  dm.

El transformador propuesto tiene un diámetro de columnas de 360 mm (exactamente el que hemos deducido) y una longitud de ventana  $L = 1680$  mm, en vez de 1610 mm que acabamos de hallar; es, pues, ligeramente más largo (un 4 %). En cambio para la anchura de ventana requerida han bastado en realidad 360 mm es decir  $a = D$  en vez de  $a = 1,37 D$  que se ajustaría mejor a las proporciones de un transformador más económico y de mejor rendimiento.

Esto nos indica que el mismo transformador admitiría una solución más económica acortando las columnas y ensanchando las ventanas.

*Ejemplo 4.º* Hallar las dimensiones principales del núcleo como base de partida para el proyecto de un transformador trifásico de 40.000 kVA 132/128 – 112 kV, 50 Hz.

$$\text{Con } P_{b1} = 40000 \text{ kVA y } U \approx 120 \text{ kV, } \hat{B}_{no} = 1,7, \quad (\text{fig. 2.09.02 a}),$$

$$\text{y } q = 540 \text{ Ac/cm} \quad (\text{fig. 2.09.03 a}).$$

Poniendo  $k_o = 0,66$  (columnas casi redondas con canales de refrigeración, fig. 2.01.22 a, se deduce, [2.09.01 a],

$$C = \frac{k_o f}{22,5} \frac{q}{100} \hat{B}_{no} = \frac{0,66 \cdot 50}{22,5} 5,4 \cdot 1,7 = 13,5 \frac{\text{kVA}}{\text{dm}^3}$$

La fig. 2.09.04 daría directamente, para  $P_{b1} = 40000$  kVA y  $U = 120$  kV,  $C = 13,3$  kVA/dm<sup>3</sup>

El volumen prismático que resulta por columna asciende a

$$V_o = \frac{P_{b1}/m}{C} = \frac{40000/3}{13,5} = 988 \text{ dm}^3$$

y si adoptamos  $D = 630$  mm, (fig. 2.09.05 a)

$$L = \frac{V}{D^2} = \frac{988}{6,3^2} = 25 \text{ dm}$$

Para  $\frac{L}{D} = \frac{25}{6,3} = 3,96$  se debe tener  $\frac{a}{D} \approx 1,2$ , (fig. 2.09.06 b);  $a = 1,2 \cdot 630 = 755$  mm.

El transformador considerado es de las siguientes dimensiones

- $D = 660$  mm. (deducido, 630 mm)
- $L = 2540$  » ( » 2500 » )
- $a = 890$  » ( » 755 » )

Se hubiera podido resolver más favorablemente alargando algo las columnas y estrechando un poco la ventana.

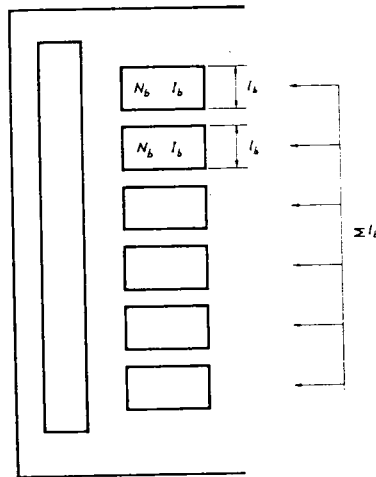


Fig. 2.09.08 a — Carga específica  $q_b$  a efectos del calentamiento de las bobinas.

$$q_b = \frac{N_b I_b}{l_b} = \frac{N_f I_f}{\Sigma l_b}$$

2.09.08 Sección de los conductores y calentamientos de los mismos

El producto de la carga lineal  $q$  por la densidad de corriente  $\Delta$  es también de efecto decisivo sobre el calentamiento de las bobinas con respecto a la temperatura del medio en que se hallan, aire o aceite. Al computar a estos efectos la carga lineal específica, los amperios vueltas deben referirse exclusivamente a la longitud axial bobinada prescindiendo de los canales de refrigeración que cortan el devanado en su desarrollo axial. Representaremos este valor de  $q$  por  $q_b$  y su expresión será, fig. 2.09.08 a,

$$q_b = \frac{N_b I_b}{l_b} = \frac{N_f I_f}{\Sigma l_b} \quad [2.09.08 a]$$

$N_b, I_b, l_b$  = número de espiras, corriente en amperios y longitud axial en cm de una bobina,

$N_f, I_f, \Sigma l_b$  espiras, corriente y longitud total de bobinas por fase.

Los valores admisibles de ( $q_b \Delta$ ) dependen de las condiciones de enfriamiento del bobinado íntimamente ligadas a la extensión y eficacia de las superficies expuestas a la acción del medio refrigerante. Es aquí, en la valoración de dichas superficies y en el criterio sobre la distinta efectividad de las mismas según su posición con respecto al fluido activo circulante, donde reside la principal dificultad para el cálculo de las elevaciones de temperatura.

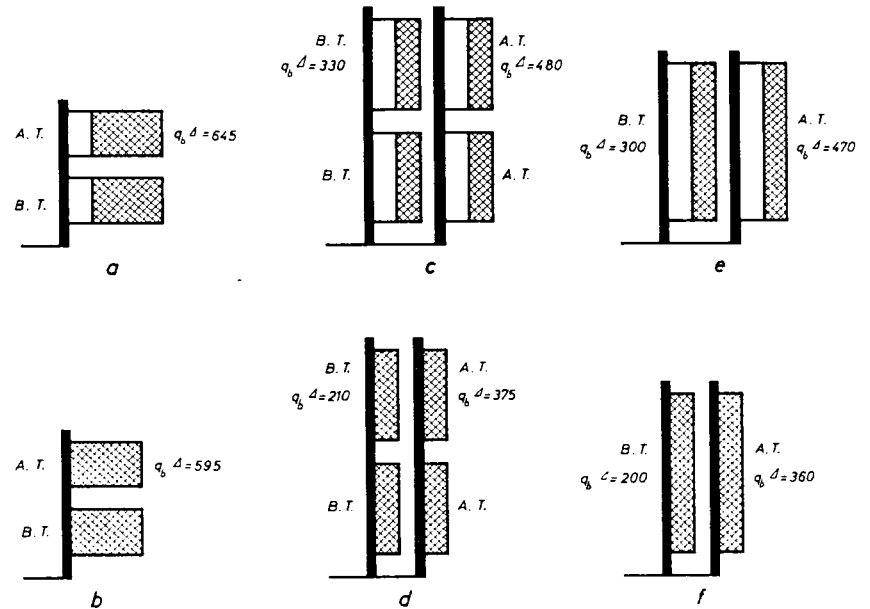


Fig. 2.09.08 b Carga admisible en los transformadores secos.

La pérdida que puede disipar una superficie bobinada, en contacto eficaz con el aire de convección, viene a ser de unos  $13 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$  y sumergida en aceite, alrededor de  $100 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$ .

Como resultado de experiencias directas sobre transformadores de construcción normal pueden admitirse en principio las cifras que se desprenden de las figuras 2.09.08 b y c, la primera correspondiente a devanados al aire (transformadores secos con un calentamiento medio de 50 °C) y la segunda a los arrollamientos en aceite.



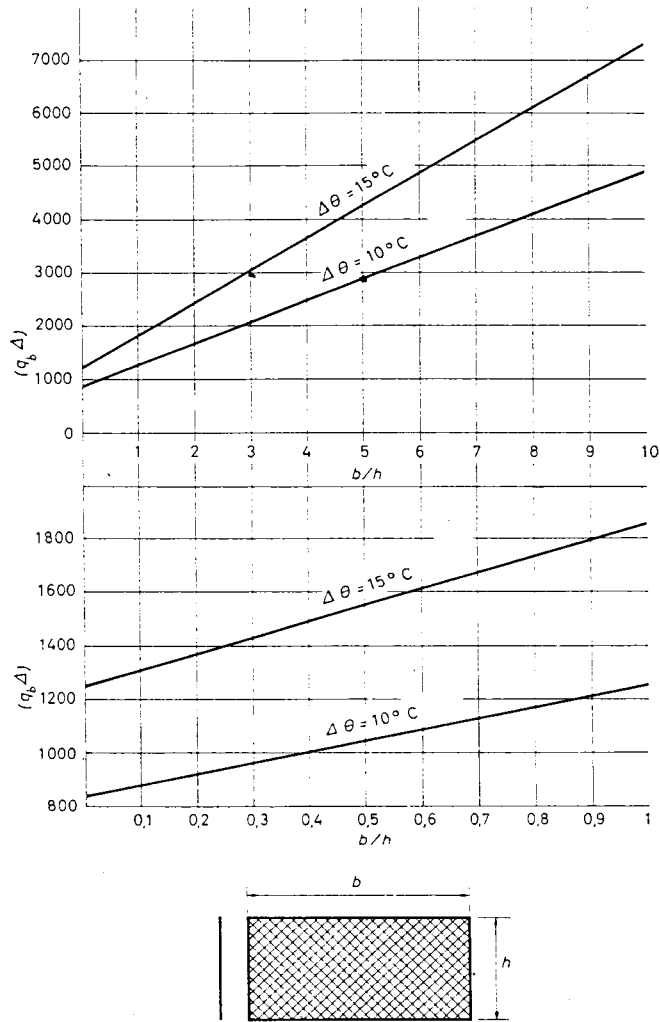


Fig. 2.09.08 c -- Carga admisible en los devanados en aceite.

En la fig. b el  $(q_b \Delta)$  depende del tipo constructivo del bobinado sin que influyan decisivamente las proporciones de cada bobina. En la fig. c, para transformadores en aceite, la relación  $b/h$  del grosor radial de la bobina a su altura axial modifica apreciablemente la capacidad media de disipación térmica. Se muestran dos líneas de  $(q_b \Delta)$  correspondiente a unos calentamientos

respectivos de 10 y 15 °C sobre la temperatura media del aceite circundante. En casos extremos no suele pasarse de 20 °C para esta elevación de temperatura.

La densidad de corriente en los transformadores al aire suele hallarse alrededor de 1,75 A/mm<sup>2</sup> y en los de distribución normales en aceite viene a quedar comprendida entre los 3 y 3,5 A/mm<sup>2</sup>. Con circulación forzada, en transformadores mayores, se llega a veces hasta 5 A/mm<sup>2</sup>.

La distribución definitiva de las espiras requiere el establecimiento previo de las distancias de aislamiento (párr. 2.09.10) a fin de ver el espacio que resta libre para los bobinados. Ello puede conducir a ciertos retoques en las dimensiones de la ventana,  $L$  o  $a$ .

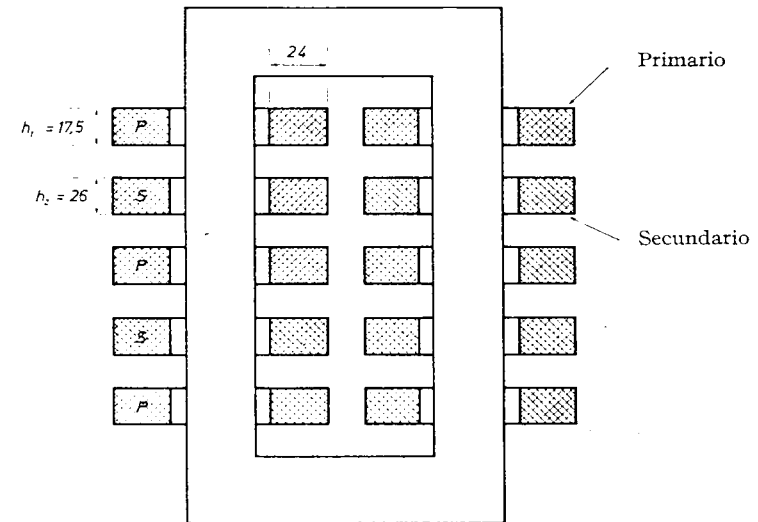


Fig. 2.09.09 a -- Dimensiones de las bobinas de un transformador de 1 kVA, 220/55 V, 50 Hz.

2.09.09. Ejemplos

*Ejemplo 1.º* Un transformador monofásico al aire de 1 kVA 220/55 V, 50 Hz, está bobinado de acuerdo con la figura 2.09.09 a. Calcular el calentamiento aproximado del cobre sobre la temperatura media del aceite.

Tratándose de un transformador tan pequeño, las potencias aparentes primaria y secundaria no pueden suponerse prácticamente iguales. Admitiremos que el producto  $(\eta \cos \varphi)$  sea del 90 %, lo cual da para el primario

$$P_{61} = \frac{1000}{0,9} = 1110 \text{ VA}$$

y las corrientes respectivas

$$I_2 = \frac{1000}{55} = 18,7 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{1110}{220} = 5,05 \text{ A}$$

con las densidades respectivas

$$\Delta_2 = \frac{18,2}{10,46} = 1,74 \text{ A/mm}^2$$

$$\Delta_1 = \frac{5,05}{2,835} = 1,79 \text{ »}$$

Los valores de  $q_s$  resultan

$$\text{Para el secundario } q_{s2} = \frac{N_{s2} I_2}{h_2} = \frac{34 \cdot 18,2}{2,6} = 238 \text{ Ac/cm}$$

$$\text{» » primario } q_{s1} = \frac{N_{s1} I_1}{h_1} = \frac{85 \cdot 5,05}{1,75} = 245 \text{ »}$$

Los productos ( $q_s \Delta$ ),

$$(q_s \Delta)_2 = 238 \cdot 1,74 = 414$$

$$(q_s \Delta)_1 = 245 \cdot 1,79 = 439$$

La disposición corresponde a la figura 2.09.08 b montaje a), para el cual, con 50 °C de aumento, se admitiría un índice ( $q_s \Delta$ ) = 645.

El calentamiento será, pues, más bien bajo. Aproximadamente

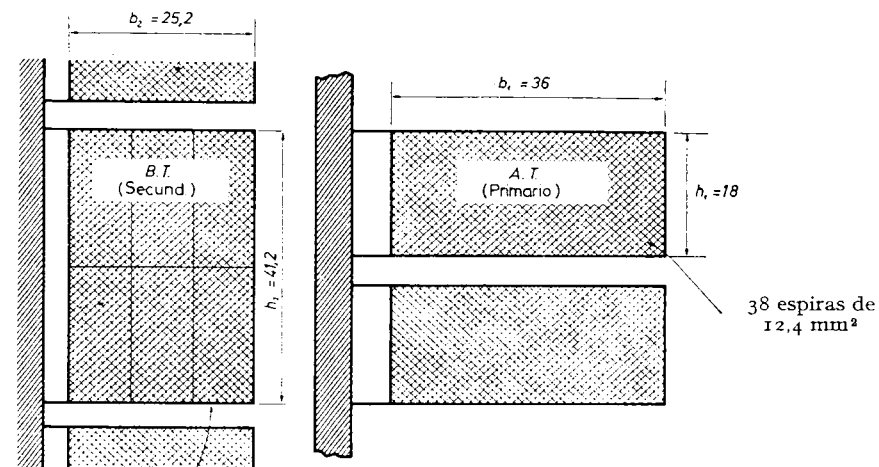
$$50 \frac{414}{645} = 32 \text{ °C en el secundario}$$

$$50 \frac{439}{645} = 34 \text{ °C » » primario}$$

*Ejemplo 2.º* Las bobinas de un transformador trifásico de 2.000 kVA, 30.000 ± 5 %/400 V, Y/y, 50 Hz, están subdivididas esencialmente como indica la fig. 2.09.09 b. Calcular el calentamiento con la A.T. en la toma media. Las intensidades en alta y en baja son, por fase,

$$I_1 = \frac{2000}{\sqrt{3} \cdot 30} = 38,5 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{2000}{\sqrt{3} \cdot 0,4} = 2885 \text{ A}$$



1 espira de 6 cond. en paral. 933 mm² en total

Fig. 2.09.09 b — Dimensiones de las bobinas parciales de un transformador de 2000 kVA, 30 ± 5 %/ 0,4 kv Y/y, 50 Hz.

Las densidades de corriente

$$\Delta_1 = \frac{38,5}{12,4} = 3,1 \text{ A/mm}^2$$

$$\Delta_2 = \frac{2885}{933} = 3,09 \text{ »}$$

Las cargas lineales sobre las bobinas

$$q_{s1} = \frac{38 \cdot 38,5}{1,8} = 814 \text{ Ac/cm}$$

$$q_{s2} = \frac{1 \cdot 2885}{4,12} = 700 \text{ »}$$

Índices de carga térmica

$$(q \Delta)_1 = 814 \cdot 3,1 = 2520$$

$$(q \Delta)_2 = 700 \cdot 3,09 = 2160$$

Relaciones de las dimensiones de bobina

$$\frac{b_1}{h_1} = \frac{36}{18} = 2 \quad \frac{b_2}{h_2} = \frac{25,2}{41,2} = 0,612$$

Según la fig. 2.09.08 c,

Para  $(q A_1) = 2520$  y  $\frac{b_1}{h_1} = 2$  ,  $\Delta\theta_1 = 13$  °C

para  $(q A_2) = 2160$  y  $\frac{h_2}{h_2} = 0,612$ ,  $\Delta\theta_2 = 18$  °C (extrapolación)

2.09.10 Aislamiento y distancias aislantes. (1)

1.º — *Recubrimiento de los conductores.* Empezando por el aislamiento de los conductores mismos, diremos que para los transformadores en aceite se emplea casi exclusivamente el papel en varias capas, a tope o solapadas, hasta llegar al grueso deseado. En los transformadores de distribución en aceite bobinados con hilo redondo se emplea mucho el aislamiento de esmalte sintético (cloruro de polivinilo y similares), que proporciona un gran factor de espacio sin mengua de la seguridad de servicio.

Las barras muy gruesas se refuerzan con un encintado final de algodón.

El incremento de espesor (doble pared) que resulta de los diversos tipos de recubrimiento aislante puede verse en la tabla 1.02.03 a.

Por término medio viene a ser:

Hilos esmaltados	0,1 mm
Doble capa de seda	0,12 »
Doble capa de papel	0,15 »
Doble capa de algodón	0,30 »
Cinta de algodón solapado a 1/2	0,6 »

Acumulando capas sucesivas de papel puede alcanzarse cualquier grueso de aislamiento deseado.

Siempre que se trata de conocer el espesor aislante o las distancias de seguridad que conviene adoptar según la tensión de servicio (o la tensión de prueba), las recomendaciones procedentes de fuentes distintas no suelen ser muy concordantes. En las figuras 2.09.10 a y b se establecen los valores medios que pueden adoptarse en función de la tensión nominal a la vista de estas recomendaciones. La primera figura se refiere al cuerpo normal del bobinado y la segunda, a las espiras de choque o de entrada de la línea sobre cada toma.

El número de estas espiras debe ser un 3 % del total. El 1 % como mínimo con el aislamiento indicado en la figura 2.09.10 b y el 2 % restante con el mismo grueso o en disminución progresiva hasta coincidir con el de las bobinas normales. A veces es mejor que reforzar el aislamiento disminuir el número de espiras por capa.

(1) Como ampliación de este párrafo puede verse la obra citada del autor, J. CORRALES, «Teoría Cálculo y Construcción de Transformadores.» 5.ª edic. Edit. Labor.

2.º *Aislamiento entre capas.* Suele ponerse un prespan de 0,1 a 0,2 mm sobre todo si la tensión normal entre espiras extremas de dos capas adyacentes supera los 100 V. Cuando se trata de barras gruesas, el espesor del prespan llega hasta 0,4 mm.

Aquella tensión es igual al voltaje por espira multiplicado por el doble del número de espiras por capa.

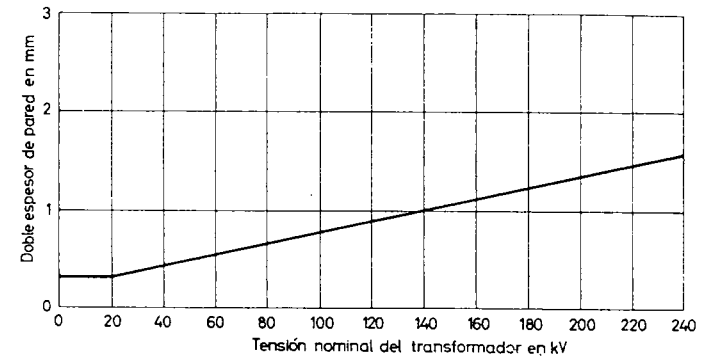


Fig. 2.09.10 a Grueso del aislamiento de las espiras normales para transformadores en aceite

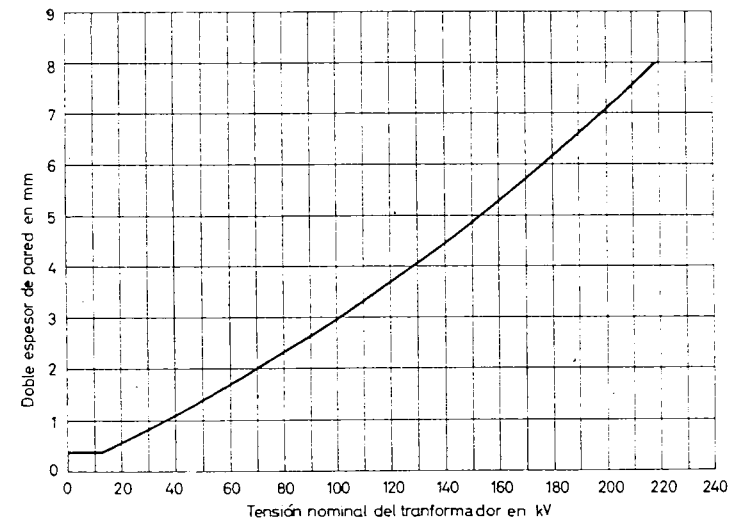


Fig. 2.09.10 b Grueso del aislamiento de las espiras de entrada para transformadores en aceite.

Las bobinas de choque (bobinas extremas, de neutro y de tomas de conmutación) se suelen hacer con menos espiras por capa que las normales. Alrededor de la mitad que en éstos para reducir también a la mitad la tensión por capa y el voltaje máximo entre espiras de capas sucesivas y evitar al mismo tiempo la necesidad de reforzar la cubierta aislante lo cual tiene como consecuencia disminuir la capacidad entre espiras y debilitar con ello la resistencia a las ondas de choque.

3.º Aislamiento entre bobinas de un mismo arrollamiento o de una misma columna. El devanado de alta tensión, y a veces ambos arrollamientos, se subdivide en bobinas parciales con canales de refrigeración radial. Estos canales han de ofrecer un paso libre  $a$ , de 15 mm, como mínimo, si se trata de transformadores al aire y de 4 mm (mejor aún, 5 mm) en aceite. La distancia en cuestión se mantendrá mediante tacos de bakelita o de prespan respectivamente.

La tensión por bobina individual normal no debe exceder de 1000 V, o

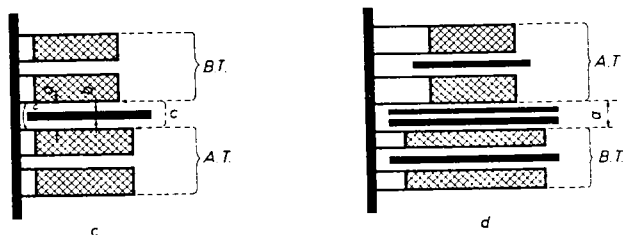
Bobinados de columnas



Con canales de ventilación.  
1.º Al aire:  $a \geq 15$  mm.  
2.º En aceite:  $a \geq 4$  mm.

1.º Al aire  $\begin{cases} a = 2 \dots 3 \text{ mm} \\ b = 5 \dots 6 \text{ mm} \end{cases}$   
2.º En aceite  $\begin{cases} a = 2 \dots 3 \text{ mm} \\ h = 3 \text{ mm} \end{cases}$

Bobinados alternados



1.º Al aire  $\begin{cases} a = 1,5 \text{ mm por kV de prueba} \\ (\geq 15 \text{ mm}) \\ b = 3 \text{ mm} \\ c \geq a + 5 \text{ mm} \end{cases}$   
2.º En aceite  $\begin{cases} a = U \geq 10 \text{ mm} \\ \text{« prespan »} = \frac{a}{4} \end{cases}$

Fig. 2.09.10 c - Aislamiento entre bobinas.

sea, 2000 V como d.d.p. entre cualquier punto de dos bobinas inmediatas. Si el número de éstas se hace par es posible disponerlas en dobletes evitando que los puentes crucen por los canales de refrigeración. Ello es indispensable cuando entre las bobinas adyacentes no se dispone canal de refrigeración (fig. 2.09.10 b). Para las bobinas de choque la tensión por bobina se reduce a la mitad (unos 500 V como máximo).

Cuando se trata de construcciones acorazadas con bobinas de alta y

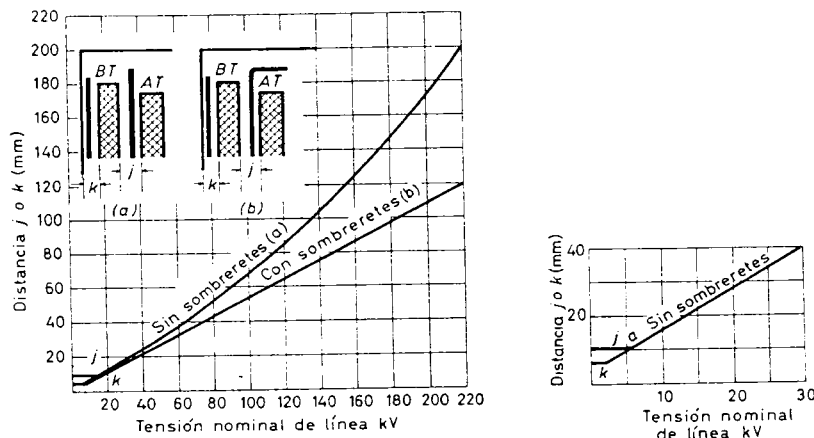


Fig. 2.09.10 d Distancias mínimas  $j$  entre devanados A.T. - B.T., y  $k$  respecto a la columna, para transformadores en aceite.

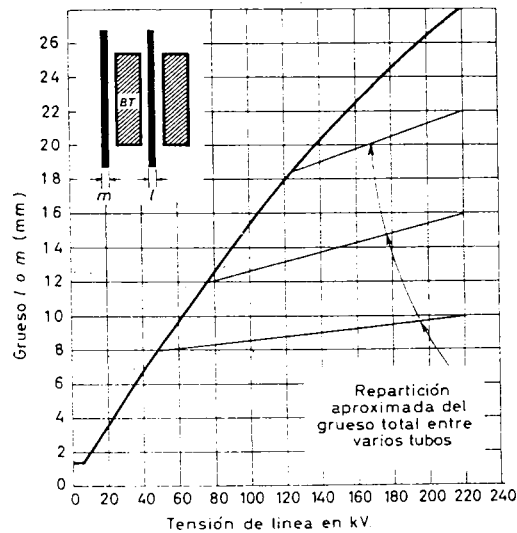


Fig. 2.09.10 e - Espesor total  $l$  o  $m$  de los tubos aislantes entre devanador A.T.-B.T., o entre B.T. y el núcleo.

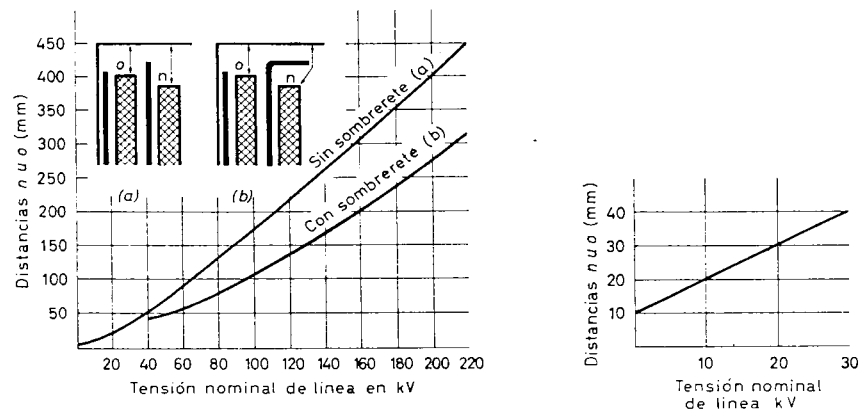
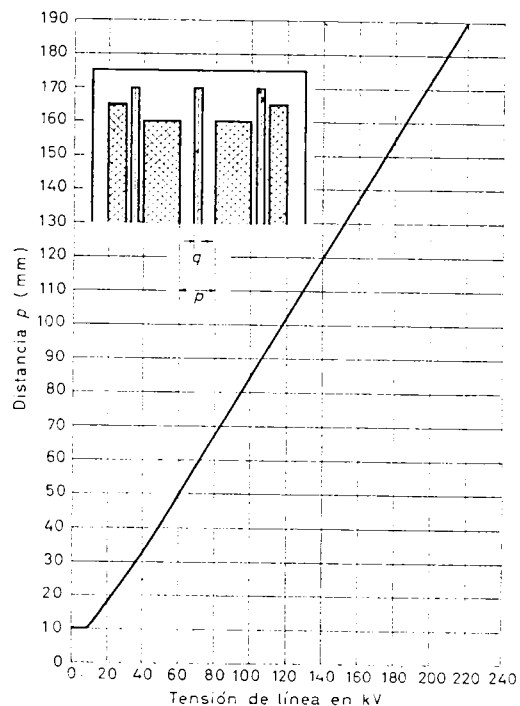
Fig. 2.09.10 f Distancia  $n u o$  entre los devanados y el yugo.

Fig. 2.09.10 g — Distancias mínimas entre bobinas de alta tensión.

baja alternadas, se llega, a veces, a 5000 V por bobina. Las separaciones entre ambos devanados deben ser de 15 mm mínimos intercalando además, coronas circulares de  $r/4$  de este grueso.

En la figura citada, 2.09.10 c, se hallan los datos complementarios sobre el correcto dimensionado de las distancias y separadores, tanto con transformadores al aire como en aceite. Para los primeros no hay que considerar generalmente tensiones superiores a 10 kV, aunque se han construido algunos para 15 kV en alta.

Como quiera que ciertas distancias aislantes se dan en función de la tensión aplicada de prueba  $U_n$ , la tabla 1.07.02 b del 1.º tomo nos muestra los valores de la misma en función de la tensión de serie del transformador, según las normas alemanas VDE. Las distintas normas nacionales aunque esencialmente son parecidas, presentan algunas discrepancias entre ellas.

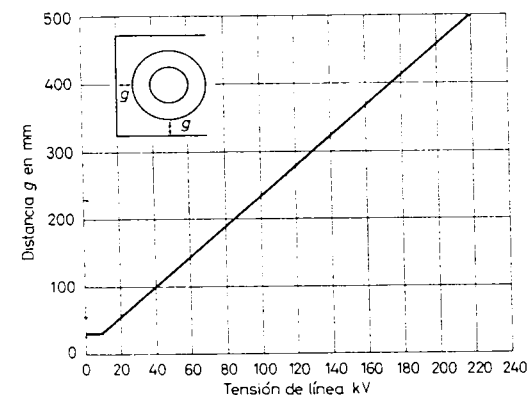


Fig. 2.09.10 h — Distancias mínimas entre las bobinas y la cuba.

4.º *Aislamiento entre bobinados concéntricos.* Hay que distinguir:

- Distancia entre arrollamientos de alta y baja
- Grueso de los tubos aislantes entre ambos
- Distancia entre el arrollamiento interior de baja y el núcleo
- Grueso del tubo entre uno y otro
- Distancia desde los bobinados al yugo, con valonas en ángulo o sombreretes, y sin éstos
- Distancias entre superficies próximas de los bobinados exteriores o de alta
- Grueso del tabique aislante intercalado.

Las distancias aislantes radiales se ajustarán definitivamente de modo que conduzcan a diámetros interiores de bobinas escalonados en cifras sencillas, por ejemplo, de 5 en 5 mm a fin de disminuir el número de calibres necesarios para la construcción de las mismas.

a) En los transformadores *al aire*, la separación  $j$  entre alta y baja, (fig. 2.09.10 d) contando con valores de la alta tensión nunca superiores a 15 kV, debe preverse a razón de 1,5 mm por cada kV de tensión de prueba adoptando como mínimo, a efectos de ventilación, 15 mm si el devanado de alta se apoya directamente sobre el tubo aislante y 20 mm si se deja una separación entre ambos.

Para los transformadores *en aceite*, la fig. 2.09.10 d muestra las distancias  $j$  recomendables en función de la tensión nominal de línea. Hay que distinguir el caso de que los tubos aislantes sean rectos o se terminen por otros en ángulo o valonas, llamados comúnmente «sombretetes».

No es raro, sin embargo, encontrar valores inferiores a los indicados, sobre todo en transformadores «comerciales».

b) Cuanto a los tubos mismos,  $l$ , de papel bakelizado, bastarán en los transformadores *secos* 3 mm para los de 15 kV y, como mínimo, 2 mm de grueso para los de tensión muy inferior.

En los transformadores *en aceite*, los tubos, también de papel bakelizado o de prespan, deberán ser del grueso  $l$  indicado en la fig. 2.09.10 e.

c, d) Respecto a la distancia  $k$  entre las bobinas interiores de B.T. y el núcleo, y al grueso  $m$  de los tubos consiguientes valen los mismos datos que entre alta y baja (fig. 2.09.10 d y e) sin más que considerar como tensión de línea la que corresponda a dicho devanado interior. Cuando se trata de transformadores de distribución y el arrollamiento de baja es de 220 ó 380 V, las distancias aislantes son más bien de paso para el fluido refrigerante y dependen a su vez de la rigidez mecánica de los bobinados. En este caso, con transformadores *en aceite* se llega a bajar hasta los 3 mm e incluso se omite el tubo de bakelita que en todo caso no suele pasar de 1,5 ó 2 mm de grueso.

e) Sobre las separaciones  $n$  y  $o$  entre los devanados y el yugo, cabe distinguir, como siempre:

Para transformadores *al aire*— 3 mm por kV de tensión de prueba, mínimo 20 mm.

Transformadores *en aceite*. Según la fig. 2.09.10 f, curvas (a), sin sombretetes y (b) con ellos.

f, g) Por lo que se refiere a la distancia  $p$  entre devanados exteriores de columnas inmediatas, la fig. 2.09.10 g facilita los datos que pueden servir de base al proyecto de los transformadores *en aceite*.

Debe intercalarse además contra las descargas un *tabique* o barrera de papel bakelizado o prespan, cuyo grueso  $q$  venga a ser 1/3 del que se señala para los tubos aislantes según la fig. 2.09.10 e, tomando como mínimo 2 mm.

Si el transformador es *al aire*, se adoptará  $q = 2$  mm para tensiones normales entre columnas  $\leq 5$  kV y  $q = 3$  mm si dicha tensión rebasa los 5 kV. La distancia  $p = 1,5$  mm/kV de tensión de prueba; mínimo, 15 mm.

5.º Separación entre los bobinados y la cuba. Puede servir de base el gráfico de la fig. 2.09.10 h. En ocasiones se establecen las mismas separaciones

que entre los arrollamientos y el yugo (fig. 2.09.10 f), sobre todo si se intercalan tabiques separadores que desempeñan un papel similar al de las valonas.

6.º Distancia mínima  $r$  entre partes activas de los bornes exteriores y con respecto a masa,  $s$  y  $t$ , así como distancias de ajustes para los explosores,  $x$ . Los valores mínimos de  $r$ ,  $s$  y  $t$ , suelen hallarse especificados en las Normas nacionales de los distintos países. La fig. 2.09.10 i, inspirada en las Normas alemanas, proporciona estos datos.

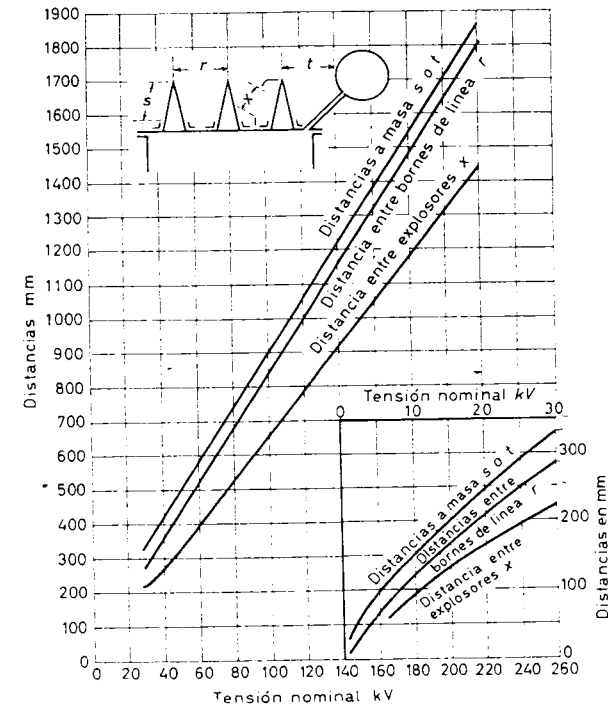


Fig. 2.09.10 i Distancias mínimas exteriores de aislamiento.

## 2.09.11 Pérdidas en el hierro y en el cobre

Sobre el cálculo de las pérdidas específicas en el hierro se trató en el párrafo 1.03.10, especialmente en su apartado c, así como en el 1.10.20 y ejemplo 1.10.21. A propósito de ello, se dieron las curvas de pérdidas para la chapa magnética laminada en caliente, fig. 1.03.10 d, y laminadas en frío, fig. 1.03.10 e, así como los factores de corrección por la frecuencia, fig. 1.03.10 g. Véanse también los párrafos 1.10.01 a 1.10.05.

El párrafo 1.10.20 y ejemplo 1.10.21 citados se refieren al cálculo práctico de estas pérdidas en un transformador.

Respecto a las pérdidas en el cobre con corriente continua, el párrafo 1.01.15 resume la teoría y manera práctica de calcularlas en función del peso del material y de la temperatura. Este estudio se complementa con el de las pérdidas adicionales en el cobre expuesto en los párrafos 1.10.40 a 47, incluidos ejemplos para cada caso.

Finalmente, en el capítulo que sigue, 2.10, se reúnen sistemáticamente las fórmulas de aplicación inmediata al cálculo de estas pérdidas.

Debemos añadir, aún, que todo el problema de fijación y reparto de las pérdidas en el hierro y en el cobre es una cuestión de índole económica. La capitalización (valor presente) del gasto anual («anualidad») que suponen unas y otras sumada al precio de venta del transformador considerado, lo que llamamos su coste financiero, es decisivo para la selección entre varias soluciones posibles.

Sobre este punto, de gran importancia para el proyecto, remitimos al lector a nuestra obra «Teoría, Cálculo y Construcción de Transformadores, 5.<sup>a</sup> edic. Edit. Labor».

La fórmula de capitalización en la cual debe basarse finalmente el dimensionado óptimo de los mismos depende de las circunstancias económicas temporales de cada país. En España, en el momento de editarse esta obra, UNESA (1) capitaliza las pérdidas en el hierro  $p_{Fe}$  a razón de 45000 ptas/kW, las pérdidas en el cobre  $p_{Cu}$  a 12000 pts/kW, e incluso la potencia magnetizante o en vacío  $p_{\mu}$  a razón de 600 pts/kVA. Designando, pues, por  $C_0$  el precio de oferta en pesetas, el coste financiero  $C_I$  del transformador a base del cual se establece la comparación económica viene dado por

$$C_I = C_0 + (45000 p_{Fe} + 12000 p_{Cu} + 600 p_{\mu}) \text{ (pts)}$$

( $p_{Fe}$  y  $p_{Cu}$  en kW;  $p_{\mu}$  en kVA).

Cada kW de pérdidas en el hierro equivale, pues, financieramente a  $45000/12000 = 3.75$  kW de pérdidas en el cobre.

Cuando se trata de transformadores normalizados, no pueden adaptarse las pérdidas en cada caso a la mejor solución económica de cada usuario. Entonces se adoptan unos valores medios susceptibles de mantenerse mientras la coyuntura económica no experimente grandes cambios. A título de orientación ofrecemos la tabla 2.09.11 a que suele utilizarse en nuestro país en tales condiciones (transformadores de chapa orientada). Digamos también que estos valores no se apartan mucho de los adoptados análogamente en otros países.

2.09.12 Cálculo del sistema de refrigeración. Transformadores en aceite

La temperatura máxima del aceite (en la parte superior de la cuba) no debe exceder del valor prescrito por las normas (60 °C, con conservador, sobre un ambiente de 40 °C; VDE), o convenido con el cliente.

(1) Asociación de las principales Empresas productoras y distribuidoras de energía eléctrica en nuestro país.

TABLA 2.09.11 a. Pérdidas normales en los transformadores de distribución

Potencia KVA	Pérdidas en el hierro						Pérdidas en el cobre					
	6 kV		10 kV		15 kV		20 kV		25 kV		30 kV	
	6 kV	10 kV	15 kV	20 kV	25 kV	30 kV	6 kV	10 kV	15 kV	20 kV	25 kV	30 kV
5	57	60	72	82	80	75	174	175	176	175	172	180
10	82	88	99	112	115	118	312	312	315	328	333	340
15	108	110	122	140	148	152	450	450	450	420	438	438
20	137	141	150	182	184	204	548	548	552	560	560	592
30	182	191	208	220	221	242	781	781	787	810	818	845
50	242	245	266	280	279	311	1220	1228	1245	1274	1283	1291
75	329	330	351	375	374	407	1640	1640	1665	1702	1718	1758
100	387	389	413	435	430	477	2050	2050	2066	2141	2158	2175
125	445	445	470	497	516	561	2422	2422	2481	2520	2520	2573
150	536	537	562	589	599	652	3068	3068	3033	3075	3075	3120
200	629	629	656	688	700	776	3554	3554	3562	3646	3646	3679
250	750	763	787	825	839	903	4275	4275	4291	4366	4366	4416
315	898	898	926	980	1000	1118	5330	5330	5330	5350	5350	5440
400	1062	1062	1110	1162	1193	1296	6460	6460	6466	6491	6491	6391
500	1301	1301	1380	1416	1465	1623	7850	7850	7866	8000	8000	7816
630	1488	1488	1544	1590	1630	1812	9830	9830	9870	9870	9870	9670
800	1847	1847	1913	1977	2018	2253	11533	11533	11533	11533	11533	11533
1000	2220	2253	2288	2353	2428	2695	13853	13853	13666	13716	13716	13350
1250	2568	2601	2645	2786	2828	3097	15600	15600	15633	16667	16667	15950
1600	3156	3156	3226	3296	3356	3700	18980	18980	18980	19380	19380	19100
2000	3797	3797	3830	3935	3997	4005	21750	21750	21750	22683	22683	22083

A este calentamiento máximo del aceite  $\hat{\theta}_{ac}$  le corresponde una elevación media de temperatura, inferior, que depende de la altura de caja y de la situación más o menos elevada del núcleo y bobinado dentro de la misma, y por tanto, de la disposición constructiva del transformador. Si no se dispone de ensayos directos puede tomarse para el calentamiento medio un 85 % del valor máximo.

$$\theta_{ac\ m} = 0,85 \hat{\theta}_{ac} \quad [2.09.12\ a]$$

Aún hay que contar con una diferencia de temperatura  $\theta_{ac-c}$  (1) entre el aceite y la superficie exterior de la cuba o radiadores de tal modo que el calentamiento superficial de estos elementos,  $\theta_c$ , que es precisamente el que determina las posibilidades de disipación térmica del conjunto vendrá a ser

$$\boxed{\theta_c} = 0,85 \hat{\theta}_{ac} - \theta_{ac-c} = \boxed{0,85 \hat{\theta}_{ac} - 8\ ^\circ\text{C}} \quad (^\circ\text{C}) \quad [2.09.12\ c]$$

si tomamos, pues, como medida de seguridad, un calentamiento del aceite 5 °C por bajo del límite admisible, partiendo de las Normas VDE, es decir, 55 °C, tendremos el calentamiento medio a prever para la cuba o radiadores, redondeado,

$$\boxed{\theta_c} = 0,85 \cdot 0,55 - 8 \approx \boxed{40} \quad ^\circ\text{C} \quad [2.09.12\ d]$$

Hagamos constar que tanto la tapa, por la multiplicidad de elementos malos conductores del calor (bornes, conmutadores, etc.), como el fondo, por sus dificultades de radiación y convección, no se cuentan entre las superficies útiles de ventilación. Ello se compensa asignando a las superficies laterales unos coeficientes de refrigeración ligeramente superiores a los reales.

No interesa prolongar los elementos refrigeradores (aletas, tubos), por bajo del plano inferior de los bobinados donde el aceite se mantiene ya casi frío y deja de ser activo a los efectos de disipación del calor.

### 2.09.13 Cubas lisas

Sólo se utilizan para transformadores muy pequeños, de algunos kVA y para los de gran potencia con radiadores separados o intercambiadores de

(1) Si se desea hallar esta cifra con algo más de aproximación puede partirse de un coeficiente de transmisión térmica aceite - cuba de unos  $40 \frac{\text{W/m}^2}{^\circ\text{C}}$ . Designando por  $p_t$  las pérdidas totales en W y por S la superficie de contacto en m<sup>2</sup>.

$$\theta_{ac-c} = \frac{p_t S}{40} \quad (^\circ\text{C}) \quad [2.09.12\ b]$$

calor independientes. La disipación térmica, contando siempre nada más que con las superficies laterales, se produce por radiación y convección y ambos fenómenos intervienen en el mismo grado, dando en conjunto un coeficiente de refrigeración alrededor de 13,4 W/m<sup>2</sup> y por °C de elevación media de temperatura de la caja.

La superficie lateral necesaria será, pues,

$$\boxed{A_c = \frac{p_t}{13,4 \theta_c}} \quad (\text{m}^2) \quad [2.09.13\ a]$$

( $p_t$  pérdidas totales en W;  $\theta_c$  calentamiento medio admisible para la cuba, en °C).

### 2.09.14 Ejemplo

Las pérdidas de un transformador trifásico en aceite de 5 kVA, 10000/380 V, 50 Hz son: en el hierro,  $p_{Fe} = 60$  W, en el cobre,  $p_{cu} = 175$  W, o sea, en total  $p_t = p_{Fe} + p_{cu} = 60 + 175 = 235$  W.

Admitiendo un calentamiento medio de la cuba de 35 °C (1) (párr. 2.09.12, fórmula [2.09.12 d]) se necesitará una superficie lateral de, [a],

$$A_c = \frac{p_t}{13,4 \theta_c} = \frac{235}{13,4 \cdot 35} = 0,5 \text{ m}^2$$

La longitud de la cuba rectangular es de 650 mm y anchura 250 mm con un desarrollo, por tanto de  $(650 + 250) \cdot 2 = 1800$  mm.

Bastaría, pues, una altura de la cuba igual a  $\frac{0,5}{1,8} = 0,28$  m valor que constructivamente queda excedido de sobras.

### 2.09.15 Cubas onduladas

La superficie de radiación efectiva es la que se desprende del perímetro circunscrito a las ondulaciones (fig. 1.11.17 a); en cambio, para la convección interviene toda la superficie desarrollada de las aletas mientras los canales de aire entre ellas permitan una circulación abundante del mismo; a este fin debe preverse una distancia media entre sus paredes exteriores de 2,5 a 3 veces la del canal interior de aceite.

La fig. 2.09.15 a muestra diversos tipos de aletas comunes y da asimismo los coeficientes de refrigeración que proporcionan. Estos coeficientes, promedios de ensayos directos, se refieren ya a la temperatura máxima del aceite e indican, pues, la cifra en W por m<sup>2</sup> de superficie de aletas que puede

(1) Con cuba lisa contando toda la superficie lateral como útil la temperatura media es inferior a los 40.°C supuestos, ya que la parte por bajo del plano inferior de los bobinados permanece bastante fría.



admitirse con un calentamiento máximo del aceite de 55 °C. Si este valor máximo difiere poco de la cifra indicada, el coeficiente de ventilación ( $W/m^2$ ), puede suponerse proporcional simplemente al calentamiento  $\hat{\theta}_{ac}$ ; en caso contrario, aplíquese la misma corrección que para los tubos (fig. 2.09.17 b).

Con la prolongación de las ondulaciones a todo lo alto de la cuba se obtiene un coeficiente de radiación más reducido puesto que la parte inferior del aceite, a temperatura muy baja, apenas disipa calor a través de las paredes de la caja.

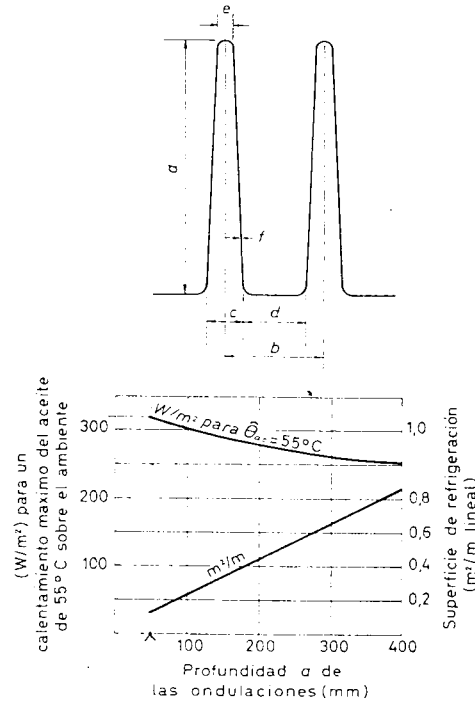


Fig. 2.09.15 a — Coeficiente de ventilación de las cubas de aceite en chapa ondulada.

Tipo	Dimensiones (mm)				e	f	m <sup>2</sup> /m	Vol. de aceite l/m
	a	b	c	d				
1	50	40	9	31	3	0,8	0,130	0,30
2	75	45	12	33	3	0,8	0,183	0,56
3	100	50	15	35	5	1	0,234	1,0
4	150	55	18	37	5	1	0,334	1,72
5	200	60	21	39	5	1,25	0,437	2,6
6	250	65	24	41	6	1,5	0,538	3,75
7	300	70	27	43	6	1,5	0,640	4,95
8	350	75	30	45	6	1,5	0,743	6,3
9	400	80	30	50	6	1,5	0,852	7,2

Las ondulaciones para que sean eficaces deben comenzar a la altura de los bobinados. Solamente así valen las curvas de refrigeración de la figura 2.09.15 a. Entonces se atribuye exclusivamente a las aletas la misión refrigeradora.

Con cajas onduladas se llegan a construir transformadores hasta de 4 ó 5 mil kVA.

2.09.16 Ejemplos

*Ejemplo 1.º* Un transformador trifásico de distribución de 20 kVA, 30.000 ± 5 %/ 231 - 400 V, 50 Hz, tiene unas pérdidas en el hierro  $p_{Fe} = 195$  W y en el cobre, en caliente,  $p_{Cu} = 725$  W; en total,  $p_t = 195 + 725 = 920$  W.

Las dimensiones en planta de la cuba son 635 × 255 mm, o sean 2 (635 + 255) = 1780 mm de perímetro, pero sólo lleva ondulaciones en las caras laterales de 635 mm de longitud.

En cada una de estas caras caben  $(635/40) = 15,87 \approx 16$  ondulaciones de 40 mm de paso por 50 mm de profundidad, o sea, 32 en total.

La altura total de la caja es de 775 mm de los cuales sólo se utilizan 65 cm para las ondulaciones dejando el resto de la cuba liso, en la parte inferior y para el marco de la tapa, inoperativo.

La superficie total de aletas asciende, pues, (fig. 2.09.15 a) a  $0,13 \times 0,65 \times 32 = 2,7$  m<sup>2</sup>.

Las pérdidas por un lado de superficie serán

$$\frac{920 \text{ W}}{2,7 \text{ m}^2} = 340 \text{ W/m}^2$$

Según la fig. 2.09.15 a, con 55 °C de elevación máxima de temperatura en el aceite, son admisibles para estas aletas de 50 mm de profundidad por 40 mm de paso y 0,13 m<sup>2</sup> de superficie por metro lineal, 320 W/m<sup>2</sup>. Las pérdidas a disipar exceden en la relación

$$f_{\theta} = \frac{340}{320} = 1,062$$

para la cual la fig. 2.09.17 b da un calentamiento de 58 °C.

*Ejemplo 2.º* Un transformador trifásico de 3500 kVA, 46/6 kV tiene unas pérdidas totales de 47 kW. La cuba posee 110 ondulaciones de 2,60 m de altura y 300 mm de profundidad por 60 de paso (30 + 30).

La superficie de estas ondulaciones podemos calcularla de la siguiente manera.

Desarrollo aproximado de una aleta  $300 \div 300 \div 30 \div 5 = 635$  mm.

Superficie por m lineal =  $0,635 \cdot 1 = 0,635$  m<sup>2</sup>. (La fig. 2.09.15 a da 0,64 m<sup>2</sup>/m para unos pasos de 43 + 27 mm).

Superficie de las 110 aletas =  $110 \cdot 2,6 \cdot 0,635 = 182$  m<sup>2</sup>.

Pérdidas por unidad de superficie  $\frac{47000}{182} = 258$  W/m<sup>2</sup>.

Según la fig. 2.09.15 a con aletas de 0,635 m<sup>2</sup> por metro lineal (que viene a corresponder a unas aletas normales de unos 295 m de profundidad) se admitirían 260 W/m<sup>2</sup> con una elevación de 55 °C en la zona superior del aceite. De acuerdo con ello éste sería el calentamiento a esperar. Sin embargo, el transformador en cuestión acusaba una elevación de temperatura en el nivel más alto de 67 °C consecuencia sin duda de la insuficiencia del paso de aire con las aletas de proporciones indebidas (30 + 30 mm en lugar de 27 + 43 en las ondulaciones normales).

2.09.17 Cajas de tubos

Los tubos han de ser de hierro dulce sin soldadura y pared delgada (aprox. 1 mm).

Son muy eficaces como elemento refrigerador por la exposición de todo

su perímetro a la corriente natural convectiva del aire. A veces, para mejorar aún esta acción, se emplean tubos de sección elíptica.

La presencia de los tubos no anula la de la cuba misma, lisa, aunque la reduce a medida que aumenta el número de filas, número que puede variar, según los casos, de 1 a 5.

Con cajas de tubos se ha llegado hasta potencias de 20.000 kVA.

Tomando como referencia un calentamiento del aceite, en la capa superior, de 55 °C sobre el ambiente, el coeficiente de disipación de los tubos viene a ser de unos

500 W/m <sup>2</sup> cuando van en fila única.	(100 %)
450 » » » » 2 filas	(90 %)
420 » » » » 3 »	(84 %)
380 » » » » 4 »	(76 %)
340 » » » » 5 »	(68 %)

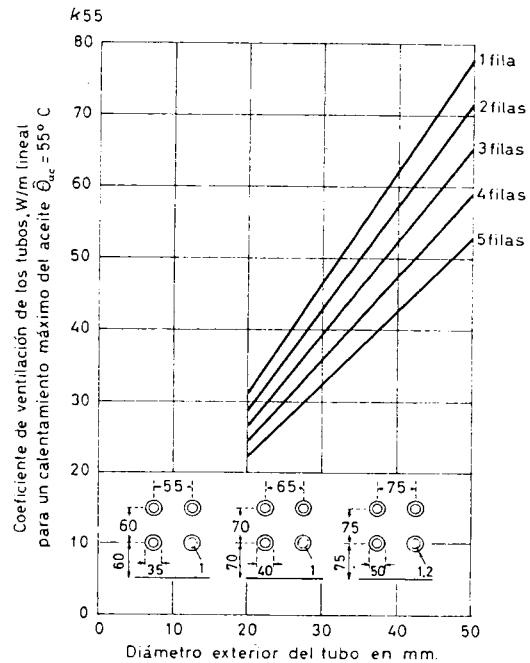


Fig. 2.09.17 a - Coeficientes de refrigeración de las cajas de tubos.

Simultáneamente pueden tomarse como coeficiente de ventilación para la cuba los mismos valores que acabamos de dar para los tubos según también el número de filas que llevan montadas.

A fin de facilitar los cálculos, la fig. 2.09.17 a muestra los coeficientes de ventilación por metro lineal de tubo según el diámetro de los mismos y el número de capas en que éstos van dispuestos.

Cuando la temperatura disminuye, el coeficiente de ventilación se reduce en gran medida. La fig. 2.09.17 b indica el factor por el cual hay que multiplicar las ordenadas de la fig. anterior 2.09.17 a si el calentamiento máximo del aceite ha de ser distinto de 55 °C. Las mismas correcciones pueden aplicarse a la cuba considerada como un tubo más de gran superficie.

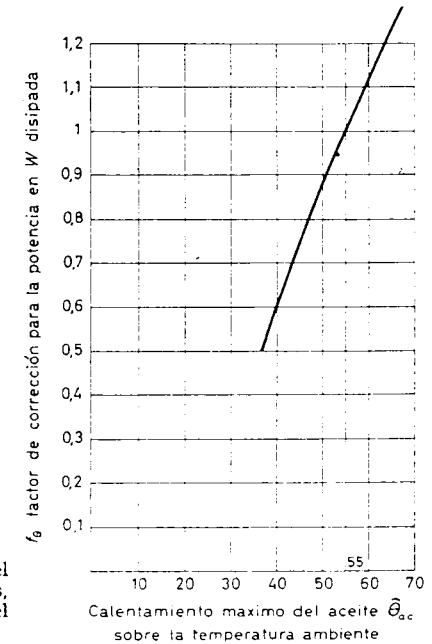


Fig. 2.09.17 b Factor de corrección para el coeficiente de ventilación de las ondulaciones, tubos y cubas lisas, según la temperatura del aceite.

2.09.18 Ejemplo

Un transformador de 1.000 kVA y elevadas pérdidas, 20500 W en total, lleva una cuba de 1560 × 600 mm, dimensiones en planta y 1700 mm altura con tres filas de tubos de 2 pulg. (50 mm φ exterior). La altura media de los tubos es de 1100 mm y la longitud media también, por tubo, 1500 mm; distancia entre ejes, 80 mm; número total de ellos, 162.

Supongamos en principio que este calentamiento sea de 55 °C para poder utilizar los datos de la fig. 1.09.17 a sin corrección alguna por el momento. Tendremos:

Superficie lateral de la cuba = 3 (1,56 + 0,6) 1,7 = 7,33 m<sup>2</sup>.

Coficiente de ventilación de la misma para 55 °C de incremento máximo de temperatura del aceite, con 3 filas de tubos = 420 W/m<sup>2</sup>.

Potencia disipada por la cuba = 7,33 × 420 = 3100 W.

Potencia a disipar por los tubos = 20500 - 3100 = 17400 W.

Longitud total de los tubos 162 · 1,5 = 243 m.

Potencia a disipar por metro de tubo =  $\frac{17400}{243} = 71,6 \text{ W/m lineal}$ .

Según la fig. 2.09.17 a, los tubos de 50 mm  $\phi$  en tres filas pueden disipar solamente 65 W/m lineal para que el calentamiento máximo del aceite no rebase los 55 °C sobre el ambiente.

El incremento de temperatura sería, pues, con  $f_{\theta} = (71,6/65) = 1,1$ , igual a 59 °C (menos del 11 % sobre los 55 °C suuestos).

Partamos nuevamente de un calentamiento aproximadamente 7,5 % superior, es decir,  $55 \cdot 1,075 = 59 \text{ °C}$ . El coeficiente de ventilación de la caja y de los tubos mejora en 10 % (fig. b) y pasan a ser:

Para la cuba  $1,10 \cdot 420 = 461 \text{ W/m}^2$ .

» los tubos  $1,10 \cdot 65 = 70,5 \text{ W/m lineal}$ .

Luego,

Potencia disipada por la cuba =  $7,33 \cdot 461 = 3380 \text{ W}$

» a disipar por los tubos =  $20500 - 3380 = 17120 \text{ W}$

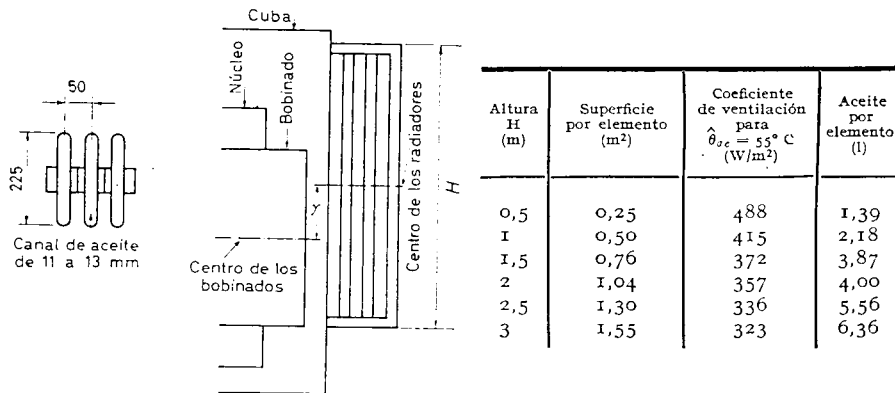
» » » » metro de los mismos =  $\frac{17120}{243} = 70,5 \text{ W/m}$

en exacta concordancia con el valor que corresponde al calentamiento ahora supuesto de 59 °C. Tal será, pues, la cifra buscada.

Sin embargo, la inevitable discrepancia entre los cálculos teóricos y los resultados prácticos se manifiesta aquí también puesto que en realidad el transformador citado se calentaba en la capa superior del aceite justamente 55 °C sobre el ambiente.

2.09.19 Cajas lisas con radiadores adicionales

Estos radiadores se fabrican con elementos individuales de plancha de hierro soldada, y nervaduras de estampación para dar mayor rigidez a la



Factor de corrección del coeficiente de ventilación según la distancia y

y (mm)	0	100	200	300	400	500	600	700	800	1000
Factor de corrección	0,8	0,85	0,89	0,925	0,95	0,975	1,00	1,025	1,05	1,10

Fig. 2.09.19 a Coeficientes de ventilación de los radiadores.

estructura, y se agrupan en la cantidad necesaria para proveer la superficie de refrigeración prevista. El número de elementos que integra cada grupo llega a veces a 20 y resultan muy flexibles cuanto a las posibilidades de alcanzar justamente la temperatura deseada del aceite, permitiendo a veces, según el tipo de construcción, añadir o suprimir elementos o incluso grupos completos después de terminado el transformador.

La fig. 2.09.19 a facilita como muestra los coeficientes de ventilación de un tipo europeo de radiadores y las tablas 2.09.19 a, b y c ciertos factores de corrección según la estructura y posición de los radiadores.

El número de elementos por grupo y la distancia entre grupos de elementos así como la temperatura influyen sobre estos coeficientes pudiendo servir de base los siguientes datos respecto al factor de corrección a aplicar.

Tabla 2.09.19 a Factor de corrección a aplicar al coeficiente de ventilación según el número de elementos por grupos.

N.º de elementos	3	4-5	6-9	9-12	13-14	15-17	19-21
Factor de corrección	1,1	1,06	1,02	1	0,99	0,98	0,97

Tabla 2.09.19 b Factor de corrección para el coeficiente de ventilación según la distancia entre ejes de grupos radiadores. a = anchura de un elemento

Distancia entre ejes	1,25a	1,33a	1,45a	1,6a	1,75a	2a
Factor de corrección	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,0

Tabla 2.09.19 c Factor de corrección para el coeficiente de ventilación de los radiadores según el incremento máximo de temperatura del aceite.

Calentamiento máx. del aceite $\hat{\theta}_{ac}$ (°C)	60	55	50	45	40
Factor de corrección	1,11	1	0,89	0,79	0,7

El autor ha construido también radiadores a modo de aletas como las de las cajas onduladas. Al no requerirse estampas para formar y recortar las planchas, bastando un proceso de plegado idéntico al que se sigue con las cubas de los transformadores, las posibilidades dimensionales de estos radiadores son muy variadas, pudiendo adaptarse fácilmente a cada caso particular.

La fig. 2.09.19 b muestra los coeficientes de radiación globales obtenidos con varios tipos de este sistema, para 55 °C de calentamiento máximo del aceite. Con otras temperaturas, puede aplicarse la corrección de la fig. 2.09.17 b.

La tabla 2.09.19 b es asimismo utilizable por lo que se refiere a la corrección según la distancia entre radiadores.

El efecto de la cuba misma se tendrá en cuenta deduciendo de la superficie calculada de radiadores el área lateral de la cuba en cuestión lo cual equivale a asignarle el mismo coeficiente de ventilación que a los elementos individuales.

2.09.20 Ejemplo

Calcular el equipo de radiadores necesario para un transformador de 15000 kVA y 145 kW pérdidas con una elevación máxima de temperatura de 50 °C en el aceite.

Las dimensiones de la cuba son 5,12 × 1,56 m en planta o sea 2 (5,12 + 1,56) = 13,36 m de desarrollo y 3,2 m de altura. Tomaremos radiadores de H = 2,5 m.

(fig. 2.09.19 a). El centro de éstos vendrá a quedar así a  $3,2 - \frac{2,5}{2} = 1,95$  m del fondo.

Los bobinados a su vez tienen su centro vertical aproximadamente a 1,55 m de la base, de tal modo que la distancia y (fig. 2.09.19 a) resulta ser de 1,95 - 1,55 = 0,40 m.

Según la figura citada, cada elemento de 2,5 m de altura con 55 °C de calentamiento máximo del aceite y una distancia vertical entre centros de columnas y de elementos y = 400 mm, puede disipar como cifra base  $336 \times 0,95 = 319$  W/m<sup>2</sup>, pero al admitirse para aquel calentamiento solamente 50 °C, el coeficiente de ventilación se reduce al 89 % (tabla 2.09.19 c) o sea a  $319 \cdot 0,89 = 284$  W/m<sup>2</sup>.

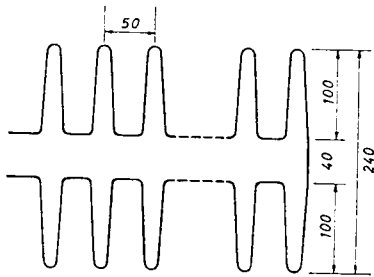


Fig. 2.09.19 b - Radiadores ondulados.

Altura mm	Superficie total m <sup>2</sup>	N.º de elementos	Coefficiente de refr. para $\theta_{ac} = 55^\circ \text{C}$ W/m <sup>2</sup>
1000	2,0	8	410
1200	3,0	10	385
1500	4,3	12	355

Montando los radiadores de a = 225 mm de anchura a unos 400 mm de distancia entre ejes, la periferia de la cuba admitiría  $\frac{13,36}{0,4} = 33,4$  grupos. Se dispondrán 32 grupos con una separación media, pues, de  $\frac{13,36}{32} = 417$  mm = 1,85 a. Para esta distancia, la tabla 2.09.19 b nos indica un factor de corrección (interpolando) de 0,97 y la capacidad de ventilación se reduce a  $284 \cdot 0,97 = 275$  W/m<sup>2</sup>, con lo cual se precisarían

$$\frac{145000 \text{ W}}{275 \text{ W/m}^2} = 527 \text{ m}^2$$

Deduciendo la superficie lateral de la cuba,  $13,36 \cdot 3,2 = 39,5$  m<sup>2</sup>, restan  $527 - 39,5 = 487,5$  m<sup>2</sup>, para los radiadores de 1,30 m<sup>2</sup> por elemento o

$$\frac{487,5}{1,30} = 375 \text{ elementos}$$

y

$$\frac{375}{32} = 11,7 \text{ elementos por radiador,}$$

cifra para la cual el coeficiente de corrección vale precisamente 1 (tabla 2.09.19 a). De haber sido distinto de la unidad hubiera habido que modificar la superficie total de ventilación (ahora 527 m<sup>2</sup>), en razón inversa.

Se instalarían, pues, 32 radiadores de 12 elementos (384 elementos en total), de 2,5 m de altura por radiador. Distancia entre centros de radiadores, 400 mm.

2.09.21 Enfriamiento por ventilación forzada

Al aumentar la velocidad del aire que barre las superficies de refrigeración mejora la convección y con ello el coeficiente de disipación del calor.

La velocidad de ascensión natural del aire alrededor de las superficies calientes, cajas o radiadores, se estima que puede expresarse en función de la altura H (m) de dicha superficie por la fórmula

$$v_a = 0,7 \sqrt[3]{H} \text{ m/s} \quad [2.09.21 \text{ a}]$$

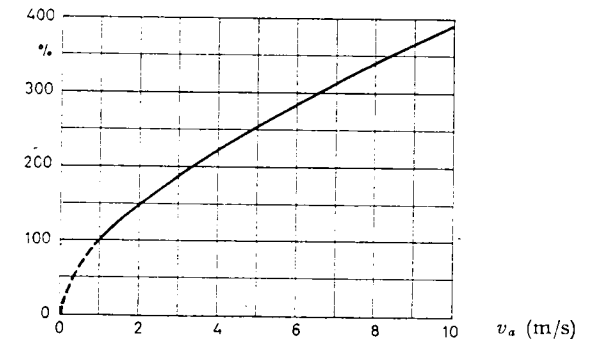
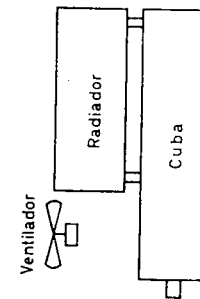


Fig. 2.09.21 a - Ventilación forzada de los radiadores.

Fig. 2.09.21 b - Coeficiente relativo de refrigeración con ventilación forzada.

Si la velocidad se fuerza mediante la acción de ventiladores dispuestos para impulsión vertical directa, o guiada, según la fig. 2.09.21 a, el coeficiente de ventilación varía según indica la figura 2.09.21 b.

Generalmente la ventilación forzada se pone en marcha automáticamente cuando la carga o la temperatura rebasan un determinado valor por debajo del cual los ventiladores se mantienen parados a fin de evitar un consumo inútil. En ocasiones, la adición de los ventiladores constituye un recurso ulterior para seguir manteniendo en servicio un transformador que por el crecimiento del consumo ha pasado a trabajar con sobrecarga.

Asignada la velocidad del aire para alcanzar el nivel conveniente del coeficiente de refrigeración, el caudal que han de suministrar los ventiladores puede escribirse así:

$$Q_a = v_a S_a \text{ (m}^3\text{/s)} \quad [2.09.21 \text{ b}]$$

$$(v_a \text{ en m/s, } S_a \text{ en m}^2)$$

La sección de paso se supondrá igual a la proyección horizontal de todos los elementos determinada por los rectángulos circunscritos a cada grupo. El espacio ocupado por el aceite resulta compensado por la expansión alrededor de los bloques radiadores.

La caída de presión necesaria es difícil de calcular pero lo bastante pequeña para que permita el uso de ventiladores axiales de tipo comercial adecuados al caudal prescrito (1).

La adopción de la ventilación forzada sólo se justifica en caso de que las dimensiones de los radiadores resulten, sin ella, demasiado grandes para la instalación, ya que el precio del equipo de ventiladores suele exceder de la economía que introduce en el coste de los radiadores y además hay que agregar la capitalización del gasto anual que resulte de mantener aquéllos en servicio aunque sólo sea durante los períodos de carga que lo requieran.

Sobre la capitalización de estos gastos, véase J. CORRALES: obra citada.

La potencia  $p_v$  consumida por los motores de los ventiladores debe indicarla el fabricante de estos últimos y se incluyen en las pérdidas del transformador.

Siendo el calor específico del aire caliente a unos 50 °C (con 35 a 40 °C de ambiente)  $c_a = 1090 \frac{\text{J}}{\text{m}^3 \cdot ^\circ\text{C}}$ , [2.02.52 i], el incremento de temperatura que experimentará valdrá aproximadamente

$$\Delta\theta_a = \frac{p_t}{1090 Q_a} \quad (^\circ\text{C}) \quad [2.09.21 c]$$

$p_t$  = potencia absorbida por el aire en W

$Q_a$  = caudal del aire en m<sup>3</sup>/s

#### 2.09.22 Ejemplo

Calcular el equipo de ventiladores a añadir al transformador del ejemplo anterior, 2.09.20 de 15 000 kVA, 145 kW de pérdidas totales para permitir una sobrecarga constante del 25 % suponiendo que la relación normal de pérdidas sea  $\frac{p_{cu}}{p_{Fe}} = 4,5$ . Calentamiento máximo del aceite  $\theta_{ac}$ .

Tenemos:  $p_{cu} + p_{Fe} = 145 \text{ kW}$

$$\frac{p_{cu}}{p_{Fe}} = 4,5$$

de donde, en cifras redondas,  $p_{Fe} = 26 \text{ kW}$  y  $p_{cu} = 119 \text{ kW}$ .

(1) El cálculo aproximado de los ventiladores, si interesa, puede verse en J. CORRALES «Teoría, Cálculo y Construcción de Transformadores» Edit. Labor. Véanse también, párrafos, 1.10.60 y 61.

Al aumentar la carga en 25 % las pérdidas en el cobre pasarán a  $1,25^2 \cdot 119 = 186 \text{ kW}$  y permaneciendo prácticamente invariables las del hierro el total subirá hasta  $186 + 26 = 212 \text{ kW}$ . El incremento de temperatura del cobre sobre el aceite aumentará también según  $1,25^2 = 1,56$ . Suponiendo para mayor seguridad que aquel incremento medio fuese ya bastante alto, del orden de los 20 °C, pasaría a ser, con sobrecarga, de  $20 \times 1,56 = 31 \text{ }^\circ\text{C}$ ; sean, en cifras redondas, 10 °C más.

Para compensar el aumento de temperatura del cobre sobre el aceite bajaríamos el calentamiento del aceite respecto al ambiente en 10 °C dejándolo en 40 °C en lugar de 50 °C. La reducción de estos 10 °C supone un descenso del coeficiente de ventilación en la relación de 0,7 a 0,89 (tabla 2.09.19 c) mientras que al pasar la potencia disipada desde

145 kW a 212 kW sería necesario aumentarlo en la proporción equivalente  $\frac{212}{145} = 1,46$ . Ambos efectos combinados exigen, pues, una elevación de dicho coeficiente en

$$\frac{0,89}{0,7} 1,46 = 1,86$$

o sea, un 86 %.

La velocidad natural del aire convectivo, con una altura de radiadores  $H = 2,5 \text{ m}$  podría estimarse en, [2.09.21 a],

$$v_i = 0,7 \sqrt[3]{2,5} = 0,95 \text{ m/s}$$

A esta velocidad le corresponde un coeficiente relativo de ventilación, fig. 2.09.21 b, de aprox. 97 %, 0,97, que deberá pasar ahora a  $0,97 \cdot 1,86 = 1,82$ .

De acuerdo con la misma figura 2.09.21 b, la velocidad del aire debe subir hasta 2,6 m/s.

La sección en planta de un elemento vale, fig. 2.09.19 a,

$$50 \cdot 225 = 11250 \text{ mm}^2 \text{ o } 0,01125 \text{ m}^2$$

y los 384 elementos cubren

$$384 \cdot 0,01125 = 4,32 \text{ m}^2$$

El caudal del aire que deben lanzar los ventiladores asciende así a, [2.09.21 b],

$$Q_a = 2,6 \cdot 4,32 = 11,2 \text{ m}^3/\text{s}$$

Se instalarían por ejemplo 12 ventiladores helicoidales, 5 en cada lateral y 1 en cada frente de 1,00 m<sup>3</sup>/s que dan un caudal total de 12 m<sup>3</sup>/s. El consumo de estos ventiladores, a obtener del catálogo del fabricante, debe considerarse como pérdidas del transformador en servicio.

#### 2.09.23 Refrigeración por serpentín de agua en la cuba

Se emplea poco este sistema ya que ofrece el peligro de un derrame del agua sobre las partes activas, capaz de provocar importantes averías. El serpentín se coloca en la parte superior de la cuba donde se halla el aceite más caliente.

Para los tubos lisos con una velocidad de circulación del agua igual a 1 m/s pueden admitirse los siguientes coeficientes de refrigeración referidos al calentamiento máximo del aceite  $\hat{\theta}_{ac}$  sobre la temperatura media del agua

tubos de cobre	90	$\frac{W}{m^2 \text{ } ^\circ C}$
» » hierro	80	»

A fin de aumentar estos valores se utilizan también tubos de aletas: como cifra de orientación diremos que en los de 3/4 de pulg. (26,5 mm de diámetro exterior y 3 mm de pared) y aletas cuadradas de 50 mm de lado, 1 mm

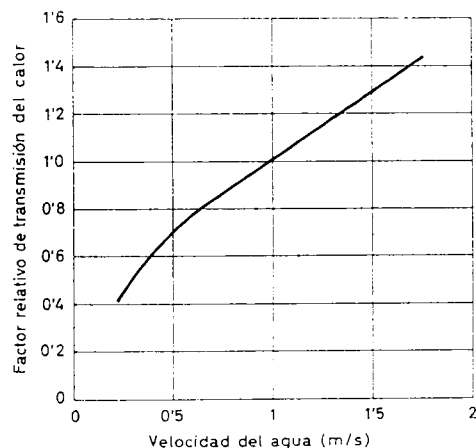


Fig. 2.09.23 a — Coeficiente relativo de refrigeración para serpentines.

de grueso y 5 de paso, se llega a unos 300 W por  $^\circ C$  y por  $m^2$  de superficie exterior *del tubo* para una velocidad del agua de 1 m/s.

El coeficiente de refrigeración aumenta con esta velocidad según el factor que se desprende de la figura 2.09.23 a.

La diferencia de temperaturas a considerar es la que existe entre la temperatura máxima del aceite y la media del agua en su recorrido por el serpentín. Los tubos suelen ser de 25 a 30 mm de diámetro exterior y 2 a 3 mm de grueso y acostumbran montarse varias vías en paralelo para dar paso al caudal necesario. El efecto refrigerador de la cuba es, por lo general, despreciable.

**Caudal de agua.** Sabido es que cada litro de agua requiere 1 kcal o 4180 J para elevar su temperatura en 1  $^\circ C$ . Si el aumento previsto desde la entrada hasta la salida del serpentín es de  $\Delta\theta_H$  ( $^\circ C$ ), y las pérdidas totales a disipar  $\dot{p}$  (W), el caudal necesario viene dado por

$$Q_H = \frac{\dot{p}}{4180 \Delta\theta_H} \text{ litros de agua por segundo}$$

$$Q_H = \frac{\dot{p}}{70 \Delta\theta_H} \text{ litros/minuto}$$

[2.09.23 a]

(Aproximadamente 1 l/min por cada kW de pérdida si se admite  $\Delta\theta_H = 15$   $^\circ C$ .  $\Delta\theta_H$  suele elegirse igual a 10... 15  $^\circ C$ .)

La sección de los tubos en paralelo  $S_H$  en  $cm^2$  expresando la velocidad del agua  $v_H$  en m/s y el caudal  $Q_H$  en l/minuto vendrá dada por

$$S_H = \frac{Q_H \cdot 1000}{v_H \cdot 100} = \frac{Q_H}{6 v_H} \text{ (cm}^2\text{)} \quad [2.09.23 b]$$

(aproximadamente 2,5  $cm^2$  por cada 10 kW de pérdida con una velocidad del agua igual a 1 m/s, si se admite una diferencia de temperatura  $\theta_H$  de 10  $^\circ C$ .)

La pérdida de carga en los tubos se calcula por los métodos ordinarios de la Hidrodinámica. Utilizando la fórmula de FLAMANT para tubos incrustados, podemos poner

$$\rho = 291 \frac{v_H}{d} \sqrt[4]{\frac{v_H^3}{d}} \text{ mm de agua/m}$$

( $\rho$  en mm de agua/m de longitud del tubo, o  $\frac{kg/m^2}{m \text{ lineal}}$  de presión;  $v_H$  en m/s;  $d$ , diámetro interior del tubo, en cm).

Si por término medio ponemos  $v_H = 1$  m/s y  $d = 2,5$  cm

$$\rho = 291 \frac{1}{2,5} \sqrt[4]{\frac{1^3}{2,5}} = 90 \text{ mm/m de agua de longitud}$$

La pérdida de carga viene a ser, pues, del orden del 10 % de la longitud del tubo.

La potencia  $\dot{p}_H$  absorbida por la bomba de circulación se deduce de los catálogos del fabricante. Aproximadamente, calculando un rendimiento global de la misma  $\eta_Q$  del 50 % tendremos: designando por  $Q_H$  el caudal del agua,  $\rho$  la pérdida lineal de carga y  $l$  la longitud de una vía de tubos,

$$\dot{p}_H \left( \frac{kgm}{s} \right) = \frac{Q_H \left( \frac{l}{s} \right) \rho \left( \frac{mm}{m} \right) l \text{ (m)}}{\eta_Q \cdot 1000}$$

o bien

$$\dot{p}_H (\text{W}) = \frac{Q_H \left( \frac{1}{\text{min}} \right) \rho \left( \frac{\text{mm}}{\text{m}} \right) l (\text{m})}{306}$$

Así para un caudal  $Q_H$  de 100 l/m, que viene a corresponder a unas pérdidas de 100 kW, con una longitud  $l$  de tubos por vía de agua de 50 m, y pérdida de carga del 10 % ( $\rho \approx 100 \text{ mm/m}$ ) tendríamos

$$\dot{p}_H = \frac{100 \cdot 100 \cdot 50}{306} = 1630 \text{ W}$$

2.09.24 Ejemplo

Un transformador de 16 MVA lleva un serpentín de refrigeración compuesto por 7 capas horizontales de tubos de aletas formando 14 vías de agua en paralelo. Los tubos son de 3/4 de pulg. (20,5/26,5 mm) y las aletas de 50 x 50 x 1 mm y paso, 5 mm. Longitud por capa en zigzag, 40 m ( $l = 20 \text{ m}$  por vía).

Pérdidas totales en el transformador a P.C., 216 kw.

Gasto de agua,  $Q_H = 200 \text{ l/min}$ .

Calcular los calentamientos del agua y del aceite y las características del grupo bomba necesario por lo que se refiere exclusivamente al serpentín.

Longitud total de serpentín =  $7 \cdot 40 = 280 \text{ m}$

Superficie de tubos =  $\pi \cdot 0,0265 \cdot 280 = 23,3 \text{ m}^2$

Sección de las 14 vías en paralelo  $\pi \frac{2,05^2}{4} 14 = 46,2 \text{ cm}^2$

Velocidad del agua, [2.09.23 b],  $v_H = \frac{Q_H}{6 s_H} = \frac{200}{6 \cdot 46,2} = 0,72 \text{ m/s}$

Coefficiente de transmisión del calor con  $v_H = 0,72 \text{ m/s}$ ,  $300 \frac{\text{W/m}^2}{^\circ\text{C}}$ , (párr. 2.09.23).

Factor de corrección para  $v_H = 0,72 \text{ m/s}$ , 0,84 (fig. 2.09.23 a).

Coefficiente de transmisión del calor con  $v_H = 0,72 \text{ m/s}$

$$0,84 \cdot 300 = 252 \frac{\text{W/m}^2}{^\circ\text{C}}$$

Aumento máximo de temperatura del aceite sobre la media del agua

$$\hat{\theta}_{ac} = \frac{216000 (\text{W})}{23,3 (\text{m}^2) 252 \frac{\text{W/m}^2}{^\circ\text{C}}} = 36,8 \text{ }^\circ\text{C}$$

Aumento de temperatura del agua desde la entrada a la salida, [2.09.23 a]:

$$\Delta\theta_H = \frac{\dot{p}}{70 Q_H} = \frac{216000}{70 \cdot 200} = 15,4 \text{ }^\circ\text{C}$$

Aumento de temperatura del aceite sobre la del agua a la entrada

$$\hat{\theta}_{ac} = 36,8 \text{ }^\circ\text{C} + \frac{15,4}{2} = 44,5 \text{ }^\circ\text{C}$$

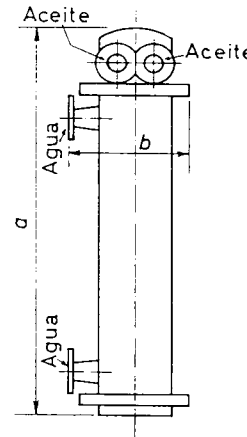
Se midieron 41 °C.

Pérdida lineal de carga en los tubos, [2.09.23 c],

$$\rho = 291 \frac{v_H}{d} \sqrt[4]{\frac{v_H^3}{d}} = 291 \frac{0,72}{2,05} \sqrt[4]{\frac{0,72^3}{2,05}} = 66,8 \text{ mm/m}$$

Pérdida de carga total

$$\rho l = 66,8 \left( \frac{\text{mm}}{\text{m}} \right) 20 (\text{m}) = 1340 \text{ mm}$$



Capacidad		a	b	Q <sub>ac</sub>	Q <sub>H</sub>	kg
kw (1)	kcal/h	mm	mm	m <sup>3</sup> /h	m <sup>3</sup> /h	Acete
17,4	15 000	1272	345	5,2	1,5	14
19	25 000	1672	345	8,5	2,5	20
58	50 000	1745	393	17	5	31
87	75 000	1765	445	25	7,5	48
116	100 000	2315	44	34	10	67
174	150 000	2315	482	50	10	85
232	200 000	2315	528	67	20	112
348	300 000	2315	600	100	30	162

Diferencia entre las temperaturas de entrada y salida del aceite = 7,5 °C (70/62,5 °C)  
 Diferencia entre las temperaturas de entrada y salida del agua = 10 °C (25/35 °C)

$$(1) 1 \text{ kcal/h} \frac{4180 \text{ J}}{3600 \text{ s}} = 1,16 \text{ W}$$

Fig. 2.09.25 a — Intercambiador de calor para aceite de transformadores (ARA).

o sea 1,34 m de altura manométrica.

La potencia absorbida por el motor del grupo bomba de refrigeración será aproximadamente [2.09.23 d]

$$\dot{p}_H \approx \frac{Q (\rho l)}{306} = \frac{200 \cdot 1340}{306} = 876 \text{ W}$$

2.09.25 Refrigeración por intercambiador de calor independiente

El aceite se hace circular mediante una bomba, generalmente de construcción «monobloque» con respecto al motor, es decir, sin prensaestopas entre ambos, y el motor sumergido en la corriente de aceite.

Las características térmicas de los intercambiadores figuran en los catálogos de las casas constructoras y proporcionan directamente todos los datos

necesarios para la elección de los mismos según las pérdidas a disipar. La refrigeración producida por la cuba, lisa, es relativamente insignificante.

En la figura 2.09.25 a se muestran algunos datos sobre los intercambiadores de calor ARA, de Bilbao, para transformadores.

Así, si se trata por ejemplo de un transformador de 30000 kVA con unas pérdidas totales de 180 kW se tomaría un intercambiador de 174 kW y 2315 mm de altura que consumiría 15 m<sup>3</sup> de agua por hora (250 l/min, o 4,2 l/s), debiendo hacerse circular un caudal de aceite de 50 m<sup>3</sup>/h, o sea, 833 l/m o 14 l/s.

La cantidad de aceite en circulación resulta en estos intercambiadores igual a 3,33 veces la de agua.

De un modo general, el caudal de agua viene dado, como hemos visto, por, [2.09.23 a],

$$Q_H = \frac{\dot{p}}{70 \Delta\theta_H} \text{ (l/mm)} \quad [2.09.25 \text{ a}]$$

( $\dot{p}$  en W,  $\Delta\theta_0$  incremento de temperatura del agua en °C). El del aceite, cuyo calor específico es 0,4 kcal/kg. °C, o sea un 40 % el del agua, deberá ser a su vez

$$Q_{ac} = \frac{\dot{p}}{0,4 \cdot 70 \Delta\theta_{ac}} = \left[ \frac{\dot{p}}{28 \Delta\theta_{ac}} \right] \text{ (l/m)} \quad [2.09.25 \text{ b}]$$

( $\dot{p}$  en W,  $\Delta\theta_{ac}$  descenso de temperatura del aceite en el serpentín en °C).

Por ejemplo: en el intercambiador citado con  $\dot{p} = 174$  kW,

$$Q_H = 250 \text{ l/m y } Q_{ac} = \frac{50000}{60} = 833 \text{ l/mm}$$

$$\Delta\theta_H = \frac{\dot{p}}{70 H} = \frac{174000}{70 \cdot 250} = 10 \text{ °C}$$

$$\Delta\theta_{ac} = \frac{\dot{p}}{28 Q_{ac}} = \frac{174000}{28 \cdot 833} = 7,5 \text{ °C}$$

Tales son los incrementos de temperatura positivo y negativo respectivamente, del agua y del aceite que aparecen en la tabla de la figura 2.09.25 a.

### 2.09.26 Constante de los transformadores - Circuito equivalente

La fig. 2.09.26 a muestra esquemáticamente un transformador monofásico con su flujo  $\phi$  común a ambos devanados, primario y secundario, el flujo de dispersión primario  $\phi_{\sigma 1}$ , el flujo de dispersión secundario  $\phi_{\sigma 2}$  y las resistencias respectivas  $R_1$  y  $R_2$  de ambos arrollamientos.  $N_1$ ,  $N_2$  son las espiras correspondientes en las cuales se inducen por el flujo común  $\phi$  las f.e.m.  $E_1$  y  $E_2$ .  $U_1$  es la tensión aplicada al primario y  $U_2$  la tensión en bornes secundarios e  $I_1$ ,  $I_2$  las corrientes que circulan. Este esquema es equivalente al de la figura

2.09.26 b donde los devanados se suponen sin resistencias y concatenados solamente por el flujo común  $\phi$ . Las f.e.m. autoinductivas debidas a los flujos de dispersión se han concentrado en otras tantas reactancias  $X_1$  y  $X_2$  así como las caídas óhmicas, en las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  independientes de los devanados. En estos últimos siguen induciéndose las f.e.m. primitivas  $E_1$ ,  $E_2$  originadas

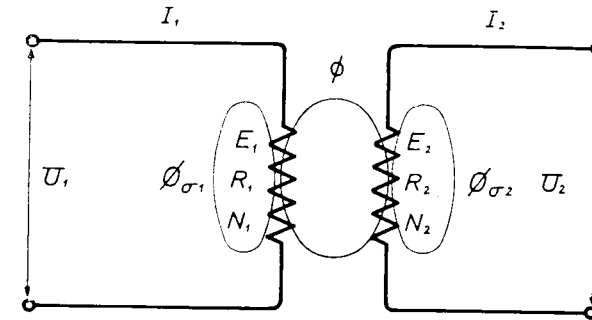


Fig. 2.09.26 a. Esquema de un transformador

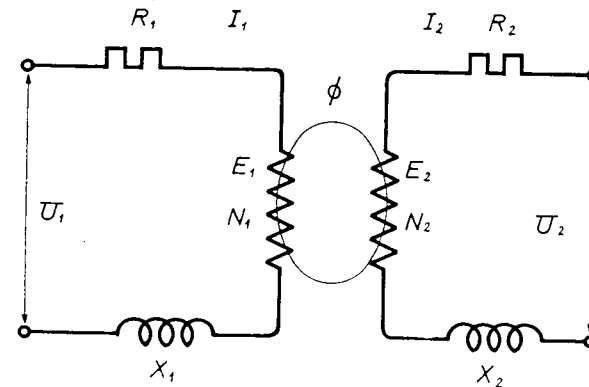


Fig. 2.09.26 b. Esquema equivalente de un transformador.

por el flujo común  $\phi$  y continúan circulando las mismas corrientes  $I_1$  e  $I_2$  primaria y secundaria.

Imaginemos sustituido el arrollamiento secundario por otro con igual número de espiras  $N_1$  que el primario al mismo tiempo que variamos todas las resistencias y reactancias de aquel lado en la relación  $\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$  efectuando así lo que se llama la «reducción de las constantes al primario». Tendremos



entonces un nuevo transformador de relación 1 : 1 cuyas constantes y características primarias seguirán invariables mientras que las del secundario se habrán modificado, como sigue: En primer lugar, al transformar el número de espiras  $N_2$  en  $N_1$  la f.e.m. secundaria bajo el mismo flujo  $\phi$ , habrá cambiado proporcionalmente según la relación de transformación  $\left(\frac{N_1}{N_2}\right)$  pasando a ser igual a la del primario.

$$E'_2 = E_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right) = E_1$$

Conservando la potencia primitiva, la corriente secundaria pasará a ser  $I'_2$  tal que

$$E'_2 I'_2 = E_2 I_2$$

variando, pues, inversamente a la relación de transformación  $\frac{N_1}{N_2}$

$$I'_2 = I_2 \frac{N_2}{N_1}$$

y resulta ahora igual, también, a la corriente de carga primaria  
Las f.m.m. de ambas siguen siendo, idénticas

$$N_1 I'_2 = N_2 I_2 \text{ (Av)}$$

La corriente primaria no sufre alteración.

Con las nuevas f.e.m. y corriente secundarias  $E'_2$  e  $I'_2$  y las constantes del mismo lado reducidas al primario, es decir, con

$$\boxed{E'_2 = E_2 \frac{N_1}{N_2}} \quad \text{(V)} \quad [2.09.26 \text{ a}]$$

$$\boxed{I'_2 = I_2 \frac{N_2}{N_1}} \quad \text{(A)} \quad [2.09.26 \text{ b}]$$

$$\boxed{R'_2 = R_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2} \quad \text{(\Omega)} \quad [2.09.26 \text{ c}]$$

$$\boxed{X'_2 = X_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2} \quad \text{(\Omega)} \quad [2.09.26 \text{ d}]$$

el secundario presenta las siguientes caídas de tensión absolutas

$$\boxed{u_{R2}'} = R'_2 I'_2 = R_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 I_2 \left(\frac{N_2}{N_1}\right) = R_2 I_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right) = \boxed{u_{R2} \left(\frac{N_1}{N_2}\right)} \quad \text{(V)} \quad [2.09.26 \text{ e}]$$

$$\boxed{e_{x2}'} = X'_2 I'_2 = X_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 I_2 \left(\frac{N_2}{N_1}\right) = X_2 I_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right) = \boxed{e_{x2} \left(\frac{N_1}{N_2}\right)} \quad \text{(V)} \quad [2.09.26 \text{ f}]$$

las cuales se deducen de las primitivas como la f.e.m. secundaria, multiplicándolas por la relación de transformación  $\frac{N_1}{N_2}$ . Sin embargo, en valor relativo o en % de la f.e.m. respectiva conservan la misma magnitud.

$$\frac{R'_2 I'_2}{E'_2} = \frac{R_2 I_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)}{E_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)} = \frac{R_2 I_2}{E_2}$$

$$\frac{X'_2 I'_2}{E'_2} = \frac{X_2 I_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)}{E_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)} = \frac{X_2 I_2}{E_2}$$

En lugar de referir estas caídas a la f.e.m. en carga vamos a referirlas a las f.e.m. en vacío  $E'_{20}$  o  $E_{20}$  con las cuales se identifican entonces las tensiones en bornes  $U'_{20}$ ,  $U_{20}$  de ambos secundarios, además de ser

$$U'_{20} = E'_{20} = E_{10} = U_1$$

Expresando las caídas de tensión secundarias en valores relativos (% de las tensiones en vacío, tendremos, pues,

$$\boxed{\dot{u}'_{R2}} = \frac{R'_2 I'_2}{U_1} 100 = \frac{R_2 I_2}{U_{20}} 100 = \boxed{\dot{u}_{R2}} \quad (\%) \quad [2.09.26 \text{ h}]$$

$$\boxed{\dot{e}'_{x2}} = \frac{X'_2 I'_2}{U_1} 100 = \frac{X_2 I_2}{U_{20}} 100 = \boxed{\dot{e}_{x2}} \quad \text{»} \quad [2.09.26 \text{ i}]$$

La caída de resistencia y la f.e.m. de reactancia del secundario reducido al primario, expresadas en % de la tensión primaria, tienen los mismos valores que se deducirían para el secundario original referidos a la tensión en vacío de este devanado.

Lo mismo sucede para las pérdidas por efecto JOULF.

$$\boxed{\dot{p}'_{J2}} = \frac{R_2' I_2'^2}{U_1 I_1} 100 = \frac{R_2 I_2^2}{U_2 I_2} 100 = \boxed{\dot{p}_{J2}} \text{ (\%)} \quad [2.09.26 \text{ j}]$$

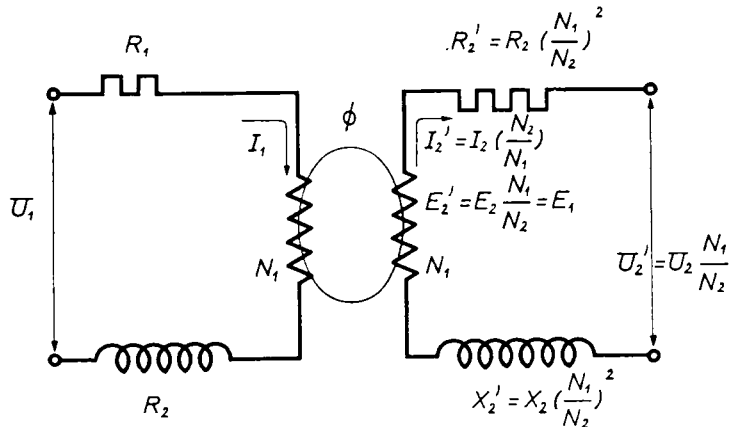


Fig. 2.09.26 c. Transformador con el secundario reducido al primario.

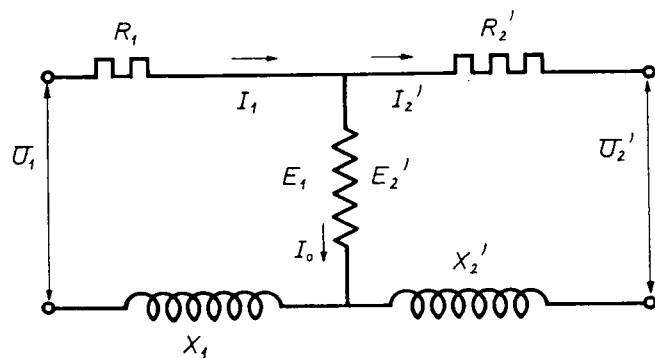


Fig. 2.09.26 d. Circuito equivalente.

El transformador con el secundario reducido al primario se representa en la fig. 2.09.26 c.

La igualdad y el sincronismo perfectos de las f.e.m. primaria y secundaria permite ahora unir en este esquema los terminales homólogos de uno y otro devanado sin que con ello se produzca alteración alguna en las condiciones de funcionamiento llegándose así al llamado «circuito equivalente» de la figura 2.09.26 d.

Las corrientes primarias  $I_1$  y secundaria reducida al primario  $I_2'$  serían iguales si la permeancia del circuito magnético principal fuese infinita y las pérdidas en el hierro, cero, como hemos supuesto implícitamente hasta ahora al no tener en cuenta la corriente adicional de vacío  $I_0$  en el primario. En realidad, circulan por este devanado además de la componente de carga  $I_2'$  una componente variada  $I_{Fe}$  para suministrar las pérdidas en el hierro y otra

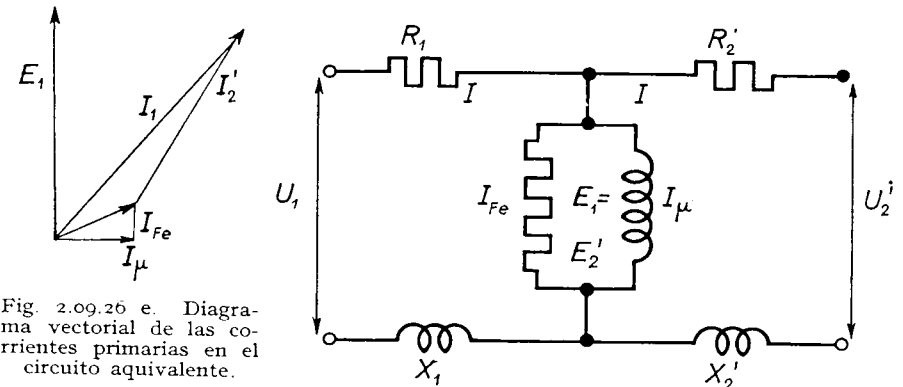


Fig. 2.09.26 e. Diagrama vectorial de las corrientes primarias en el circuito equivalente.

Fig. 2.09.26 f. Circuito equivalente completo.

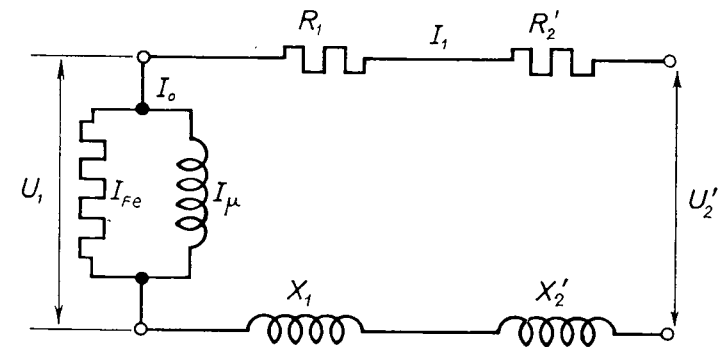


Fig. 2.09.26 g. Circuito equivalente modificado.

devatiada  $I_\mu$  magnetizante (fig. 2.09.26 e) aunque ambas son de valor muy reducido comparadas con la primaria  $I_2'$ . Si queremos introducir las en el circuito equivalente, éste toma el aspecto de la fig. 2.09.26 f.

La corriente de vacío  $I_0$  sólo afecta al primario produciendo una ligerísima caída adicional en la resistencia  $R_1$  y en la reactancia  $X_1$ . Prescindiendo de estos efectos suplementarios enteramente despreciables, y conservando,

no obstante, la presencia de  $I_{Fe}$  y  $I_{\mu}$  en el circuito, podemos suponer trasladadas la resistencia y la reactancia representativa de dichas corrientes a los bornes de entrada como muestra la fig. 2.09.26 g, lo cual simplifica notablemente el cálculo sin alterar apenas los resultados. De este circuito se pasa al de la fig. 2.09.26 h, más conciso aún, con solo agrupar en una sola resistencia y en una sola reactancia las dos constantes de cada tipo que aparecen en serie en el circuito anterior.

En resumen: por lo que al circuito principal se refiere, el transformador puede reducirse a una simple resistencia,

$$R_{cc} = R_1 + R'_2 = R_1 + R_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \quad (\Omega) \quad [2.09.26 k]$$

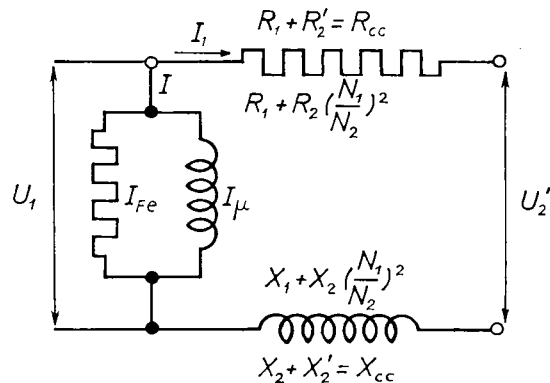


Fig. 2.09.26 h. Circuito equivalente resumido.

y a una reactancia

$$X_{cc} = X_1 + X'_2 = X_1 + X_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \quad (\Omega) \quad [2.09.26 l]$$

o una impedancia

$$Z_{cc} = R_{cc} + j X_{cc} \quad (\Omega) \quad [2.09.26 m]$$

de módulo

$$|Z_{cc}| = \sqrt{R_{cc}^2 + X_{cc}^2} \quad (\Omega) \quad [2.09.26 n]$$

y argumento  $\varphi_{cc}$  tal que

$$\text{tg } \varphi_{cc} = \frac{X_{cc}}{R_{cc}} \quad [2.09.26 o]$$

que por ser los únicos parámetros del transformador que intervienen en caso de corto circuito, reciben este apelativo denominándoselos «resistencia, reactancia, impedancia y ángulo de corto circuito», a lo cual alude el subíndice  $cc$ .

### 2.09.27 Caídas de tensión absolutas en el transformador

Refiriéndonos al circuito equivalente de la figura 2.09.26 h, tenemos para la caída óhmica con cualquier intensidad  $I_1$  (A)

$$u_R = R_{cc} I_1 = [R_1 + R_2'] I_1 = \left[ R_1 + R_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \right] I_1 \quad (V) \quad [2.09.27 a]$$

Las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  o  $R_2'$  deben computarse a la temperatura conveniente (75 °C para el cálculo del rendimiento, 40 + 65 = 105 °C para el cálculo del calentamiento), teniendo, además, en cuenta el efecto de la concentración de corriente, o sea, las pérdidas adicionales (párr. 1.10.40 a 47) que se incorporarán también relativamente al valor de la resistividad  $\rho$ .

Análogamente para la caída de reactancia

$$e_x = X_{cc} I_1 = [X_1 + X_2'] I_1 = \left[ X_1 + X_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \right] I_1 \quad (V) \quad [2.09.27 b]$$

Los valores absolutos de  $X_1$  y  $X_2$  o  $X_2'$  se deducen de lo expuesto en los párrafos 1.06.12 a 19.

### 2.09.28 Pérdidas de potencia en los devanados

Son siempre válidas las ecuaciones fundamentales

$$p_J = R_{cc} I_1^2 = [R_1 + R'_2] I_1^2 = \left[ R_1 + R_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \right] I_1^2 \quad (W) \quad [2.09.28 a]$$

En función del peso de los conductores, [1.01.15 b],

$$p_J = \left(\frac{1000 \rho}{\gamma}\right) (K_1 G_1 A_1^2 + K_2 G_2 A_2^2) \quad (W) \quad [2.09.28 b]$$

( $\rho$  en  $\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ ;  $\gamma$  en  $\text{kg}/\text{dm}^3$ ;  $G_1$  y  $G_2$  peso de los bobinados primario y secundario, en  $\text{kg}$ ;  $\Delta_1$  y  $\Delta_2$ , densidades de corriente en uno y otro, en  $\text{A}/\text{mm}^2$ ;  $\underline{K}_1$  y  $\underline{K}_2$  son los factores respectivos de pérdidas adicionales (párr. 1.10.40 a 47).

Para el cobre, a cualquier temperatura  $\theta$ , con  $\rho$  a  $75^\circ\text{C}$  igual a  $0,0217 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$  y  $\gamma = 8,9 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ , e incluyendo además el efecto pelicular mediante los coeficientes de pérdidas adicionales  $\underline{K}_1 = 1 + \underline{k}_1$  y  $\underline{K}_2 = 1 + \underline{k}_2$  que resulten para el primario y el secundario, se tendrá

$$p_J = 2,44 (k_{\theta 1} \underline{K}_1 G_1 \Delta_1^2 + k_{\theta 2} \underline{K}_2 G_2 \Delta_2^2) \text{ (W)} \quad [2.09.28 \text{ b}]$$

siendo, [1.01.14 a], con temperaturas distintas  $\theta_1$  y  $\theta_2$  en el primario y en el secundario,

$$k_{\theta 1} = \frac{235 + \theta_1}{310}, \quad k_{\theta 2} = \frac{235 + \theta_2}{310} \quad [2.09.28 \text{ c}]$$

y  $\underline{K}_1$ ,  $\underline{K}_2$ , los factores de pérdidas por concentración de corriente según párrafos 1.10.40 a 47.

A fin de evitar el cálculo siempre laborioso de estos factores y mientras que los bobinados no se construyan con barras simples o múltiples de grueso total transversal (perpendicularmente a las líneas de dispersión) superior a 1 cm, o, en caso contrario, se dispongan las transposiciones adecuadas, puede tomarse  $\underline{K} \approx 1,1$  con lo cual, para el cobre a  $75^\circ\text{C}$  ( $k_\theta = 1$ ) y a  $105^\circ\text{C}$  ( $k_\theta = 1,10$ ), resulta

$p_J = 2,68 (G_1 \Delta_1^2 + G_2 \Delta_2^2)$	(W) a $75^\circ\text{C}$	[2.09.28 d]
$p_J = 2,94 (G_1 \Delta_1^2 + G_2 \Delta_2^2)$	(W) a $105^\circ\text{C}$	[2.09.28 e]

Al calcular  $G_1$  o  $G_2$  será preciso, si el devanado es de pocas espiras, tener en cuenta las conexiones hacia los terminales de salida y puentes entre bobinas y hasta el neutro.

2.09.29 **Pérdidas y caídas óhmicas relativas en los arrollamientos**

Referidos a la tensión de entrada por fase  $U_1$  y a la potencia aparente primaria  $P_{b1}$  vienen dadas, idénticamente, en cualquier transformador de  $m$  fases, siendo  $I_1$  la corriente por fase, como

$$i_R = \frac{R_{cc} I_1}{U_1} 100 = \frac{m R_{cc} I_1^2}{m U_1 I_1} 100 = \frac{p_J}{P_{b1}} = \dot{p}_J \quad [2.09.29 \text{ a}]$$

En forma paramétrica,

$$i_R = \dot{p}_J = \frac{7070 \rho}{k_0 f D \hat{B}_{no}} \left( \underline{K}_1 \Delta_1 \frac{D_1}{D} + \underline{K}_2 \Delta_2 \frac{D_2}{D} \right) \quad (\% \text{ de } U_1 \text{ o de } P_{b1})$$

[2.09.29 b]

$\rho$  es la resistividad a la temperatura considerada

El efecto superficial se expresa por  $\underline{K}_1 = 1 + \underline{k}_1$  y  $\underline{K}_2 = 1 + \underline{k}_2$  (párrafos 1.10.40 a 47).

$k_0$  el factor de espacio de la sección del núcleo (fig. 2.01.22 a)

$D$  el diámetro circunscrito al núcleo en cm

$D_1$  » » medio del bobinado primario en cm

$D_2$  » » » » secundario en cm

$\Delta_1$  la densidad de corriente primaria en  $\text{A}/\text{mm}^2$

$\Delta_2$  » » » » secundaria en  $\text{A}/\text{mm}^2$

$\hat{B}_{no}$  la inducción por columna, en vacío (correspondiente a  $E_1 = U_1$ ), su-puesta senoidal, en T.

$f$  la frecuencia en Hz.

Al calcular  $D_1$  y  $D_2$  para devanados de pocas espiras habrá que suponer incorporada a la longitud de los mismos la de las conexiones o puentes  $l_{c1}$ ,  $l_{c2}$ , añadiendo a los valores geométricos de dichos diámetros un suplemento en cada caso.

$$\Delta D_1 = \frac{l_{c1}}{\pi N_1} \text{ (cm)}; \quad \Delta D_2 = \frac{l_{c2}}{\pi N_2} \text{ (cm)} \quad [2.09.29 \text{ c}]$$

Esta corrección sólo es necesaria, a veces, para el arrollamiento de baja tensión, con potencias medianas o grandes.

La expresión [b] se deduce como sigue. Volvamos a la ecuación [2.09.28 b]

$$p_J = \left( \frac{1000 \rho}{\gamma} \right) \left[ \underline{K}_1 G_1 \Delta_1^2 + \underline{K}_2 G_2 \Delta_2^2 \right] \text{ (W)}$$

Con las secciones de conductores  $s_1$  y  $s_2$  en  $\text{mm}^2$  y las longitudes de espira media  $l_{m1}$  y  $l_{m2}$  o sus diámetros respectivos  $D_1$  y  $D_2$  en cm, poniendo de manifiesto el número de fases  $m$ ,

$$p_J = \frac{1000 \rho}{\gamma} m \left[ \underline{K}_1 \left( \gamma \frac{N_1 l_{m1} s_1}{10^4} \right) \Delta_1^2 + \underline{K}_2 \left( \gamma \frac{N_2 l_{m2} s_2}{10^4} \right) \Delta_2^2 \right]$$

$$= \frac{m \rho}{100} \left( \underline{K}_1 N_1 l_{m1} s_1 \Delta_1^2 + \underline{K}_2 N_2 l_{m2} s_2 \Delta_2^2 \right) \text{ (W)}$$

La potencia aparente en bornes del primario, con  $f$  en Hz,  $D$  en cm,  $\hat{B}_{no}$  en T e  $I$  en A vale, [2.01.22 d],

$$P_{s1} = m U_1 I_1 = m \frac{k_o f N_1}{22,5 \cdot 100} D^2 \hat{B}_{no} I_1 \quad (\text{VA})$$

de donde

$$\begin{aligned} \frac{P_J}{P_{s1}} \cdot 100 &= \frac{\frac{m \rho}{100} \left[ K_1 N_1 (\pi D_1) s_1 A_1^2 + K_2 N_2 (\pi D_2) s_2 A_2^2 \right]}{m \frac{k_o f N_1}{22,5 \cdot 100} D^2 \hat{B}_{no} I_1} \cdot 100 \\ &= \frac{\pi \cdot 22,5 \cdot 100 \rho}{k_o f \hat{B}_{no}} \left[ K_1 \frac{A_1^2}{\left(\frac{I_1}{s_1}\right) D} + K_2 \frac{A_2^2}{\frac{N_2}{N_1} \frac{I_1}{s_2} D} \right] \\ &= \frac{7070 \rho}{k_o f D \hat{B}_{no}} \left( K_1 A_1 \frac{D_1}{D} + K_2 A_2 \frac{D_2}{D} \right) (\%) \end{aligned}$$

puesto que

$$I_1 \frac{N_1}{N_2} \approx I_2 \quad \text{y} \quad \frac{I_2}{s_2} = A_2$$

Las caídas óhmicas relativas y las pérdidas relativas en el cobre son, como siempre, directamente proporcionales a las densidades de corriente e inversamente a las de flujo y a la frecuencia.

Para 75 °C y con  $K_1 = K_2 \approx 1,1$ ,  $f = 50$  Hz y  $k_o \approx 0,56$ , la ecuación [b] se transforma en

$$\begin{aligned} \dot{u}_R = \frac{P_J}{P_{s1}} &= \frac{7070 \cdot 0,0217}{0,65 \cdot 50 \cdot D \hat{B}_{no}} \left( 1,1 \frac{D_1}{D} A_1 + 1,1 \frac{D_2}{D} A_2 \right) \\ &\approx \frac{5,2}{D \hat{B}_{no}} \left( \frac{D_1}{D} A_1 + \frac{D_2}{D} A_2 \right) \quad \text{a } 75 \text{ } ^\circ\text{C} \quad [2.09.29 \text{ e}] \end{aligned}$$

### 2.09.30 Ejemplo

Un transformador trifásico de 200 kVA, 6000  $\pm$  5 %/400 V tensiones compuestas en vacío, 50 Hz, está previsto con una inducción en las columnas a dichas tensiones  $\hat{B}_{no} = 1,69$  T y debe trabajar con densidades respectivas a P.C.  $A_1 = 3,38$  A/mm<sup>2</sup> en la alta y  $A_2 = 3,18$  A/mm<sup>2</sup> en la baja. El diámetro circunscrito al núcleo vale  $D = 15$  cm y el factor de utilización de su sección  $f_o = 0,64$  (4 escalones, fig. 2.01.22 a). Los diámetros medios de los bobinados son  $D_1 = 22$  cm en el primario y  $D_2 = 16,86$  cm en el secundario.

Calcular la caída de resistencia y las pérdidas en el cobre a 75 °C (temperatura de referencia para las pérdidas) y a 105 °C (40 °C de ambiente + 65 °C calentamiento) que corresponde a la máxima de servicio (para efectos del cálculo de este máximo).

Contando con un coeficiente de pérdidas adicionales, uniforme,  $K = 1,10$  y siendo  $f = 50$  Hz, podemos aplicar directamente la fórmula [2.09.29 e]

$$\dot{u}_R = \dot{p}_J = \frac{5,2}{D \hat{B}_{no}} \left( \frac{D_1}{D} A_1 + \frac{D_2}{D} A_2 \right) = \frac{5,2}{15 \cdot 1,69} \left( \frac{22}{15} 3,38 + \frac{16,86}{15} 3,18 \right) = 1,75 \%$$

En valores absolutos,

$$u_R = 1,75 \frac{6000/\sqrt{3}}{100} = 60,5 \text{ V/fase}$$

$$p_J = 1,75 \frac{200}{100} = 3,50 \text{ kW}$$

No hemos tenido en cuenta las pérdidas en las conexiones internas: para el devanado de A.T. son realmente despreciables; en la B.T., dado que el número de espiras es solamente de 43 por fase y dichas conexiones vienen a tener la longitud de 1,5 espiras, aumentarían en un  $\frac{1,5}{43} 100 = 3,5 \%$ .

Las pérdidas normales en el cobre de un transformador de estas características son, según la tabla 2.09.11 a, 3554 W a 75 °C.

Con 3500 W a esta temperatura, vendrían a resultar en servicio, a 105 °C,

$$3500 \frac{235 + 105}{235 + 75} = 3840 \text{ W en el Cu}$$

a tener en cuenta al calcular el calentamiento (prescindimos de la reducción de pérdidas adicionales con el incremento de temperatura).

### 2.09.31 Caída de reactancia en los bobinados

Volviendo al circuito equivalente, fig. 2.09.26 h,

$$\dot{e}_x = \frac{X_{cc} I_1}{U_1} \cdot 100 = \frac{(X_1 + X'_2) I_1}{U_1} \cdot 100 = \frac{\left[ X_1 + X_2 \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 \right] I_1}{U_1} \cdot 100 \quad [2.09.31 \text{ a}]$$

En términos paramétricos,

$$\dot{e}_x = \frac{5,58}{k_o} \left( \frac{L}{D} \right) \left( \frac{q}{100} \right) \frac{\lambda_x}{\hat{B}_{no}} \quad (\% \text{ de } U_1) \quad [2.09.31 \text{ b}]$$

$k_0$  es el factor de espacio del núcleo (fig. 2.09.22 a)  
 $D$  el diámetro circunscrito a la sección de una columna en cm  
 $L$  la altura de ventana en cm  
 $q$  la carga lineal media por columna en Av/cm

$$\boxed{q = \frac{N_1 I_1}{L} = \frac{N_2 I_2}{L}} \quad (\text{Av/cm}) \quad [2.09.31 \text{ c}]$$

$\hat{B}_{no}$  la inducción máxima de onda senoidal correspondiente a una f.e.m. igual a la tensión primaria ( $E_1 = U_1$ ) en T, y  
 $\lambda_x$  la permeancia específica o por centímetro de desarrollo del núcleo

$$\boxed{\lambda_x = \frac{A_{x1} + A_{x2}}{\pi D} = \lambda_{x1} + \lambda_{x2}} \quad \left(\frac{\text{cm}}{\text{cm}}\right) \quad [2.09.31 \text{ d}]$$

viniendo dadas las permeancias absolutas  $A_{x1}$  y  $A_{x2}$  del primario y del secundario, según el tipo de arrollamientos elegidos, por las fórmulas deducidas en los párrafos 1.06.12 a 1.06.19.

La fórmula [b] se demuestra como sigue.

La inductancia de dispersión de una fase primaria se expresa por, [1.05.04 a],

$$L_{x1} = 4\pi \cdot 10^{-9} N_1^2 A_{x1} \quad (\text{H}) \quad \text{con } A_{x1} \text{ (permeancia de dispersión) en } \frac{\text{M}}{\text{Gb}}$$

$$\text{La reactancia } X_1 = 8 \pi^2 10^{-9} f N_1^2 A_{x1} \quad (\Omega) \quad [2.09.31 \text{ e}]$$

$$\text{La caída de reactancia, pues, } X_1 I_1 = 8 \pi^2 10^{-9} f N_1^2 A_{x1} I_1 \quad (\text{V})$$

Análogamente para el secundario

$$X_2' I_2' \approx X_2' I_1 = X_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 I_1 = 8 \pi^2 10^{-9} f N_2^2 A_{x2} \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 I_1 = 8 \pi^2 10^{-9} f N_1^2 A_{x2} I_1 \quad [2.09.31 \text{ f}]$$

Sustituyendo [e] y [f] en [a],

$$\dot{e}_x = \frac{(X_1 + X_2) I_1}{U_1} 100 = \frac{8 \pi^2 \cdot 10^{-9} f N_1^2 I_1 (A_{x1} + A_{x2})}{U_1} 100 \quad (\% \text{ de } U_1) \quad [2.09.31 \text{ g}]$$

El transformador se comporta simplemente como una bobina de  $N_1$  espiras (primarias) cuya permeancia de dispersión total o de corto circuito  $A_{cc}$  fuese la suma de las permeancias de dispersión de uno y otro bobinado.

Multiplicando y dividiendo el numerador de [g] por  $L$  (cm) al mismo tiempo que hacemos, [2.01.22 d],

$$U_1 = \frac{k_0}{22,5} \frac{f}{100} N_1 D^2 \hat{B}_{no} \quad (\text{V})$$

$$(f \text{ en Hz, } D \text{ en cm, } \hat{B}_{no} \text{ en T})$$

tendremos:

$$\dot{e}_x = \frac{8 \pi^2 \cdot 10^{-9} f N_1 A_{cc} \frac{N_1 I_1}{L} L}{\frac{k_0}{22,5} \frac{f}{100} N_1 D^2 \hat{B}_{no}} 100 = \frac{18 \cdot 10^{-4} \pi^2 q L A_{cc}}{k_0 D^2 \hat{B}_{no}}$$

Si ponemos ahora  $A_{cc} = \pi D \lambda_x \left(\frac{\text{M}}{\text{Gb}}\right)$ , (con  $D$  en cm y  $\lambda_x$  en  $\left(\frac{\text{cm}}{\text{cm}}\right)$ ),

$$\dot{e}_x = \frac{18 \cdot 10^{-4} \pi^3 q L D \lambda_x}{k_0 D^2 \hat{B}_{no}} = \frac{5,58}{k_0} \left(\frac{q}{100}\right) \left(\frac{L}{D}\right) \frac{\lambda_x}{\hat{B}_{no}} \quad (\% \text{ de } U_1)$$

según se anunció en [b].

### 2.09.32 Permeancia específica de los transformadores

Tal como reclama la expresión [2.09.31 b] y mediante las ecuaciones de las permeancias contenidas en los párrafos 1.06.12 a 19, se llega a la permeancia específica según la disposición de los bobinados, como lo hacemos a continuación. En el caso de la conexión zigzag del secundario, la permeancia de éste debe hallarse referida a las espiras por fase  $N_1$  del primario sobre la base de las cuales se calculará entonces la carga lineal media por columna a los efectos de la reactancia de dispersión, es decir, según la fórmula [2.09.31 c]

a) *Devorado de columnas concéntricas*, [1.06.13 a] y fig. 1.06.13 a

$$\lambda_x = \frac{A_{x1} + A_{x2}}{\pi D} = \frac{\frac{\delta_0 l_{m0}}{2} + \frac{\delta_1 l_{m1}}{3}}{\pi D L_1} + \frac{\frac{\delta_0 l_{m0}}{2} + \frac{\delta_2 l_{m2}}{3}}{\pi D L_2} =$$

$$= \frac{\frac{\delta_0 D_0}{2} + \frac{\delta_1 D_1}{3}}{L_1} + \frac{\frac{\delta_0 D_0}{2} + \frac{\delta_2 D_2}{3}}{L_2}$$

Si sustituimos  $L_1$  y  $L_2$  por  $L_{eq}$  haciendo

$$\boxed{L_{eq}} = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{(l_1 + 2\delta_1) + (l_2 + 2\delta_2)}{2} = \boxed{\frac{l_1 + l_2}{2} + (\delta_1 + \delta_2)} \quad (\text{cm}) \quad [2.09.32 \text{ a}]$$

e instituímos asimismo un diámetro medio  $D_m$  tal que

$$D_1 \delta_1 + D_2 \delta_2 = D_m (\delta_1 + \delta_2)$$

o

$$\boxed{D_m = \frac{D_1 \delta_1 + D_2 \delta_2}{\delta_1 + \delta_2}} \quad (\text{cm}) \quad [2.09.32 \text{ b}]$$

podemos escribir, con suficiente aproximación

$$\boxed{\lambda_x = \frac{1}{L_{eq}} \left( \delta_o \frac{D_o}{D} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{3} \frac{D_m}{D} \right)} \quad \left( \frac{\text{cm}}{\text{cm}} \right) \quad [2.09.32 \text{ c}]$$

De acuerdo con la fig. 1.06.13 a,

$L_1, L_2$  = longitudes de dispersión de uno y otro arrollamiento en cm

$l_{m1}, l_{m2}$  = espiras medias respectivas en cm

$D_1, D_2$  = diámetros medios correspondientes en cm

$D_o$  = diámetro medio de la entrechara en cm

$\delta_1, \delta_2$  = grosores radiales de uno y otro bobinado en cm

$\delta_o$  = » » » la entrechara en cm

$l_1, l_2$  = longitud axiales geométricas de los bobinados en cm

b) *Devanados de discos alternados* [1.06.14 a] y figura 1.06.14 a

$$\lambda_x = \frac{A_{x1} + A_{x2}}{\pi D} = \frac{\frac{\delta_o l_{mo}}{2} + \frac{\delta_1 l_{m1}}{6}}{\pi D M L_1} + \frac{\frac{\delta_o l_{m2}}{2} + \frac{\delta_2 l_{m2}}{6}}{\pi D M L_2}$$

$$= \frac{\frac{\delta_o D_o}{2} + \frac{\delta_1 D_1}{6}}{M L_1} + \frac{\frac{\delta_o D_o}{2} + \frac{\delta_2 D_2}{6}}{M L_2}$$

Poniendo de nuevo como equivalente indistinto de  $L_1$  y  $L_2$

$$\boxed{L_{eq}} = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{(l_1 + \delta_1) + (l_2 + \delta_2)}{2} = \frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \quad (\text{cm}) \quad [2.09.32 \text{ d}]$$

y en lugar de  $D_1$  o  $D_2$  sus valores ponderados por  $\delta$

$$\boxed{D_m = \frac{D_1 \delta_1 + D_2 \delta_2}{\delta_1 + \delta_2}} \quad (\text{cm}), \quad [2.09.32 \text{ e}]$$

resulta con bastante aproximación

$$\boxed{\lambda_x = \frac{1}{M L_{eq}} \left( \delta_o \frac{D_o}{D} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{6} \frac{D_m}{D} \right)} \quad \left( \frac{\text{cm}}{\text{cm}} \right); \quad [2.09.32 \text{ f}]$$

las longitudes  $\delta_o, \delta_1, \delta_2, D_o, D_m$  y  $L_{eq}$  en cm,  $M$  es el número de entrecharas activas, es decir, entre ambos devanados.

c) *Devanados biconcéntricos simétricos.* [1.06.15 c] y fig. (1.06.15 a)

$$\lambda_x = \frac{A_{x1} + A_{x2}}{\pi D} = \frac{\left( \frac{\delta_o}{2} + \frac{\delta_1}{6} \right) l_m}{\pi D \cdot 2 L_1} + \frac{\left( \frac{\delta_o}{2} + \frac{\delta_2}{6} \right) l_m}{\pi D \cdot 2 L_2} =$$

$$= \frac{\left( \frac{\delta_o}{2} + \frac{\delta_1}{6} \right) \frac{D_m}{D}}{2 L_1} + \frac{\left( \frac{\delta_o}{2} + \frac{\delta_2}{6} \right) \frac{D_m}{D}}{2 L_2}$$

Con la sustitución de  $L_1$  y  $L_2$  por

$$\boxed{L_{eq}} = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \quad (\text{cm}) \quad [2.09.32 \text{ g}]$$

podemos tomar, sin grave error,

$$\boxed{\lambda_x = \frac{1}{2 L_{eq}} \left( \delta_o + \frac{\delta_1 + \delta_2}{6} \right) \frac{D_m}{D}} \quad \left( \frac{\text{cm}}{\text{cm}} \right) \quad [2.09.32 \text{ h}]$$

d) *Bobinados biconcéntricos asimétricos.* [1.06.16 b] y fig. 1.06.16 a. Designamos por  $k_i$  la fracción de espiras del devanado 1 agrupadas en el arrollamiento interior

$$\lambda_x = \frac{A_{x1} + A_{x2}}{\pi D} = \frac{\left[ \left( \frac{\delta'_o l'_{mo}}{2} + \frac{\delta'_1 l'_{m1}}{3} \right) k_i^2 + \left( \frac{\delta''_o l''_{mo}}{2} + \frac{\delta''_1 l''_{m1}}{3} \right) (1 - k_i)^2 \right]}{\pi D L_1} +$$

$$\frac{\left[ \left( \frac{\delta'_o l'_{m2}}{2} + \frac{\delta'_2 l'_{m2}}{3} \right) k_i^2 + \left( \frac{\delta''_o l''_{m2}}{2} + \frac{\delta''_2 l''_{m2}}{3} \right) (1 - k_i)^2 \right]}{\pi D L_2}$$

donde  $\delta'_2 = k_i \delta_2$  y  $\delta_2'' = (1 - k_i) \delta_2$

Poniendo ahora

$$\delta_1 = \delta_1' + \delta_1'' \quad \delta_2 = \delta_2' + \delta_2''$$

y en vez de  $L_1$  o  $L_2$ ,

$$L_{eq} = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \quad (\text{cm}) \quad [2.09.32 \text{ i}]$$

resulta muy aproximadamente

$$\lambda_x \approx \frac{1}{DL_{eq}} \left[ \left( \frac{\delta_o'}{2} \frac{D_o'}{D} + \frac{\delta_o''}{2} \frac{D_o''}{D} + \frac{\delta_1'}{3} \frac{D_1'}{D} + \frac{\delta_2'}{3} \frac{D_2'}{D} \right) k_i^2 + \left( \frac{\delta_o''}{2} \frac{D_o''}{D} + \frac{\delta_o''}{2} \frac{D_o''}{D} + \frac{\delta_1''}{3} \frac{D_1''}{D} + \frac{\delta_2''}{3} \frac{D_2''}{D} \right) (1 - k_i)^2 \right]$$

Introduzcamos unos diámetros medios ponderados  $D_m'$  y  $D_m''$  en cada grupo doble de espiras primarias y secundarias, tales que

$$D_m' = \frac{D_1' \delta_1' + D_2' \delta_2'}{\delta_1' + \delta_2'} \quad (\text{cm}) \quad D_m'' = \frac{D_1'' \delta_1'' + D_2'' \delta_2''}{\delta_1'' + \delta_2''} \quad (\text{cm}) \quad [2.09.32 \text{ j}]$$

Llegamos así finalmente a un valor, muy aproximado, de la permeancia específica en  $\frac{\text{cm}}{\text{cm}}$  o  $\frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$

$$\lambda_x = \frac{1}{L_{eq}} \left[ \left( \delta_o' \frac{D_o'}{D} + k_i \frac{\delta_1 + \delta_2 D_m'}{3} \right) k_i^2 + \left( \delta_o'' \frac{D_o''}{D} + (1 - k_i) \frac{\delta_1 + \delta_2 D_m''}{3} \right) (1 - k_i)^2 \right] \quad \left( \frac{\text{cm}}{\text{cm}} \right) \quad [2.09.32 \text{ k}]$$

e) *Bobinados concéntricos con entrecaras muertas.* [1.06.17 a] y figura (1.06.17 a).

$$\lambda_x = \frac{A_{x1} + A_{x2}}{\pi D} = \frac{\frac{\delta_o l_{m0}}{2} + \frac{\Sigma \delta_{b1} l_{m1}}{3} + \left( Q_1 - 1,5 + \frac{1}{2 Q_1} \right) \frac{\Sigma \delta_{o1} l_{m01}}{3(Q_1 - 1)}}{\pi D L_1} + \frac{\frac{\delta_o l_{m0}}{2} + \frac{\Sigma \delta_{b2} l_{m2}}{3} + \left( Q_2 - 1,5 + \frac{1}{2 Q_2} \right) \frac{\Sigma \delta_{o2} l_{m02}}{3(Q_2 - 1)}}{\pi D L_2}$$

$Q_1$  y  $Q_2$  son respectivamente el número de bobinas concéntricas primarias y secundarias (fig. 1.06.17 a).

Sustituyamos una vez más las longitudes de dispersión 1 y 2 por una longitud común media

$$L_{eq} = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{l_1 + 2 \Sigma \delta_{b1} + 2 \Sigma \delta_{o1} + l_2 + 2 \Sigma \delta_{b2} + 2 \Sigma \delta_{o2}}{2} = \frac{l_1 + l_2}{2} + \left( \Sigma \delta_{b1} + \Sigma \delta_{o1} + \Sigma \delta_{b2} + \Sigma \delta_{o2} \right) \quad (\text{cm}) \quad [2.09.32 \text{ l}]$$

y transformemos la expresión de  $\lambda_x$  poniendo  $L_{eq}$  en vez de  $L_1$  y  $L_2$

$$\lambda = \frac{1}{L_{eq}} \left[ \delta_o \frac{D_o}{D} + \frac{\Sigma \delta_{b1} D_{b1}}{3 D} + \frac{\Sigma \delta_{b2} D_{b2}}{3 D} + \frac{Q_1 - 1,5 + \frac{1}{2 Q_1} \Sigma \delta_{o1} D_{o1}}{Q_1 - 1} \frac{1}{3 D} + \frac{Q_2 - 1,5 + \frac{1}{2 Q_2} \Sigma \delta_{o2} D_{o2}}{Q_2 - 1} \frac{1}{3 D} \right] \quad \left( \frac{\text{cm}}{\text{cm}} \right) \quad [2.09.32 \text{ m}]$$

f) *Transformadores en zig-zag.* En este caso, a la permeancia normal de un transformador de dos bobinados con el secundario subdividido en dos, [1.06.13 a] y [1.06.18 b], hay que agregar otra permeancia suplementaria  $A_{M2}$ , [1.06.18 e], de tal modo que la permeancia específica viene a resultar

$$\lambda_x = \frac{A_{x1} + A_{x2} + A_{M2}}{\pi D}$$

Referidas todas ellas al número de espiras primarias por fase, como  $N_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} N_1$ , o  $N_2^2 = \frac{4}{3} N_1^2$ , veremos en seguida que

$$\lambda_x = \frac{\frac{\delta_o l_{m0}}{2} + \frac{\delta_1 l_{m1}}{3}}{\pi D L_1} + \frac{\frac{\delta_o l_{m0}}{2} + \left( \frac{\delta_2}{3} + \frac{\delta_o'}{4} \right) l_{m2}}{\pi D L_2} + \frac{\left( \delta_o' + \frac{\delta_2}{3} \right) \frac{l_{m2}}{12}}{\pi D L_2'} \quad [2.09.32 \text{ n}]$$

En lugar de las dimensiones longitudinales diferentes  $L_1$   $L_2$  hagamos intervenir indistintamente una sola de valor medio



$$\boxed{L_{eq}} = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{l_1 + 2\delta_1 + l_2 + 2\delta_2 + 2\delta_0'}{2}$$

$$= \boxed{\frac{l_1 + l_2}{2} + (\delta_1 + \delta_2 + \delta_0')} \quad (\text{cm}) \quad [2.09.32 \text{ o}]$$

Sustituyamos también a  $l_{m1}$  y  $l_{m2}$  por otro valor medio ponderado,  $l_m$ , o lo que es igual, hagamos lo mismo con sus diámetros respectivos tomando

$$\boxed{D_m = \frac{D_1 \delta_1 + D_2 \delta_2}{\delta_1 + \delta_2}} \quad (\text{cm}) \quad [2.09.32 \text{ p}]$$

Recordemos que, [1.06.18 d],

$$\boxed{L'_2 = l_2 + \delta_2} \quad (\text{cm}) \quad [2.09.32 \text{ q}]$$

Entonces,

$$\boxed{\lambda_x = \frac{1}{L_{eq}} \left[ \delta_0 \frac{D_0}{D} + \left( \frac{\delta_1 + \delta_2}{3} \right) \frac{D_m}{D} + \left( \frac{\delta_0'}{4} \right) \frac{D_2}{D} \right] + \frac{1}{L'_2} \left[ \left( \delta_0' + \frac{\delta_2}{3} \right) \frac{D_2}{12 D} \right]} \quad \left( \frac{\text{cm}}{\text{cm}} \right)$$

[2.09.32 r]

Se llega a la fórmula [n] tras el siguiente razonamiento.

La permeancia normal del primario  $A_{x1}$  referida a sus propias espiras  $N_1$ , según hemos hecho constar al principio de este párrafo 2.09.32, como norma para las permeancias, se ajusta perfectamente a la fórmula básica [1.06.13 a]

$$A_{x1} = \frac{1}{L_1} \left( \frac{\delta_0 l_{m0}}{2} + \frac{\delta_1 l_{m1}}{3} \right) \left( \frac{\text{cm}}{\text{cm}} \right)$$

y se incluye en el primer sumando de [n].

Para la permeancia principal de dispersión del secundario  $A_{\sigma 2}$  notemos que en la ecuación [1.06.18 b]

$$A_{\sigma 2} = \frac{3}{4 L_2} \left( \frac{\delta_0 l_{m0}}{2} + \frac{\delta_2 l_{m2}}{3} + \frac{\delta_0' l_{m2}}{4} \right) \left( \frac{\text{M}}{\text{Gb}} \right)$$

se halla referida a  $N_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} N_1$ . Si la referimos, pues, a  $N_1$  deberemos multiplicarla por  $\left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{4}{3}$  con lo cual desaparece el factor inicial  $\frac{3}{4}$  quedando así tal y como se recoge en el segundo sumando de [n].

En el mismo caso se halla la permeancia de dispersión adicional [1.06.18 e]

$$A_{M2} = \frac{l_{m2}}{16 L'_2} \left( \delta_0' + \frac{\delta_2}{3} \right)$$

con la cual se calcula la inductancia correspondiente

$$L_{xM} = 4 \pi \cdot 10^{-9} N_2^2 A_{M2} = 4 \pi \cdot 10^{-9} \left( N_1 \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 A_{M2} \quad (\text{H})$$

Podremos afectarla directamente del número de espiras primarias  $N_1$  si incorporamos el factor  $\left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2$  a la permeancia  $A_{M2}$  y escribir así

$$\boxed{L_{xM} = 4 \pi \cdot 10^{-9} N_1^2 A_{M2}} \quad (\text{H}) \quad [2.09.32 \text{ s}]$$

si ponemos

$$\boxed{A_{M2}} = \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 \left[ \left( \delta_0' + \frac{\delta_2}{3} \right) \frac{l_{m2}}{16 L'_2} \right] \left( \frac{\text{M}}{\text{Gb}} \right)$$

$$= \boxed{\frac{l_{m2}}{12 L'_2} \left( \delta_0' + \frac{\delta_2}{3} \right)} \quad [2.09.32 \text{ t}]$$

tal como se ha incorporado al último sumando de la ecuación [n].

El escaso valor de  $\delta_0'$  y la presencia del divisor 12 en la ecuación anterior contribuye a reducir la importancia de tal reactancia hasta el punto de que en la mayoría de los cálculos industriales sobre transformadores en zigzag se prescinde por completo de ella.

Para la reactancia normal autoinductiva del secundario, el conjunto de las dos semibobinas se comporta como una sola cuya f.m.m. combinada es igual a la del primario,  $N_1 I_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} N_2 I_2$ , compensándose el aumento del número de espiras con el desfase de las corrientes (1). De esta forma se incorpora ya la corrección por efecto del «factor de bobinado».

Teniendo todo ello en cuenta, se establece como hemos visto la ecuación [n].

Cuando las f.e.m. principales en las dos bobinas del secundario siguen yendo desfasadas de  $60^\circ$  pero no son iguales, (fig. 1.06.18 b), se sustituye el factor  $\frac{1}{12}$  dentro del último corchete en la fórmula [r] por el factor  $K_1$ , a tomar de la fig. 1.06.18 c en función del ángulo  $\epsilon_1$ .

### 2.09.33 Ejemplos

Vamos a calcular ahora directamente en términos paramétricos las caídas relativas de reactancia que fueron objeto de los ejemplos 1 a 5 expuestos en el párrafo 1.06.10.

(1) Véase el estudio de la conexión zig-zag en la obra citada del autor sobre Transformadores.

*Ejemplo 1.º* Calcular la caída de reactancia total para un transformador monofásico de bobinas concéntricas de 66 kVA, 7600/462 - 231 V, 50 Hz, cuyas dimensiones se dan en la fig. 1.06.19 a. Los números de espiras primario/secundario son 1944/118.

Tomemos la ecuación [2.09.32 c]. La permeancia específica viene dada por

$$\lambda_x = \frac{1}{L_{eq}} \left( \delta_0 \frac{D_0}{D} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{3} \frac{D_m}{D} \right)$$

Del dibujo, tomamos

$$\delta_0 = 1 \text{ cm} \quad \delta_1 = 2 \text{ cm} \quad \delta_2 = 0,98 \text{ cm} \quad l_1 = l_2 = 32 \text{ cm} \quad L = 35 \text{ cm}$$

En este caso, como se trata de una sección de núcleo oval, no ofrece ventaja el sustituir las espiras medias por sus diámetros equivalentes. Así, pues, en lugar de las relaciones  $\frac{D_0}{D}$  y  $\frac{D_m}{D}$  utilizaremos las correlativas de los desarrollos asociados con dichos diámetros.

Desarrollo medio de la entrecara

$$l_{m0} = 2 \times 3 + \pi (13 + 2 \cdot 0,98 + 1) = 56,2 \text{ cm}$$

Idem de la bobina interior (secundario)

$$l_{m2} = 2 \times 3 + \pi (13 + 0,98) = 50 \text{ cm}$$

Idem de la bobina exterior (primario)

$$l_{m1} = 2 \times 3 + \pi (13 + 2 \cdot 0,98 + 2 \cdot 1 + 2) = 65,6 \text{ cm}$$

Paralelamente a la ecuación [2.09.32 b] podemos poner para la espira media ponderada

$$l_m = \frac{l_{m1} \delta_1 + l_{m2} \delta_2}{\delta_1 + \delta_2} = \frac{65,6 \cdot 2 + 50 \cdot 0,98}{2 + 0,98} = 60,5 \text{ cm}$$

Por lo que se refiere al diámetro equivalente de la columna, recordemos que su presencia en la fórmula de la permeancia específica viene de referir las permeancias de los bobinados al desarrollo periférico de dicha columna [2.09.31 e]. Deberemos, pues, utilizar en este caso el desarrollo mismo  $l$

$$l = 2 \times 3 + \pi \cdot 12 = 43,3 \text{ cm}$$

$$\text{El diámetro en cuestión sería, así } D = \frac{l}{\pi} = \frac{43,3}{\pi} = 13,7 \text{ cm}$$

Cuanto a la longitud equivalente del circuito de dispersión, [2.09.32 a],

$$L_{eq} = \frac{l_1 + l_2}{2} + (\delta_1 + \delta_2) = \frac{32 + 32}{2} + 2 + 0,98 \cdot 34,98 \text{ cm} < L$$

Sustituyendo en la expresión de  $\lambda_x$

$$\lambda_x = \frac{1}{34,98} \left( 1 \frac{56,2}{43,3} + \frac{2 + 0,98}{3} \frac{60,5}{34,3} \right) = 0,077 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

Para calcular la caída de tensión relativa, hemos de aplicar la fórmula [2.09.31 b]

$$e_x = \frac{5,58}{k_0} \frac{L}{D} \left( \frac{q}{100} \right) \frac{\lambda_x}{\hat{B}_{no}} (\% \text{ de } U_1);$$

$L = 35 \text{ cm}$ ,  $D = 13,7 \text{ cm}$ ,  $k_0$  viene definido por la condición, [2.01.22 b],

$$k_0 D^2 = S_n \text{ (cm}^2\text{)}$$

Según el dibujo, la sección bruta del núcleo vale

$$\begin{aligned} 5,8 \cdot 0,83 &= 4,82 \\ 8,2 \cdot 1,06 &= 8,69 \\ 10,0 \cdot 1,25 &= 12,50 \\ 11,2 \cdot 2,13 &= 23,85 \\ 12,0 \cdot 1,50 &= 18,00 \\ \hline 67,86 \times 2 &= 135,72 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Admitiendo un factor de empilado  $k_{pe} = 0,9$  la sección neta será

$$S_n = 0,9 \cdot 135,72 = 122,2 \text{ cm}^2$$

de donde

$$k_0 = \frac{S_n}{D^2} = \frac{122,2}{13,7^2} = 0,652$$

La corriente nominal primaria

$$I_1 = \frac{P_1}{U_1} = \frac{66}{7,6} = 8,7 \text{ A}$$

La carga lineal, puesto que el bobinado ocupa dos columnas es, [2.09.31 c],

$$q = \frac{N_1}{L} I_1 = \frac{1944}{35} \cdot 8,7 = 492 \text{ Ac/cm}$$

La inducción en las columnas, [2.01.22 a],

$$\hat{B}_{no} = \frac{U_1}{4,44 f N_1 S_n} = \frac{7600}{4,44 \cdot 50 \cdot 1944 \cdot \frac{122,2}{10^4}} = 1,44 \text{ T}$$

y la f.e.m. relativa de reactancia

$$e_x = \frac{5,58}{0,652} \frac{35}{13,7} \left( \frac{242}{100} \right) \frac{0,077}{1,44} = 2,83 \% U_1$$

que viene a coincidir con el resultado del ejemplo 1, párrafo 1.06.19, citado, o sea, en valor absoluto sobre la tensión primaria

$$2,83 \frac{7600}{100} = 215 \text{ V}$$

*Ejemplo 2.º* Calcular la caída de reactancia total para un transformador monofásico acorazado de bobinas alternadas de 1000 kVA, 22000/2200 V, 50 Hz, cuyas dimensiones se dan en la fig. 1.06.19 b. El número de espiras primarias es 540.

La permeancia específica en este caso viene dada por, [2.09.32 f],

$$\lambda_x = \frac{1}{M L_{eq}} \left( \delta_0 \frac{D_0}{D} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{6} \frac{D_m}{D} \right)$$

$$\delta_0 = 2,55 \text{ cm}, \quad \delta_1 = 2,5 \text{ cm}, \quad \delta_2 = 2 \text{ cm}, \quad L = 44,5 \text{ cm}$$

Nos encontramos como en el ejemplo anterior ante un transformador cuya sección de columna no es tampoco circular. Trataremos el rectángulo que la constituye de la misma manera que lo hicimos para la sección oval a base de las longitudes de espiras media, pero transformándolas esta vez en diámetros equivalentes.

Perímetro de la columna  $l = 2(55 + 27,5) = 165 \text{ cm}$ .

Desarrollo medio del primario (A.T.)  $l_{m1} = 2(55 + 2 \cdot 10,5 + 32,5 + \pi \cdot 12,5) = 295,6 \text{ cm}$

Desarrollo medio del secundario (B.T.)  $l_{m2} = 2(55 + 2 \cdot 10 + 31,5 + \pi \cdot 13) = 294,6 \text{ cm}$

Desarrollo medio de la entrecara. Tomemos el promedio de los dos últimos valores

$$l_{mo} = \frac{l_{m1} + l_{m2}}{2} = \frac{295,6 + 294,6}{2} = 295,1 \text{ cm}$$

Diámetros equivalentes

$$D = \frac{l}{\pi} = \frac{165}{\pi} = 52,5 \text{ cm}, \quad D_o = D_m = \frac{l_{mo}}{\pi} = \frac{295,1}{\pi} = 94 \text{ cm}$$

La longitud equivalente del circuito magnético de dispersión vale

$$L_{eq} = \frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} = \frac{25 + 26}{2} + \frac{2,5 + 2}{2} = 27,75 \text{ cm} < 30$$

El número de entrecaras activas es  $M = 6$   
Sustituyendo en la expresión de  $\lambda_x$

$$\lambda_x = \frac{1}{6 \cdot 27,75} \left( 2,55 \frac{94}{52,5} + \frac{2,5 + 2}{6} \frac{94}{52,5} \right) = 0,0358 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

Para calcular la f.e.m. relativa de dispersión disponemos de la consabida fórmula [2.09.31 b],

$$e_x = \frac{5,58}{k_o} \left( \frac{L}{D} \right) \left( \frac{q}{100} \right) \frac{\lambda_x}{\hat{B}_{no}} \quad (\% \text{ de } U_1)$$

De la sección bruta de la columna  $(12,5 + 12,5) 55 = 1375 \text{ cm}^2$  pasamos a la sección neta  $S_n$  suponiendo un coeficiente de empilado  $k_{pe} = 0,88$

$$S_n = 0,88 \cdot 1375 = 1210 \text{ cm}^2$$

lo que nos da un factor  $k_o$ , [2.01.22 b],  $k_o = \frac{S_n}{D^2} = \frac{1210}{52,5^2} = 0,44$

La inducción máxima, [2.01.22 a], a la tensión nominal

$$\hat{B}_{no} = \frac{U_1}{4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot S_n} = \frac{22000}{4,44 \cdot 50 \cdot 540 \cdot \frac{1,210}{10^4}} = 1,515 \text{ T}$$

La corriente primaria nominal vale  $I_1 = \frac{P_1}{U_1} = \frac{1000}{22} = 45,5 \text{ A}$

La carga lineal, [2.09.31 c]  $= q = \frac{N_1 L_1}{L} = \frac{540 \cdot 45,5}{44,5} = 552 \text{ Ac/cm}$ .

Luego, [2.09.31 b],

$$e_x = \frac{5,58}{0,44} \frac{44,5}{52,5} \frac{5,52}{1,515} 0,0358 = 1,4 \% \text{ de } U_1$$

$$e_x = 1,4 \frac{7600}{100} = 107 \text{ V} \quad \text{en términos del primario}$$

de acuerdo con el ejemplo 2.º del párrafo 1.06.19.

Se trata de un transformador antiguo con una reactancia excesivamente baja.

*Ejemplo 3.º* Rehaciendo el tercer ejemplo del párrafo 1.06.19 últimamente citado, calcular la f.e.m. de reactancia equivalente para un transformador trifásico de bobinas doblemente concéntricas y asimétricas, de 40000 kVA, 13,2/112,2 kV tensiones compuestas,  $\Delta/y$ , 50 Hz, según figura, 1.06.19 c. Espiras por fase, 175/846 primarias/secundarias. Empecemos como antes, por determinar la permeancia específica  $\lambda_x$  del conjunto de los bobinados. La fórmula a emplear ahora es la [2.09.32 k]

$$\lambda_x = \frac{1}{L_{eq}} \left[ \left( \delta_0' \frac{D_0'}{D} + k_i \frac{\delta_1 + \delta_2}{3} \frac{D_m'}{D} \right) k_i^2 + \left( \delta_0'' \frac{D_0''}{D} + (1 - k_i) \frac{\delta_1 + \delta_2}{3} \frac{D_m''}{D} \right) (1 - k_i)^2 \right]$$

Las 175 espiras primarias van divididas asimétricamente en una bobina interior de 107 y la otra exterior de 68 espiras. Atendiendo a estas cifras le correspondería un factor  $k_i = \frac{107}{175} = 0,611$ , pero las dos partes del arrollamiento trabajan con densidades de corrientes distintas que resultan ser de 2,02 A/mm<sup>2</sup> y 1,95 A/mm<sup>2</sup>. Esto viene a modificar en la misma proporción las caídas de reactancia en una y otra fracción del bobinado por lo cual mejoraremos la aproximación si ponderamos sobre el factor  $k_i$  dichas densidades tomando

$$k_i = \frac{107 \cdot 2,02}{107 \cdot 2,02 + 68 \cdot 1,95} = 0,62$$

De acuerdo con  $k_i$  atribuiremos al grosor radial del devanado central una subdivisión aparente repartiendo los 135 mm del mismo entre dos bobinas ficticias de  $0,62 \times 135 = 83,5$  mm y 51,5 mm correspondiéndose con las respectivas espiras del otro arrollamiento

$$\delta_1' = 8,35 \text{ cm} \quad \delta_1'' = 5,15 \text{ cm} \quad \delta_2' = 4,2 \text{ cm} \quad \delta_2'' = 3,7 \text{ cm} \quad \delta_3' = 7,1 \text{ cm} \quad \delta_3'' = 8,5 \text{ cm}$$

De paso, ello nos permite deducir los diámetros medios correlativos, contando, pues, con

$$\begin{aligned} D_1' &= 102,55 \text{ cm} & D_1'' &= 116,05 \text{ cm} \\ D &= 66 \text{ cm} & L &= 254 \text{ cm} & D_0' &= 87,1 \text{ cm} & D_0'' &= 129,7 \text{ cm} \\ & & D_2' &= 75,8 \text{ cm} & D_2'' &= 141,9 \text{ cm} \end{aligned}$$

Pasemos al cálculo de los diámetros medios combinados  $D_m'$  y  $D_m''$  de las primeras y de las segundas fracciones en las cuales queda subdividido el conjunto de las espiras por columna.

Según [2.09.32 j],

$$\begin{aligned} D_m' &= \frac{\delta_1' D_1' + \delta_2' D_2'}{\delta_1' + \delta_2'} = \frac{8,35 \cdot 102,55 + 4,2 \cdot 75,8}{8,35 + 4,2} = 93,5 \text{ cm} \\ D_m'' &= \frac{\delta_1'' D_1'' + \delta_2'' D_2''}{\delta_1'' + \delta_2''} = \frac{5,15 \cdot 116,05 + 3,7 \cdot 141,9}{5,15 + 3,7} = 127 \text{ cm} \end{aligned}$$

La longitud equivalente, [2.09.32 i],

$$L_{eq} = \frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} = \frac{218 + 218}{2} + \frac{13,5 + (4,2 + 3,7)}{2} = 228,7 \text{ cm} < 254$$

De donde

$$\begin{aligned} \lambda_x &= \frac{1}{228,7} \left[ \left( 7,1 \frac{87,1}{66} + 0,62 \frac{13,5 + 7,9}{3} \frac{93,5}{66} \right) 0,62^2 + \right. \\ &\quad \left. + \left( 8,5 \frac{129,7}{66} + (1 - 0,62) \frac{13,5 + 7,9}{3} \frac{127}{66} \right) (1 - 0,62)^2 \right] = 0,0397 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \end{aligned}$$

La corriente por fase primaria, siendo la conexión en triángulo,

$$I_1 = \frac{P_1}{3U_1} = \frac{40000}{3 \cdot 13,2} = 1010 \text{ A/fase}$$

*Carga lineal.* Obsérvese que en la deducción de la fórmula [2.09.31 c] la carga lineal se obtiene siempre por su verdadero valor axialmente considerado

$$q = \frac{N_1 I_1}{L} = \frac{N_2 I_2}{L}$$

siendo  $N_1$  y  $N_2$  las espiras primarias y secundarias por columnas y  $L$  la longitud de ésta, independientemente de que se distribuyan en uno o más grupos concéntricos. Así, pues,

$$q = \frac{N_1 I_1}{L} = \frac{175 \cdot 1010}{254} = 695 \text{ Ac/cm}$$

La inducción para la tensión primaria, [2.01.22 a],

$$\hat{B}_{no} = \frac{U_1}{4,44 \cdot f \cdot N_1 S_n}$$

con una sección neta, [2.01.22 b],  $S_n = k_o D^2$

El escalonado de este transformador permite adoptar un coeficiente de utilización  $k_o$  intermedio entre los valores correspondientes a 5 escalones y a un número infinito; pongamos  $k_o = 0,66$  (fig. 2.01.22 a).

$$S_n = 0,66 \cdot 66^2 = 2870 \text{ cm}^2$$

Con el primario en triángulo, 13200 V es la tensión por fase

$$\hat{B}_{no} = \frac{13200}{4,44 \cdot 50 \cdot 175 \frac{2870}{10^4}} = 1,185 \text{ T}$$

Según [2.09.31 b],

$$e_x = \frac{5,58}{k_o} \frac{L}{D} \left( \frac{100}{q} \right) \frac{\lambda_x}{\hat{B}_{no}} + \frac{5,58}{0,66} \frac{254}{66} \frac{695}{100} \frac{0,0397}{1,185} = 7,56 \% \text{ de } U_1$$

(En el párrafo 1.07.19, 3.º ejemplo, se halló  $e_x = 7,54 \%$ )

$$E_x = 7,56 \frac{13200}{100} = 1000 \text{ V/fase referida al primario}$$

*Ejemplo 4.º* Propongámonos ahora rehacer en términos paramétricos el problema número 4 del párrafo 1.06.19. Calcular la f.e.m. de reactancia para un transformador trifásico de dos arrollamientos uno de ellos fraccionado en varios cilindros concéntricos con espacios anulares de refrigeración.

Sea el transformador de la fig. 1.06.19 d de 6300 kVA  $110 \pm 5\%/10,5$  kV. Y/y. Limitaremos el cálculo a la toma media que corresponde a 2270/217 espiras por fase.

La permeancia por unidad de longitud periférica de la columna viene dada por [2.09.32 m],

$$\begin{aligned} \lambda_x &= \frac{1}{L_{eq}} \left[ \delta_0 \frac{D_0^2}{D} + \frac{\Sigma D_{d1} \delta_{d1}}{3 D} + \frac{\Sigma D_{d2} \delta_{d2}}{3 D} \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{Q_1 - 1,5 + \frac{1}{2} Q_1}{Q_1 - 1} \right) \frac{\Sigma D_{d1} \delta_{d1}}{3 D} + \left( \frac{Q_2 - 1,5 + \frac{1}{2} Q_2}{Q_2 - 1} \right) \frac{\Sigma D_{d2} \delta_{d2}}{3 D} \right] \end{aligned}$$

Según la fig. 1.06.19 d, tenemos

$$\begin{aligned} D &= 36 \text{ cm} & \delta_o &= 5,8 \text{ cm} & D_o &= 50,9 \text{ cm} \\ \delta_{o1} &= 0 & \Sigma D_{o1} &= 0 \\ \delta_{o2} &= 0,5 \text{ cm} & \Sigma D_{o2} &= 41 + 43,3 = 84,3 \text{ cm} \\ \delta_{b1} &= 4 \text{ cm} & \Sigma D_{b1} &= D_1 = 60,7 \text{ cm} & Q_1 &= 1 \\ \delta_{b2} &= 0,65 \text{ cm} & \Sigma D_{b2} &= 39,85 + 42,15 + 44,45 = 126,45 \text{ cm} & Q_2 &= 3 \end{aligned}$$

y para  $L_{\text{eq}}$ , [2.09.32 l],

$$L_{\text{eq}} = \frac{l_1 + l_2}{2} + \Sigma \delta_{o1} + \Sigma \delta_{o2} + \Sigma \delta_{b1} + \Sigma \delta_{b2};$$

$$l_1 = 136 \text{ cm} \quad l_2 = 144 \text{ cm}$$

$$\Sigma \delta_{o1} = 0 \quad \Sigma \delta_{o2} = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ cm} \quad \Sigma \delta_{b1} = \delta_1 = 4 \text{ cm} \quad \Sigma \delta_{b2} = 3 \cdot 0,65 = 1,95 \text{ cm}$$

Sustituyendo valores,

$$L_{\text{eq}} = \frac{136 + 144}{2} + 1 + 4 + 1,95 = 146,95 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = \frac{1}{146,95} \left[ 5,8 \frac{50,9}{36} + \frac{4}{3} \frac{60,7}{36} + \frac{0,65}{3} \frac{126,45}{36} + \frac{3 - 1,5 + \frac{1}{6}}{3 - 1} \cdot 0,5 \frac{84,3}{36} \right] = 0,0786 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

$$\text{Corriente primaria por fase: } I_1 = \frac{6300}{\sqrt{3} \cdot 110} = 33 \text{ A}$$

$$\text{Carga lineal: } q = \frac{N_1 I_1}{L} = \frac{2270 \cdot 33}{168} = 446 \text{ Ac/cm}$$

Sección neta de hierro. Tomando un factor de utilización  $k_o = 0,66$  (fig. 2.01.22 a) correspondiente a un número de escalones poco superior a 5,  $S_n = 0,66 \cdot 36^2 = 855 \text{ cm}^2$

Inducción correspondiente a la tensión primaria, [2.01.22 a],

$$\hat{B}_{no} = \frac{U_1}{4,44 \cdot f \cdot N_1 S_n} = \frac{110 \cdot 000 / \sqrt{3}}{4,44 \cdot 50 \cdot 2270 \cdot \frac{855}{10^4}} = 1,475 \text{ T}$$

y finalmente la f.e.m. relativa de reactancia, [2.09.31 b],

$$\dot{e}_x = \frac{5,58}{k_o} \frac{L}{D} \frac{q}{100} \frac{\lambda_x}{\hat{B}_{no}} = \frac{5,58}{0,66} \frac{168}{36} \cdot 4,46 \frac{0,0786}{1,475} = 9,35 \%$$

En el ejemplo citado al principio se halló  $\dot{e}_x = 9,47 \%$ .

La caída de tensión total asciende referida al circuito primario a

$$e_x = 9,35 \cdot \frac{110 / \sqrt{3}}{100} = 5,97 \text{ kV/fase}$$

*Ejemplo 5.º* Calcular la caída por reactancia de corto circuito para la toma media de un transformador en estrella/zigzag de 125 kVA,  $10000 \pm 5\%/400 - 231 \text{ V}$  en vacío, 50 Hz. El número de espiras primarias/secundarias es de 1160 - 1220 - 1280/28 + 28 por fase. Las dimensiones son las que se indican en la fig. 1.06.19 e a la cual se ajustan los cálculos descritos en el párrafo 1.06.19, ejemplo 5.

La ecuación de la permeancia específica es, [2.09.32 r],

$$\lambda_x = \frac{1}{L_{\text{eq}}} \left[ \delta_o \frac{D_o}{D} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{3} \frac{D_m}{D} + \frac{\delta_o'}{4} \frac{D_2}{D} \right] + \frac{1}{L'_2} \left[ \left( \delta_o' + \frac{\delta_2}{3} \right) \frac{D_2}{12 D} \right]$$

De acuerdo con la figura citada,

$$\begin{aligned} \delta_o &= 0,9 \text{ cm} & \delta_1 &= 1,9 \text{ cm} & \delta_2 &= 1,2 \text{ cm} & \delta_o' &= 0,1 \text{ cm} & D &= 15 \text{ cm} \\ D_1 &= 22,1 \text{ cm} & D_2 &= 17,1 \text{ cm} & l_1 &= 30,5 \text{ cm} & l_2 &= 31 \text{ cm} & D_o &= 19,3 \end{aligned}$$

y puesto que, [2.09.32 p],

$$D_m = \frac{D_1 \delta_1 + D_2 \delta_2}{\delta_1 + \delta_2} = \frac{22,1 \cdot 1,9 + 17,1 \cdot 1,2}{1,9 + 1,2} = 20,1 \text{ cm}$$

y, [2.09.32 q],

$$L_2' = l_2 + \delta_2 = 31 + 1,2 = 32,2 \text{ cm}$$

así como, [2.09.32 o],

$$L_{\text{eq}} = \frac{l_1 + l_2}{2} + (\delta_1 + \delta_2 + \delta_o') = \frac{30,5 + 31}{2} + (1,9 + 1,2 + 0,1) = 33,95 \text{ cm},$$

tendremos:

$$\begin{aligned} \lambda_x &= \frac{1}{33,95} \left( 0,9 \frac{19,3}{15} + \frac{1,9 + 1,2}{3} \frac{20,1}{15} + \frac{0,1}{4} \frac{17,1}{15} \right) \\ &+ \frac{1}{32,2} \left[ \left( 0,1 + \frac{1,2}{3} \right) \frac{17,1}{12 \cdot 15} \right] = 0,0758 + 0,00148 = 0,0773 \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \end{aligned}$$

Nótese la escasa contribución del último sumando procedente de la inducción mutua entre semibobinas secundarias.

$$\text{Las corrientes por fase primaria vale } I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} U_1} = \frac{125}{\sqrt{3} \cdot 10} = 7,21 \text{ A/fase}$$

$$\text{La carga lineal específica } q = \frac{N_1 I_1}{L} = \frac{1220 \cdot 7,21}{34} = 259 \text{ Ac/cm}$$

Para columnas de cuatro escalones, (fig. 2.01.22 a), pero con un factor de empujado de sólo 0,88 en lugar de 0,93 (chapa laminada en caliente con aislamiento de papel),

$$k_o = 0,64 \frac{0,88}{0,93} = 0,606$$

y la sección neta de hierro,  $S_n = k_o D^2 = 0,606 \cdot 15^2 = 136,5 \text{ cm}^2$

La inducción correspondiente a la tensión primaria, [2.01.22 a],

$$\hat{B}_{no} = \frac{10^4 U_1}{4,44 \cdot f \cdot N_1 S_n} = \frac{10^4 \cdot 10000 / \sqrt{3}}{4,44 \cdot 50 \cdot 1220 \cdot 136,5} = 1,56 \text{ T}$$

Y por tanto, [2.09.31 b],

$$\dot{e}_x = \frac{5,58}{f_0} \frac{L}{D} \frac{q}{100} \frac{\lambda_x}{\hat{B}_{no}} = \frac{5,58}{0,606} \frac{34}{15} 2,59 \frac{0,0773}{1,56} = 2,68 \% \text{ de } U_1.$$

Prácticamente la misma cifra que se halló en el ejemplo 5.º del párrafo 1.06.19.

### 2.09.34 Variación del voltaje con la carga en un transformador

El circuito equivalente, fig. 2.09.26 h, nos permite calcular la caída de tensión entre vacío y plena carga con el  $\cos \varphi$  de servicio, teniendo en cuenta los efectos combinados del primario y del secundario.

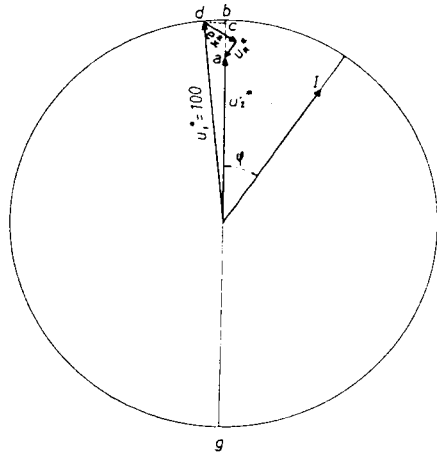


Fig. 2.09.34 a — Variación de la tensión de salida en un transformador. Diagrama en valores relativos:  $\dot{u}_1 = 100$ ,  $\dot{u}_R$  y  $\dot{e}_x$  en % de  $U_1$ ;  $\dot{u}_2$  en % de  $U_{10}$ .

El diagrama vectorial del circuito en valores relativos es el de la figura 2.09.34 a. La variación de tensión entre vacío y plena carga en dichas condiciones viene representada por el segmento  $ab$  limitado en  $b$  por la circunferencia de diámetro  $2 \dot{u}_1$ .

De acuerdo con dicha figura, la variación de tensión relativa en % del voltaje en vacío viene dada por

$$\Delta \dot{u} = \dot{u}_R \cos \varphi + \dot{e}_x \sin \varphi + \frac{(\dot{e}_x \cos \varphi - \dot{u}_R \sin \varphi)^2}{200} \quad (\% \text{ de } U_1) \quad [2.09.34 a]$$

El desarrollo puede limitarse en condiciones normales a los dos primeros sumandos

$$\Delta \dot{u} = \dot{u}_R \cos \varphi + \dot{e}_x \sin \varphi \quad [2.09.34 b]$$

En valores absolutos tendríamos

$$\Delta u = u_R \cos \varphi + e_x \sin \varphi + \frac{(e_x \cos \varphi - u_R \sin \varphi)^2}{2 U_1} \quad (V) \quad [2.09.34 c]$$

$U_1$  = Tensión por fase.

La deducción de la fórmula [a] es como sigue:

$$\overline{ab} = \overline{ac} + \overline{cb}$$

$$\overline{ac} = \dot{u}_R \cos \varphi + \dot{u} \sin \varphi$$

$$\overline{cb} \times \overline{cq} = \overline{dc}^2 = (\dot{e}_x \cos \varphi - \dot{u}_R \sin \varphi)^2$$

$$\overline{cg} \approx 2 \dot{u}_1 \approx 200$$

Luego,

$$ab = \dot{u}_R \cos \varphi + \dot{e}_x \sin \varphi + \frac{(\dot{e}_x \cos \varphi - \dot{u}_R \sin \varphi)^2}{200}$$

como se pretendía demostrar.

### 2.09.35 Tensión de corto circuito

La tensión de corto circuito de un transformador viene dada en valor relativo por la fórmula

$$\dot{u}_z = \sqrt{\dot{u}_R^2 + \dot{e}_x^2} \quad (\% \text{ de } U_1 \text{ o de } U_{20}) \quad [2.09.35 a]$$

y es la característica que limita la corriente nominal de corto circuito  $\dot{I}_{cc}^*$  (1).

$$\dot{I}_{cc} = \frac{I_{cc}}{I_1} = \frac{100}{\dot{u}_z} \quad (\% \text{ de } I_1) \quad [2.09.35 b]$$

Los valores de  $\dot{u}_z$  suelen estar normalizados en muchos países al menos para los transformadores de distribución. En España UNESA fija los siguientes valores con la tolerancia de  $\pm 10\%$  en la toma principal y  $\pm 14,3\%$  en las tomas de regulación.

(1) Sobre el cálculo de la corriente real de corto circuito véase la obra citada del autor «Teoría, Cálculo y Construcción de Transformadores» Edit. Labor.

Hasta 630 kVA y 24 kV, 4 %  
 » » » » 36 » , 4,5 %  
 Para 800 y 1000 kVA y hasta 24 kV, 5 %  
 » » » » y » 36 » , 5,5 %

### 2.09.36 Ejemplo

Calcular la f.e.m. de reactancia de corto circuito que hay que prever en un transformador normal de 200 kVA, 15/400 kV, Y/y. Determinar la caída total de tensión a P.C. y con  $\cos \varphi = 0,8$ .

Tomando las pérdidas en el cobre de la tabla 2.09.11 a, para 15 kV y 200 kVA,  $p_J = 3562$  W.

$$\dot{u}_R = \dot{p}_J = \frac{p_J}{P_{b1}} 100 = \frac{3562}{200} 100 = 1,781 \% \text{ de } \left\{ \begin{array}{l} U_1 \\ P_{b1} \end{array} \right.$$

Si adoptamos la tensión de corto circuito preconizada por UNESA, (párr. 2.09.35),

para 200 kVA y 15 kV,  $\dot{u}_z = 4 \% \text{ de } U_1$

Por tanto

$$\dot{e}_z = \sqrt{\dot{u}_z^2 - \dot{u}_R^2} = \sqrt{4^2 - 1,781^2} = 3,58 \% \text{ de } U_1$$

La caída total a P.C. y con  $\cos \varphi = 0,8$ , (sen  $\varphi = 0,6$ ) ascenderá a, [2.09.34 a],

$$\begin{aligned} \Delta \dot{u} &= \dot{u}_R \cos \varphi + \dot{e}_z \text{ sen } \varphi + \frac{(\dot{e}_z \cos \varphi - \dot{u}_R \text{ sen } \varphi)^2}{200} \\ &= 1,781 \cdot 0,8 + 3,58 \cdot 0,6 - \frac{(3,58 \cdot 0,8 - 1,781 \cdot 0,6)^2}{200} \\ &= 1,425 + 2,15 + 0,0167 = 3,592 \% \text{ de } U_{20} \end{aligned}$$

Nótese la escasa influencia del 3.<sup>er</sup> sumando. Prescindiendo de él resulta  $\Delta \dot{u} = 3,575 \%$

Estas caídas significan en valor absoluto

$$\Delta U_z = 3,592 \frac{400}{100} = 14,37 \text{ V}$$

o sea que la tensión secundaria varía desde 400 V en vacío a  $400 - 14,37 = 385,63$  V a P.C. y  $\cos \varphi = 0,8$ .

La tensión nominal de la red es de 380 V.

## 2.10 CÁLCULO DE UN TRANSFORMADOR

2.10.01 **Generalidades** — Resumimos también con un ejemplo el cálculo completo de un transformador incluyendo, de paso, la relación de fórmulas y tablas que intervienen en el proceso.

2.10.02 **Datos principales**

- 001) Transformador trifásico  $\boxed{m = 3}$
- 002) Potencia primaria absorbida  $\boxed{P_{b1} = 2000}$  kVA <sup>(1)</sup>
- 003) Tensión primaria, compuesta  $\boxed{U_1 = 30000 \pm 5 \%}$  V <sup>(2)</sup>
- 004) » secundaria, compuesta en vacío  $\boxed{U_2 = 400/231}$  V <sup>(2)</sup>
- 005) Conexiones Y/y con neutro en la baja
- 006) Frecuencia  $\boxed{f = 50}$  Hz
- 007) Tipo : en baño de aceite
  - : refrigeración natural
  - : caja ondulada

(1) Consignamos, siguiendo las Normas, como potencia nominal la potencia aparente primaria en bornes  $P_{b1}$ . Si se diera como dato la potencia aparente secundaria  $P_b$ , deduciríamos  $P_{b1}$  por

$$P_{b1} = \frac{P_b \cos \varphi}{\eta \cos \psi} \text{ (kVA)}$$

admitiendo un valor provisional del rendimiento  $\eta$  y de  $\psi > \varphi$  aunque muy poco distinto de este último.

(2) Tomamos también, de acuerdo con las Normas, la tensión secundaria en vacío como nominal. Si se especificara la tensión en carga y  $\cos \varphi$  dado habría que admitir provisionalmente una cierta caída de tensión

008) Normas: Comisión Electrotécnica Internacional

009) Servicio: Distribución

010) Tensiones primarias por fase  $U_{11} = \frac{U_1}{\sqrt{3}} = \frac{30 \pm 5\%}{\sqrt{3}} = \frac{30}{\sqrt{3}} \pm \pm \frac{5\%}{\sqrt{3}}$ 

$$5\% \text{ de } 30 \text{ kV} = 1500 \text{ V}; \quad \frac{30}{\sqrt{3}} = 17320 \text{ V}; \quad \frac{1500}{\sqrt{3}} = 866 \text{ V}$$

1.ª toma  $\boxed{U_{11}} = 17320 + 866 = \boxed{18186} \text{ V}$

2.ª toma (Normal)  $\boxed{U_{11}} = \quad = \boxed{17320} \text{ »}$

3.ª toma  $\boxed{U_{11}} = 17320 - 866 = \boxed{16454} \text{ »}$

011) Corrientes primarias por fase <sup>(1)</sup>  $\boxed{I_{11}} = \frac{P_{b1}/m}{U_{11}} = \frac{2000/3}{U_{11}} = \frac{666,7}{U_{11}}$ 

1.ª toma  $\boxed{I_{11}} = \frac{666,7}{18,186} = \boxed{36,6} \text{ A/fase}$

2.ª toma (Normal)  $\boxed{I_{11}} = \frac{666,7}{17,32} = \boxed{38,5} \text{ »}$

3.ª toma  $\boxed{I_{11}} = \frac{667}{16,454} = \boxed{40,5} \text{ »}$

012) Corriente secundaria por fase <sup>(2)</sup>

$$\boxed{I_{12}} = \frac{P_{b1}/m}{U_{12}} = \frac{2000/3}{231} = \boxed{2885} \text{ A/fase}$$

## 2.10.03 Dimensiones del núcleo

a) Valores provisionales

021) Diámetro del núcleo  $D$ 

Para  $P_{b1} = 2000 \text{ kVA}$ ,  $D = 275 \text{ mm}$  (fig 2.09.05 a)

022) Potencia específica  $C$ 

Para  $P_{b1} = 2000 \text{ kVA}$ ,  $U_1 = 30 \text{ kV}$  y  $f = 50 \text{ Hz}$ ,  $C = 11,8 \frac{\text{kVA}}{\text{dm}^3}$  (fig 2.09.04 a)

(1) Se supone que al transformador debe mantener su potencia íntegra de 2000 kVA en cualquiera de las tomas, es decir con cualquiera de las tres tensiones primarias.

(2) Calculada con la potencia nominal (primaria) y la tensión secundaria en vacío (según las Normas).

023) Volumen prismático por columna  $V_0 = \frac{P_{b1}/m}{C} = \frac{2000/3}{11,8} = 56,5 \text{ dm}^3$ 024) Longitud por columna  $L = \frac{V_0}{D^2} = \frac{56,5}{2,75^2} = 7,45 \text{ dm}$ 025) Anchura de ventana  $a$ 

Para  $\frac{L}{D} = \frac{7,45}{2,75} = 2,71$ ,  $\frac{a}{D} = 0,78$  (fig 2.09.06b)

$$a = \left(\frac{a}{D}\right) D = 0,78 \cdot 2,75 = 2,14 \text{ dm}$$

026) Distancia entre ejes de columnas  $M = D + a = 2,75 + 2,14 = 4,89 \text{ dm}$ 027) Inducción senoidal en vacío  $\hat{B}_{no}$ 

Para  $P_{b1} = 2000 \text{ kVA}$ ,  $\hat{B}_{no} = 1,7 \text{ T}$  (fig 2.09.02 a)

028) Factor de utilización del núcleo

Con  $\boxed{5 \text{ escalones}}$  y chapa fosfatada  $\boxed{k_o = 0,655}$  (fig. 2.01.22 a)

029) Sección neta por columna  $S_n = k_o D^2 = 0,655 \cdot 0,275^2 = 0,0495 \text{ m}^2$  [2.01.22 b]030) Espiras de baja tensión por columna <sup>(1)</sup> Para 50 Hz

$$N_2 = \frac{U_{o2}}{k_o \left(\frac{D}{6,71}\right)^2 \hat{B}_{no}} = \frac{231}{0,655 \left(\frac{2,75}{6,71}\right)^2 1,7} = 12,35 \text{ espiras/fase} \quad [2.01.22 e]$$

031) Carga lineal específica  $q = \frac{N_2 I_{12}}{L} = \frac{12,35 \cdot 2885}{74,5} = 478 \text{ Av/cm medios}$ Recomendable para  $P_{b1} = 2000 \text{ kVA}$  y  $U_1 = 30 \text{ kV}$ ,  $q = 475$  (fig. 2.09.03 a)

b) Valores definitivos (fig. 2.10.03 a croquis 1)

042) Espiras por fase secundaria (adoptadas)  $\boxed{N_2 = 13}$ 043) Diámetro del núcleo (adoptado)  $\boxed{D = 27} \text{ cm}$ 044) Sección por columna  $\boxed{S_n} = k_o D^2 = 0,655 \cdot 0,27^2 = \boxed{0,0475} \text{ m}^2$  [2.01.22 b]

(1) Debe iniciarse el cálculo por el bobinado de menor tensión cuyo número de espiras es más bajo, y ha de redondearse a una cifra entera.



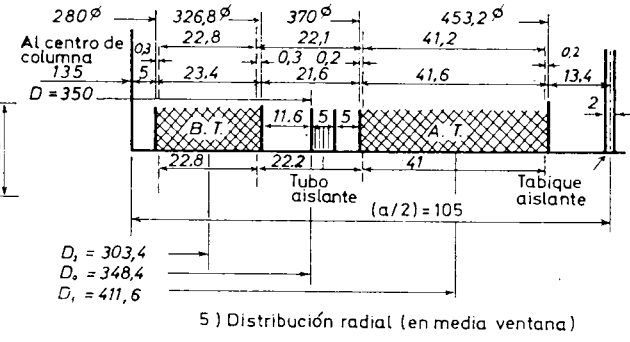
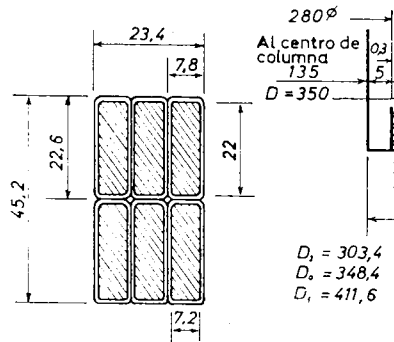
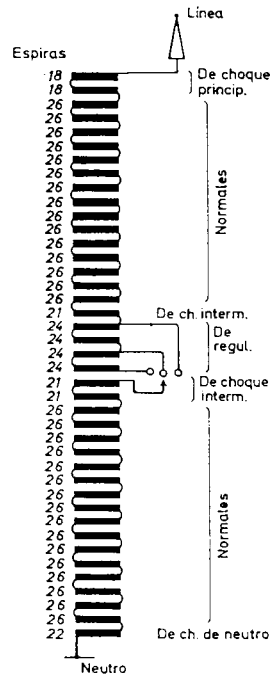
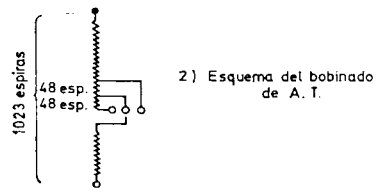
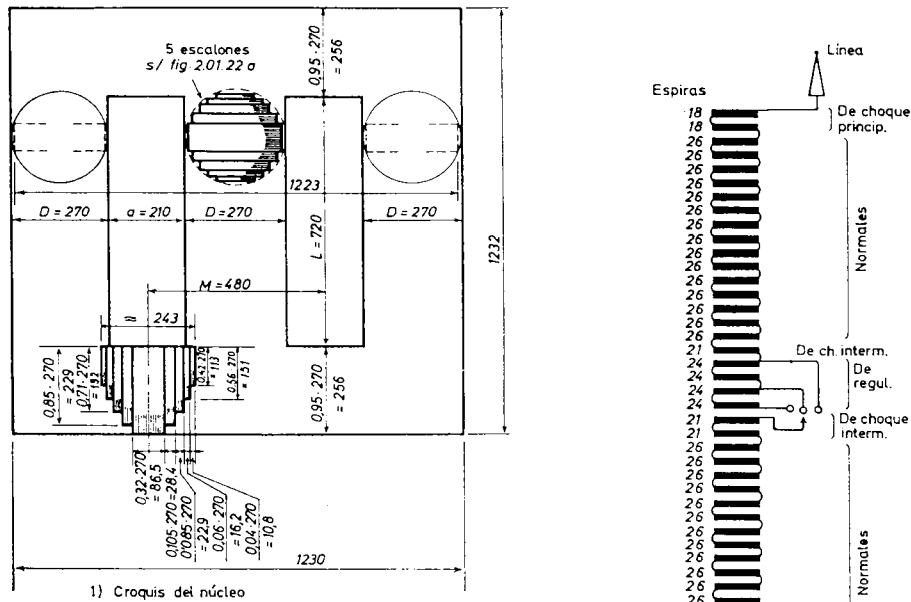


Fig. b.10.12 a.

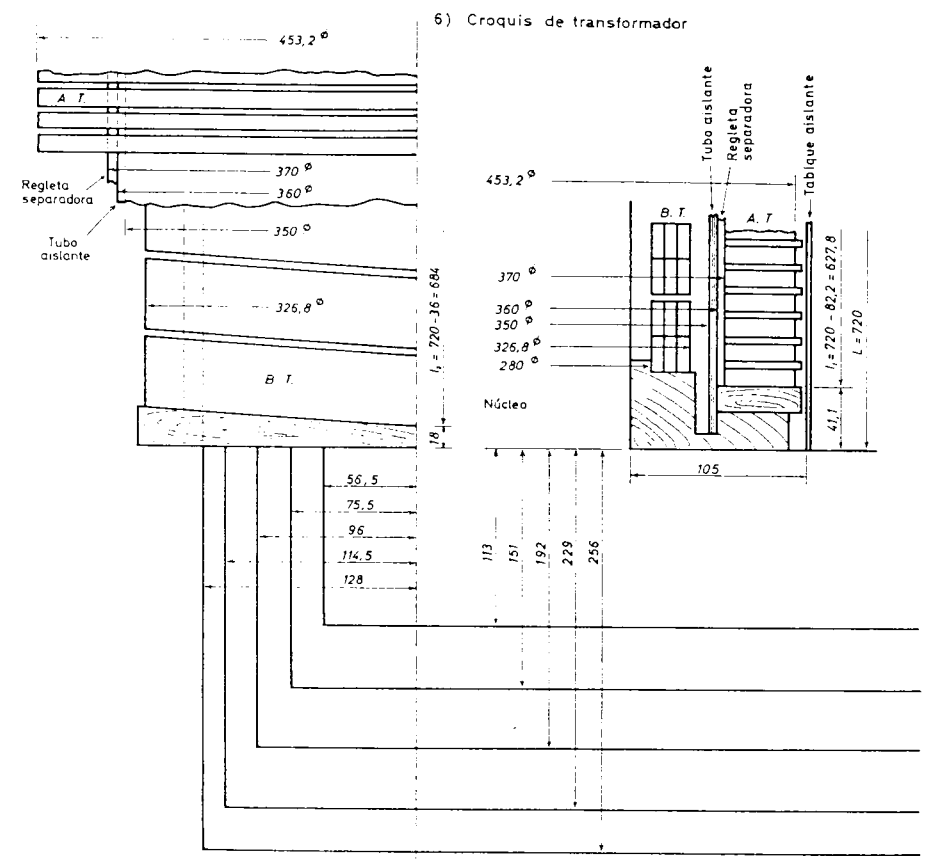


Fig. 2.10.03 a. Transformador trifásico de 2000 kVA 30000 ± 5%/400-231 V 50 Hz conexión Y/y.

045) Inducción senoidal en el núcleo. Para  $f = 50$  Hz,

$$\hat{B}_{no} = \frac{U_{12}}{k_o N_2 \left(\frac{D}{6,71}\right)^2} = \frac{231}{0,655 \cdot 13 \left(\frac{27}{6,71}\right)^2} = 1,68 \text{ T} \quad [2.01.22 e]$$

046) Longitud por columna (adoptado)  $(1) \boxed{L = 72} \text{ cm}$

047) Carga lineal específica media  $\boxed{q} = \frac{N_2 I^2}{L} = \frac{13 \cdot 2885}{72} = \boxed{521} \text{ Ac/cm}$

048) Anchura de ventana (adoptado)  $(1) \boxed{a = 21,0} \text{ cm}$

049) Proporciones de la ventana

$$\frac{L}{D} = \frac{72}{27} = 2,67 \quad \frac{a}{D} = \frac{21}{27} = 0,778$$

(Relación óptima,  $\frac{a}{D} = 0,774$ ) (fig. 2.09.06<sub>a</sub>, b)

050) Distancias entre centros de columnas  $M = D + a = 27 + 21 = 48 \text{ cm}$

#### 2.10.04 Bobinados

c) *Números de espiras y sección de los conductores* (Fig. 2.10.03 a croquis 2)

061) Espiras del primario  $N_1 = N_2 \frac{U_{11}}{U_{12}}$  (2.09.26 a)

Toma principal  $\boxed{N_1} = 13 \frac{17320}{231} = \boxed{975}$  espiras/fase

Espiras entre tomas  $= \frac{5}{100} 975 = 48,75 \approx \boxed{48}$  espiras

1.<sup>a</sup> Toma  $975 + 48 = \boxed{1023}$  espiras

2.<sup>a</sup> »  $= \boxed{975}$  »

3.<sup>a</sup> »  $975 - 48 = \boxed{927}$  »

062) Tensión por espiras  $\boxed{U_N} = \frac{17320}{975} = \boxed{17,75} \text{ V/espira}$

063) Densidad de corriente en la B.T.  $(2) \boxed{A_2 = 3,04} \text{ A/mm}^2$

064) Sección de cobre por conductor de B.T.  $\boxed{s_2} = \frac{I_2}{A_2} = \frac{2885}{3,04} = \boxed{950} \text{ mm}^2$

(1) Los valores definitivos de  $L$  y  $a$  aunque figuren ya aquí en el ejemplo, no pueden decidirse hasta que se ha resuelto completamente la distribución del devanado en la ventana (párr. 2.10.06 y 07) por lo cual es preciso *tantear* partiendo de las cifras provisionales y con ajuste adecuado de las dimensiones (alto y grueso) de las barras conductoras.

(2) Se ha ajustado la densidad de corriente a un valor fraccionario para llegar, después de un tanteo previo, a dimensiones comerciales del cobre, es decir anchura y altura de las barras en un número entero de décimas de mm. (Véanse párr. 2.10.06 y 07).

065) Densidad de corriente en la A.T.  $(1) \boxed{A_1 = 3,07} \text{ A/mm}^2$

(Con la intensidad correspondiente a la toma de máxima corriente)  
(párr. 2.09.08)

066) Sección de cobre por conductor de A.T.  $\boxed{s_1} = \frac{I_1}{A_1} = \frac{40,5}{3,07} = \boxed{13,2} \text{ mm}^2$

067) Densidad de corriente según la toma de regulación

3.<sup>a</sup> Toma  $\boxed{A_1} = \boxed{3,07} \text{ A/mm}^2$

2.<sup>a</sup> »  $\boxed{A_1} = \frac{38,5}{13,2} = \boxed{2,92}$  »

1.<sup>a</sup> »  $\boxed{A_1} = \frac{36,6}{13,2} = \boxed{2,77}$  »

068) Recubrimiento de los conductores (aislamiento entre espiras)

B.T. — Cinta de algodón solapando a 1/2

Incremento doble pared  $\boxed{0,6} \text{ mm}$  (párr. 2.09.10)

A.T. — Espiras normales: 4P (4 capas de papel)

Incremento doble pared  $\boxed{0,4} \text{ mm}$  (fig. 2.09.10 a)

Espiras principales de choque: 6P (6 capas de papel)

Incremento doble pared  $\boxed{0,8} \text{ mm}$

Espiras intermedias de choque: 5P (5 capas de papel)

Incremento doble pared  $\boxed{0,6} \text{ mm}$

069) Espiras mínimas de choque en el lado de línea

Máximo refuerzo: 1 % de  $N_1 = \frac{1}{100} 1023 \approx 10$  espiras (párr. 2.09.10 b)

Refuerzo medio: 2 % de  $N_1 = \frac{2}{100} 1023 \approx 20$  espiras (párr. 2.09.10 b)

(1) Véase nota (2) de la pág. anterior.

2.10.05 Distancias aislantes<sup>(1)</sup>

d) De las bobinas. Arrollamientos concéntricos

071) Entre bobinado de B.T. y columna

Para  $U_2 = 400$  V,  $k = 3$  mm (adoptado  $5$  mm) (fig. 2.09.10 d)

072) Grosor del tubo aislante entre B.T. y núcleo

Para  $U_2 = 400$  V,  $m = 1,5$  mm (adoptado  $0$  mm) (fig. 2.09.10 e)Se suprime este tubo en el presente transformador. El aislamiento de los conductores y la distancia  $k$  en el aceite bastan; la rigidez mecánica de las bobinas tampoco lo precisan. La refrigeración queda mejorada.

073) Radial entre bobinas de B.T. y A.T.

Para  $U_1 = 30$  kV,  $j = 20$  mm (adoptado  $21,6$  mm) (fig. 2.09.10 d)

074) Grosor de los tubos entre B.T. y A.T.

Para  $U_1 = 30$  kV,  $l = 5$  mm (adoptado  $5$  mm) (fig. 2.09.10 e)

075) Distancia entre bobinas de A.T. de columnas sucesivas

Para  $U_1 = 30$  kV,  $p = 25$  mm (adoptado  $26,8$  mm) (fig. 2.09.10 g)

076) Tabique de prespan entre fases

Para  $U_1 = 30$  kV,  $q = \frac{1}{3} l = \frac{5}{3} = 1,7$  mm (adoptado  $2$  mm) (fig. 2.09.10 g)

077) Distancia axial desde el final de la B.T. al yugo

Para  $U_2 = 400$  V,  $o = 10$  mm (adoptado  $13$  mm) (fig. 2.09.10 f)

078) Distancia axial desde el final de la A.T. al yugo

Para  $U_1 = 30$  kV,  $n = 40$  mm (adoptado  $41,1$  mm) (2.09.10 f)079) Separación axial entre espiras (o bobinas) de B.T. para la refrigeración (o aislamiento).  $a' = 4$  mm080) Separación axial entre bobinas de A.T. Arrollamiento concéntrico  $a = 4$  mm (fig. 2.09.10 c croquis a)

081) Grosor de disco aislante con bobinas adyacentes (fig. 2.09.10 c croquis b)

(1) Los valores definitivos que figuran como adoptados lo han sido tras ajustar en diversos tanteos la distribución de las bobinas (párr. 2.10.06 y 07) a fin de que resulten cifras convenientes para los diámetros interiores de los tubos aislantes y de los mismos bobinados, de tal modo que no obliguen a crear mandriles en número excesivo. El escalonado de los diámetros citados se admite que pueda ser de 5 en 5 mm.

A.T.  $a =$ B.T.  $a =$ 

082) Saliente de disco con bobinas adyacentes (fig. 2.09.10 c)

A.T.  $b =$ B.T.  $b =$ 

e) Arrollamientos alternados

091) Separación axial entre bobinas de B.T. para refrigeración. Arrollamientos alternados = (fig. 2.09.10 c croquis d)

092) Separación axial entre bobinas de A.T. para refrigeración. Arrollamientos alternados = (fig. 2.09.10 c croquis d)

093) Separación axial de aislamiento entre bobinas de alta y baja tensión. Arrollamientos alternados

En aceite) Tensión nominal  $U =$ Al aire ) Tensión de prueba  $U_n =$  (tabla 1.02.07 b)Distancia  $a$ En aceite)  $a = 1U \geq 10 =$  mm (fig. 2.09.10 c croquis c y d)Al aire )  $a = 1,5U_n \geq 15 =$  mm (fig. 2.09.10 c croquis c y d)

094) Grosor del aislamiento entre bobinas de alta y baja tensión. Arrollamientos alternados

En aceite)  $b = \frac{a}{2}$  (fig. 2.09.10 c croquis c)Al aire )  $b = 3$  mm (fig. 2.09.10 c croquis c)

f) Distancia entre terminales

101) Distancia explosiva al aire entre bornes de B.T. (1)

Para  $U_2 = 400$  V,  $r =$  (fig. 2.09.10 i)

102) Distancia explosiva al aire entre bornes de A.T.

Para  $U_1 = 30$  kV,  $r = 280$  mm (fig. 2.09.10 i)Los bornes de A.T. se colocarán a la misma distancia entre centros que las columnas o sea  $M = 480$  mm (fig. 2.10.03 a) lo que da una distancia  $r$  sobrada

(1) La distancia mínima de montaje que en este transformador requieren las bridas de fijación de los bornes proporciona una separación entre partes activas ya superior a la eléctricamente necesaria.

- 103) Distancia de ajuste entre los explosores de los bornes de B.T.  
 B.T.  
 Para  $U_2 = 400 \text{ V}$   $x =$  (fig. 2.09.10 i)
- 104) Distancia de ajuste entre los explosores de los bornes de A.T.  
 A.T.  
 Para  $U_1 = 30 \text{ kV}$   $x = 220 \text{ mm}$  (fig. 2.09.10 i)
- 105) Distancia mínima de bornes de A.T. a masa  
 Para  $U_1 = 30 \text{ kV}$   $s = 325 \text{ mm}$  (fig. 2.09.10 i)

2.10.06 Distribución del bobinado de B.T. (1)

- g) Axialmente
- 111) Tipo de bobina  
 De hilo de...  
 De barra en hélice
- 112) Espacio axial total ocupado por las distancias aislantes y de refrigeración  
 $A = 2 \cdot o + Na' = 2 \cdot 18 + 13 \cdot 4 = 88 \text{ mm}$
- 113) Longitud disponible para el bobinado de B.T.  
 $B = L - A = 720 - 88 = 632 \text{ mm}$
- 114) Altura disponible por espira aislada  
 Número de capas 1  
 Espiras por capa 13  
 Altura por espira (2) =  $\frac{632}{13 + 1} = 45,2 \text{ mm}$ , aislada
- 115) Dimensiones del conductor de B.T. (fig. 2.10.03 a)  
 Sección de cobre  $s_2 = 950 \text{ mm}^2$   
 Barras en paralelo por conductor = 6  
 Sección por barra  $\frac{950}{6} = 158 \text{ mm}^2$   
 Aisladas individualmente, con transposiciones circulares (en forma de cableado).  
 Bobinado de plano  
 Barras en altura axial = 2  
 » » el grueso radial = 3

(1) Si el devanado de B.T. es de voltaje suficientemente elevado para adoptar el mismo tipo de construcción que el de A.T., se seguirá el proceso de cálculo de este último (parr. 2.10.07) Si es de hilo redondo, se tendrá en cuenta en (114) su diámetro aislado y se deducirá el número de espiras que caben axialmente.

(2) El número de espacios requeridos por  $N$  espiras en hélice excede siempre en una unidad al de espiras.

- Altura por barra aislada =  $\frac{45,2}{2} = 22,6 \text{ mm}$   
 » » » desnuda =  $22,6 - 0,6 = 22 \text{ mm}$   
 Grueso por barra desnuda  $\frac{158}{22} = 7,2 \text{ mm}$   
 » » » aislada  $7,2 + 0,6 = 7,8 \text{ mm}$   
 Dimensiones totales del conductor (fig. 2.10.03 a croquis 3)  
 6 barras =  $(2 \text{ vertic} \times 3 \text{ horiz.}) \times \left( \frac{22 \times 7,2}{22,6 \times 7,8} \text{ mm} \begin{matrix} \text{desnuda} \\ \text{aislada} \end{matrix} \right)$

h) Radialmente

- 121) Grueso radial del bobinado de B.T.  $\delta_2 = 1 \cdot 23,4 = 23,4 \text{ mm}$
- 122) Espacio radial total ocupado por las distancias aislantes  
 $C = k + j + \frac{p}{2} = 5 + 21,6 + \frac{26,8}{2} = 40 \text{ mm}$
- 123) Espacio radial disponible para los bobinados  
 $E = \frac{a}{2} - C = \frac{210}{2} - 40 = 65,0 \text{ mm}$
- 124) Espacio radial disponible para la A.T.  
 $\delta_1 = E - \delta_2 = 65 - 23,4 = 41,6 \text{ mm}$

2.10.07 Distribución del bobinado de A.T.

i) Axialmente

- 131) Tipo de bobina  
 De hilo en hélice ..... mm  $\otimes$  individual  
 — por pares, separadas, en dobletes  
 — por bobinas dobles en dobletes  
 De barra en espiral  
 — por pares, separadas, en dobletes  
 — por pares conjuntos en doblete con disco de aislamiento intercalado de ..... mm
- 132) Tensión máxima por bobina  $\approx 1000 \text{ V}$  (párr. 2.09.10/3º)
- 133) Número máximo de espiras por bobina  $N_k = \frac{1000}{U_N} = \frac{1000}{17,75} = 56$

134) Número mínimo de bobinas principales  $\frac{927 \text{ esp}}{56} = 16,6 \approx 17$

135) Distribución axial de las bobinas, (1) fig. 2.10.03 a croquis 4

Clase	Cant.	Esp. por bobina	Esp. por clase	Esp. por capa	Grosor axial de aislamiento
Choque pral.	2	18	36	I	$2 \times 1 \times 0,8 = 1,6$
Normales	15	26	390	I	$15 \times 1 \times 0,4 = 6,0$
Choque interm.	1	21	21	I	$1 \times 1 \times 0,6 = 0,6$
Regul. (choque interm.)	2	24	48	I	$2 \times 1 \times 0,6 = 1,2$
Regul. ( » » )	2	24	48	I	$2 \times 1 \times 0,6 = 1,2$
Choque interm.	2	21	42	I	$2 \times 1 \times 0,6 = 1,2$
Normales	16	26	416	I	$16 \times 1 \times 0,4 = 6,4$
Neutro (choque interm.)	1	22	22	I	$1 \times 1 \times 0,6 = 0,6$
	41		1023		18,8

136) Espacio axial disponible para el cobre

Longitud por columna (046)	$L = 720,0 \text{ mm}$
Aislamiento axial de los conductores (135)	$= 18,8 \text{ »}$
Espacio entre las 41 bobinas (079) $40 \cdot 4$	$= 160,0 \text{ »}$
Distancias extremas del bobinado (078) $40 + 40$	$= 80,0 \text{ »}$
Suma	$258,8 \text{ mm}$

Espacio disponible para el cobre  $720 - 258,8 = 461,2 \text{ mm}$

Altura media por barra desnuda  $b_{e1} = \frac{461,2}{41} = 11,25 \text{ mm}$

Grosor medio por barra  $h_1 = \frac{s_1}{b_{e1}} = \frac{13,2}{11,25} = 1,17 \text{ mm}$

137) Secciones adoptadas

Conductores normales de	$\frac{11 \times 1,2}{11,4 \times 1,6}$ desnudo	13,2 mm <sup>2</sup>
	aislado	
Conductores de choque intermedios	$\frac{11 \times 1,2}{11,6 \times 1,8}$ »	13,2 »
Conductores de choque principales	$\frac{11 \times 1,2}{11,8 \times 2}$ »	13,2 »
Conductores de bobinas de regulación	$\frac{13 \times 1}{13,6 \times 1,6}$ »	13,0 »

(1) Establecida después de algunos tanteos. El número de capas (de espiras de bobina en este caso) se ajustará procurando, a fin de aprovechar bien el espacio, que resulte el mismo grosor radial para todas las bobinas. A veces conviene, como aquí, cambiar, a este efecto, las dimensiones del cobre en las espiras de choque conservando la sección.

138) Grosor radial de las bobinas

Normales	$26 \times 1,6 = 41,6 \text{ mm}$
De choque intermedias	$\begin{cases} 21 \times 1,8 = 37,8 \text{ »} \\ 22 \times 1,8 = 39,6 \text{ »} \end{cases}$
De choque principales	$18 \times 2 = 36 \text{ »}$
De regulación (choque interm.)	$24 \times 1,6 = 38,4 \text{ »}$

139) Distribución axial definitiva de la A.T.

37 cobres $\times 11 \text{ mm}$ por cobre	407,0 mm
4 » $\times 13 \text{ »}$ » » »	52,0 »
Aislamiento de las 41 bobinas (135)	18,8 »
40 separaciones entre bobinas $\times 4 \text{ mm}$	160,0 »
Distancias extremas entre arroll. y yugo $41,1 + 41,1 =$	82,2 »
Total	$L = 720,0 \text{ mm}$

j) Radialmente (Fig. 2.10.03 croquis 5)

151) Distribución radial definitiva

Distancia entre núcleo y bobina de B.T. (071)	5,0 mm
(Con tubo intermedio de ..... mm)	
Grosor bobina de B.T. (121)	23,4 »
Distancia entre bobinado B.T. y A.T. (073)	21,6 »
(Con tubos intermedios de 5 mm total) (074)	
Grosor máximo del bobinado A.T. (124)	41,6 »
Distancias entre bobinados de A.T. = 26,8; mitad,	
(Con tabique aislante intermedio de 2 mm) (076)	13,4 »

Mitad de anchura de ventana  $\frac{a}{2} = 105,0 \text{ mm}$

Anchura total de ventana  $a = 2 \times 105 = 210 \text{ mm}$

2.10.08 Pérdidas en el hierro

k) Pesos del núcleo

161) Calidad de la chapa: Unisil 62 sin recocer después del mecanizado (fig. 1.03.10 e)

Peso específico  $\gamma_{Fe} = 7,65 \text{ kg/dm}^3$

162) Inducción en el yugo

Tomaremos la misma que en el núcleo  $\hat{B}_{yo} = 1,68 \text{ T}$

163) Sección neta del yugo  $S_y = S_n \frac{\hat{B}_{no}}{\hat{B}_{yo}} = 0,475 \text{ m}^2$

164) Longitud media de una culata (escalonada)

$L_y = 2 M + h_m = 2 \cdot 48 + 0,782 \cdot 27 = 117,1 \text{ cm}$  (fig. 2.01.22 a)

165) Peso total del yugo

$G_y = 2 S_y L_y \gamma_{Fe} = 2 \cdot 4,75 \cdot 11,71 \cdot 7,65 = 850 \text{ kg}$

166) Peso total de las columnas

$$G_n = 3 S_n L \gamma_{Fe} = 3 \cdot 4,75 \cdot 7,2 \cdot 7,65 = 785 \text{ kg}$$

167) Peso total del núcleo  $\boxed{G_{Fe}} = 850 + 785 = \boxed{1635} \text{ kg}$ 1) Pérdidas (chapas Unisil 62) [fig. 1.03.10 e]

171) Pérdidas específicas (con 20 % de aumento por ausencia del recocido)

$$\text{Yugo. Para } \hat{B}_{vo} = 1,68 \text{ T, } p_{Fe,y} = 1,2 \cdot 2,05 = 2,46 \text{ W/kg}$$

$$\text{Columnas. Para } \hat{B}_{no} = 1,68 \text{ T, } p_{Fe,n} = 1,2 \cdot 2,05 = 2,46 \text{ »}$$

172) Pérdidas en el hierro

$$\text{Yugo } p_{Fe,y} = p_{Fe,y} G_y = 2,46 \cdot 850 = 2090 \text{ W}$$

$$\text{Columnas } p_{Fe,n} = p_{Fe,n} G_n = 2,46 \cdot 785 = \underline{1930} \text{ »}$$

$$\text{Totales en el hierro } p_{Fe} = 4020 \text{ W}$$

(Normales según tabla 2.09.11 a: Para 2000 kVA y 30 kV,  $p_{Fe} = 4005 \text{ W}$ )

2.10.09 Pérdidas en el cobre

m) Pesos del cobre

181) Longitudes de la espira media (fig. 2.10.03 a croquis 5)

$$\text{B.T. } l_{m2} = \pi D_2 = \pi \cdot 0,3034 = 0,952 \text{ m}$$

$$\text{A.T. } l_{m1} = \pi D_1 = \pi \cdot 0,4116 = 1,292 \text{ »}$$

182) Pesos del cobre

B.T. — Incluyendo las conexiones a los bornes que las supondremos de 1 m por fase

$$\boxed{G_{cu2}} = 3 \gamma_{cu} (N_2 l_{m2} + 1) \frac{S_2}{1000} = 3 \cdot 8,9 (13 \cdot 0,952 + 1) \frac{950}{1000} = \boxed{339} \text{ kg}$$

A.T. — En la toma media

$$\boxed{G_{cu1}} = 3 \gamma_{cu} (N_1 l_{m1}) \frac{S_1}{1000} = 3 \cdot 8,9 (975 \cdot 1,292) \frac{13,2}{1000} = \boxed{445} \text{ kg}$$

$$\text{Total para la toma media } G_{cu} = G_{cu1} + G_{cu2} = \boxed{784} \text{ kg}$$

n) Pérdidas por efecto JOULE

191) Pérdidas por corriente continua en el cobre a 75 °C

$$\text{B.T. } p_{J2} = 2,44 G_{cu2} \Delta_2^2 = 2,44 \cdot 339 \cdot 3,04^2 = 7650 \text{ W}$$

$$\text{A.T. } p_{J1} = 2,44 G_{cu1} \Delta_1^2 = 2,44 \cdot 445 \cdot 2,92^2 = \underline{9250} \text{ »}$$

Totales por corriente continua a 75 °C  $p_J = 16900 \text{ W}$ 192) Pérdidas por corriente continua en el cobre a 40 + 65 = 105 °C  $h_\theta = 1,1$  (tabla 1.01.16 b)

$$\text{B.T. } p_{J2} = 1,1 \cdot 7650 = 8420 \text{ W}$$

$$\text{A.T. } p_{J1} = 1,1 \cdot 9250 = \underline{10160} \text{ »}$$

$$\text{Total } p_J = 18580 \text{ W}$$

o) Pérdidas adicionales <sup>(1)</sup> en el cobre (con transposiciones completas en la B.T.)

201) Longitud de cobre paralelamente al flujo de dispersión

$$\text{B.T. } l_{c2} = \Sigma b_{c2} = (2 \times 13) \text{ cobres} \times 22 \text{ mm} = 572 \text{ mm} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{(fig. 1.10.41 a)} \\ \text{(fig. 2.10.03 a)} \end{array} \right.$$

$$\text{A.T. } l_{c1} = \Sigma b_{c1} = (1 + 16 + 2 + 1 + 15 + 2) 11 + 4 \cdot 13 = 459 \text{ mm} \quad \left\{ \begin{array}{l} y \\ \text{[1.10.41 c]} \end{array} \right.$$

202) Grosor de cobre por entrecarra

$$\text{B.T. } \delta_{c2} = \Sigma h_2 = 3 \cdot 7,2 = 21,6 \text{ mm} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{(fig. 1.10.41 a)} \\ \text{(fig. 2.10.03 a)} \end{array} \right.$$

$$\text{A.T. } \delta_{c1} = \Sigma h_1 = 26 \cdot 1,2 = 31,2 \text{ »} \quad \left\{ \begin{array}{l} y \\ \text{[1.10.41 e]} \end{array} \right.$$

203) Grosor de bobina por entrecarra

$$\text{B.T. } \delta_{c2} = 3 \cdot 7,8 - 0,6 = 22,8 \text{ mm} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{(fig. 1.10.41 a)} \\ y \end{array} \right.$$

$$\text{A.T. } \delta_{c1} = 26 \cdot 1,6 - 0,4 = 41,2 \text{ »} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{(fig. 2.10.03 a)} \end{array} \right.$$

204) Grosor de entrecarra

$$\delta_c = 21,6 + 0,2 + 0,3 = 22,1 \text{ mm} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{(fig. 1.06.13 a)} \\ y \\ \text{(fig. 2.10.03 a)} \end{array} \right.$$

205) Longitud de dispersión equivalente <sup>(2)</sup> (fig. 2.10.03 a croquis 6)

$$\text{B.T. } L_2 = l_2 + 2 \delta_{c2} = 684 + 2 \cdot 22,8 = 729,6 \text{ mm} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{[1.10.41 d]} \end{array} \right.$$

$$\text{A.T. } L_1 = l_1 + 2 \delta_{c1} = 627,8 + 2 \cdot 41,2 = 710,2 \text{ »}$$

206) Alturas ficticias, a 75 °C  $\left( \rho = 0,0217 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \right)$  (Tabla 1.01.16 b)

$$\text{B.T. } \zeta_2 = \alpha_2 h_2 = 0,2 \pi \sqrt{\frac{l_{c2} \delta_{c2}}{L_2 \delta_{c2} 10^3 \rho}} \frac{f}{10^3 \rho} h_2 =$$

(con permutaciones)

$$= 0,2 \pi \sqrt{\frac{572 \cdot 21,6}{729,6 \cdot 22,8}} \frac{50}{10^3 \cdot 0,0217} 0,72 = 0,59 \text{ cm} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{(fig. 2.10.03 a)} \\ y \\ \text{[1.10.41 a y b]} \end{array} \right.$$

$$\text{A.T. } \zeta_1 = \alpha_1 h_1 = 0,2 \pi \sqrt{\frac{l_{c1} \delta_{c1}}{L_1 \delta_{c1} 10^3 \rho}} \frac{f}{10^3 \rho} h_1 =$$

$$= 0,2 \pi \sqrt{\frac{459 \cdot 31,2}{710,2 \cdot 41,2}} \frac{50}{10^3 \cdot 0,0217} 0,12 = 0,08 \text{ cm}$$

(1) Para el caso de más de dos arrollamientos por columna (primario, secundario, terciario...etc.) véanse párrafos 1.10.43 y 44, Ejemplo 4.º, y párrafos 1.10.45 y 46.

(2) Para el cálculo de  $L_1$  y  $L_2$  no vale la pena descontar de  $l_1$  y  $l_2$  el grosor de las cubiertas aislantes en los conductores extremos.

207) Alturas ficticias a 105 °C ( $k_\theta = 1,1$ ) (Tabla 1.01.16 b)

$$\left. \begin{array}{l} \text{B.T. } \zeta_2 = \frac{0,59}{\sqrt{1,1}} = 0,562 \\ \text{A.T. } \zeta_1 = \frac{0,08}{\sqrt{1,1}} = 0,076 \end{array} \right\} \begin{array}{l} [1.10.41 \text{ a}] \\ \text{y} \\ [b] \end{array}$$

208) Número de capas transversales por entrecara

B.T. (con permutaciones)  $\nu_{e2} = 3$

A.T.  $\nu_{e1} = 26$  (fig. 2.10.03 a)

209) Coeficiente de pérdidas adicionales <sup>(1)</sup> a 75 °C

B.T. Para  $\zeta_2 = 0,59$  y  $\nu_{e2} = 3$ ,  $k_2 = 12\%$   $K_2 = 1,12$

A.T. »  $\zeta_1 = 0,08$  y  $\nu_{e1} = 26$ ,  $k_1 = 0$   $K_1 = 1,0$  (fig. 1.10.36 a)

210) Coeficiente de pérdidas adicionales a 105 °C

B.T. Para  $\zeta_2 = 0,562$  y  $\nu_{e2} = 3$ ,  $k_2 = 9\%$   $K_2 = 1,09$

A.T. »  $\zeta_1 = 0,0733$  y  $\nu_{e1} = 26$ ,  $k_1 = 0$   $K_1 = 1,0$  (fig. 1.10.36 a)

p) Pérdidas totales en el cobre

221) Pérdidas en el cobre con corriente alterna de 50 Hz a 75 °C (a efectos del rendimiento)

B.T.  $p_{cu2} = K_2 p_{J2} = 1,12 \cdot 7650 = 8550 \text{ W}$

A.T.  $p_{cu1} = K_1 p_{J1} = 1 \cdot 9250 = 9250 \text{ »}$

Totales  $p_{cu} = 17800 \text{ W}$

(Admisibles según la tabla 2.09.11 a,  $p_{cu} = 22083 \text{ W}$ )

En valor relativo,

$$\frac{p_{cu}}{P_{\delta 1}} = \frac{17,8}{2000} \cdot 100 = 0,89 \text{ \% de } P_{\delta 1}$$

222) Pérdidas en el cobre con corriente alterna de 50 Hz a 105 °C (a efectos de calentamiento)

B.T.  $p_{cu2} = K_2 p_{J2} = 1,09 \cdot 8420 = 9180 \text{ W}$

A.T.  $p_{cu1} = K_1 p_{J1} = 1 \cdot 10160 = 10160 \text{ »}$

Totales  $p_{cu} = 19340 \text{ W}$

(1) Para la A.T. y como quiera que la fig. 1.10.36a no llega al número de 26 capas se utilizará la ecuación [1.10.42d]

$$k_1 = \frac{\nu_{e1}^2 - 0,2}{9} \xi_1^4 = \frac{26^2 - 0,2}{9} 0,08^4 = 0,00307 \text{ o sea } 0,307 \text{ \% } \approx 0$$

En valor relativo,

$$\frac{p_{cu}}{P_{\delta 1}} = \frac{19,34}{2000} \cdot 100 = 0,967 \text{ \% de } P_{\delta 1}$$

2.10.10 Caída de tensión por resistencia

Puede tomarse directamente del valor de las pérdidas relativas

$$u_R = p_{cu} = 0,89 \text{ \% de } U_1 \text{ a } 75 \text{ °C}$$

$$u_R = p_{cu} = 0,967 \text{ \% de } U_1 \text{ a } 105 \text{ °C}$$

He aquí el cálculo directo, prácticamente igual.

231) Incremento equivalente de diámetro en la B.T. por las conexiones (tomemos  $l_{co1} = 1 \text{ m}$  de longitud por columna).

$$\Delta D_2 = \frac{l_{co1}}{\pi N_2} = \frac{100}{\pi \cdot 13} = 2,45 \text{ cm} \quad [2.09.29 \text{ c}]$$

232) Caída óhmica total en corriente alterna a 75 °C ( $\rho = 0,0217 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$ )

$$\begin{aligned} \frac{u_R}{U_1} &= \frac{7070 \rho}{k_o f D \hat{E}_{no}} \left( K_2 A_2 \frac{D_2 + \Delta D_2}{D} + K_1 A_1 \frac{D_1}{D} \right) = \\ &= \frac{7070 \cdot 0,0217}{0,655 \cdot 50 \cdot 27 \cdot 1,68} \left( 1,12 \cdot 3,04 \frac{30,34 + 2,45}{27} + \right. \\ &\quad \left. + 1 \cdot 2,92 \frac{41,16}{27} \right) = 0,43 + 0,46 = 0,89 \text{ \%} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} [2.09.29b \text{ y } c] \\ \text{y} \\ \text{(fig. 2.10.03 a)} \end{array} \right.$$

233) Caída óhmica total en corriente alterna a 105 °C

( $k_\theta = 1,1$ , tabla 1.01.16 b).

$$\begin{aligned} \frac{u_R}{U_1} &= \frac{7070 \cdot (0,0217 \cdot 1,1)}{0,655 \cdot 50 \cdot 27 \cdot 1,68} \left( 1,09 \cdot 3,04 \frac{30,34 + 2,45}{27} + 1 \cdot 2,92 \frac{41,16}{27} \right) \\ &= 0,459 + 0,508 = 0,967 \text{ \%} \end{aligned}$$

2.10.11 Permeancia específica

q) Dos devanados concéntricos

(fig. 1.06.13 a)

241) Dimensiones del circuito magnético de dispersión. Primario, (subíndice 1), exterior

Diámetro de la columna	$D = 270 \text{ mm}$
» medio de la bobina interior	$D_2 = 303,4 \text{ »}$
» » » entrecara	$D_0 = 348,4 \text{ »}$
» » » bobina exterior	$D_1 = 411,6 \text{ »}$
Grosor radial de la bobina interior	$\delta_2 = 22,8 \text{ »}$
» » » entrecara	$\delta_0 = 22,1 \text{ »}$
» » » bobina exterior	$\delta_1 = 41,2 \text{ »}$
Longitud del bobinado interior	$l_2 = 69,4 \text{ »}$
» » » exterior	$l_1 = 637,8 \text{ »}$

242) Longitud equivalente del circuito de dispersión.

$$L_{eq} = \frac{l_1 + l_2}{2} + (\delta_1 + \delta_2) = \frac{627,8 + 684}{2} + (41,2 + 22,8) = 719,9 = L \quad [2.09.32 a]$$

Tomaremos, pues  $L_{eq} = L = 720$  mm

243) Diámetro medio ponderado

$$D_m = \frac{D_1 \delta_1 + D_2 \delta_2}{\delta_1 + \delta_2} = \frac{411,6 \cdot 41,2 + 303,4 \cdot 22,8}{41,2 + 22,8} = 373 \text{ mm} \quad [2.09.32 b]$$

244) Permeancia específica equivalente

$$\lambda_z = \frac{1}{L_{eq}} \left( \delta_0 \frac{D_0}{D} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{3} \frac{D_m}{D} \right) = \frac{1}{72} \left( 2,21 \frac{34,84}{27} + \frac{4,12 + 2,28}{3} \frac{37,3}{27} \right) = \frac{8,05}{100} \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \quad [2.09.32 c]$$

r) *Devanado de bobinas alternadas* (fig. 1.06.14 a)

251) Dimensiones del circuito magnético

Diámetro de la columna	$D =$	cm
» medio del bobinado primario	$D_1 =$	»
» » » secundario	$D_2 =$	»
» » de la entrecara	$D_0 =$	»
Grosor axial de una bobina primaria	$\delta_1 =$	»
» » » » secundaria	$\delta_2 =$	»
» » » » entrecara	$\delta_0 =$	»
Longitud radial de una bobina primaria	$l_1 =$	»
» » » » secundaria	$l_2 =$	»
Número de entrecaras activas	$M =$	»

252) Longitud equivalente del circuito de dispersión

$$L_{eq} = \frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \text{ (cm)} \leq \frac{a}{2} \text{ cm} \quad [2.09.32 d]$$

253) Diámetro medio ponderado

$$D_m = \frac{D_1 \delta_1 + D_2 \delta_2}{\delta_1 + \delta_2} = \text{cm} \quad [2.09.32 e]$$

254) Permeancia específica equivalente

$$\lambda_z = \frac{1}{M L_{eq}} \left( \delta_0 \frac{D_0}{D} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{3} \frac{D_m}{D} \right) = \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \quad [2.09.32 f]$$

s) *Devanados biconcéntricos simétricos* (fig. 1.06.15 a)

261) Dimensiones del circuito magnético

Diámetro de la columna	$D =$	cm
» medio de los bobinados	$D_m =$	»

Grosor total del bobinado subdividido	$\delta_1 =$	cm
» radial del bobinado central	$\delta_2 =$	»
» » de una entrecara	$\delta_0 =$	»
Longitud axial del bobinado subdividido	$l_1 =$	»
» » » » central	$l_2 =$	»

262) Longitud equivalente del circuito de dispersión

$$L_{eq} = \frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} = \text{cm} \leq L \quad [2.09.32 g]$$

263) Permeancia específica equivalente

$$\lambda_z = \frac{1}{2 L_{eq}} \left( \delta_0 + \frac{\delta_1 + \delta_2}{3} \frac{D_m}{D} \right) = \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \quad [2.09.32 h]$$

t) *Devanados biconcéntricos asimétricos* (fig. 1.06.16 a)

271) Dimensiones del circuito magnético

Diámetro de la columna	$D =$	cm
» medio del bobinado interior	$D_1' =$	»
» » de la entrecara interior	$D_0' =$	»
» » del bobinado central	$D_2 =$	»
» » de la entrecara exterior	$D_0'' =$	»
» » del bobinado exterior	$D_1'' =$	»
Grosor radial del bobinado interior	$\delta_1' =$	»
» » de la entrecara interior	$\delta_0' =$	»
» » del bobinado central	$\delta_2 =$	»
» » de la entrecara exterior	$\delta_0'' =$	»
» » del bobinado exterior	$\delta_1'' =$	»
» » del bobinado subdividido	$\delta_1 = \delta_1' + \delta_1'' =$	»
Longitud axial del bobinado subdividido	$l_1 =$	»
» » » » central	$l_2 =$	»

272) Asimetría del bobinado subdividido

Espiras del devanado interior	$N_1' =$	
» » exterior	$N_1'' =$	
Densidad de corriente en el devanado interior	$J_1' =$	A/mm <sup>2</sup>
» » » » exterior	$J_1'' =$	A/mm <sup>2</sup>

Fración ponderada atribuible al devanado interior <sup>(1)</sup>

$$k_i = \frac{N_1' J_1'}{N_1' J_1' + N_1'' J_1''}$$

273) Diámetros medios correspondientes del devanado central

Grosor frente a la entrecara interior	$\delta_2' = k_i \delta_2 =$	cm
» » » » exterior	$\delta_2'' = \delta_2 - \delta_2' =$	cm

Diámetro medio frente a la entrecara interior

$$D_2' = (D_2 - \delta_2) + \delta_2' = \text{cm}$$

(1) Se ha tenido en cuenta la posible diferencia de las densidades de corriente  $J_1'$  y  $J_1''$ , en las dos fracciones del bobinado subdividido (véase párrafo 2.09.33, ejemplo 3.º).



Diámetro medio frente a la entrecara exterior

$$D_2'' = (D_2 + \delta_2) - \delta_2'' = \text{cm}$$

274) Longitud equivalente del circuito de dispersión

$$L_{eq} = \frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} = \text{cm} \leq L \quad [2.09.32 \text{ i}]$$

275) Diámetros medios ponderados de las bobinas por entrecara

$$\left. \begin{aligned} D_m' &= \frac{D_1' \delta_1' + D_2' \delta_2'}{\delta_1' + \delta_2'} = \text{cm} \\ D_m'' &= \frac{D_1'' \delta_1'' + D_2'' \delta_2''}{\delta_1'' + \delta_2''} = \text{cm} \end{aligned} \right\} [2.09.32 \text{ j}]$$

276) Permeancia específica equivalente

$$[2.09.32 \text{ k}]$$

$$\lambda_z = \frac{1}{L_{eq}} \left[ \left( \delta_o' \frac{D_o'}{D} + k_i \frac{\delta_1 + \delta_2}{3} \frac{D_m'}{D} \right) k_i^2 + \left( \delta_o'' \frac{D_o''}{D} + (1 - k_i) \frac{\delta_1 + \delta_2}{3} \frac{D_m''}{D} \right) (1 - k_i)^2 \right] = \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}}$$

u) Bobinados concéntricos con entrecaras muertas

(fig. 1.06.17 a)

281) Dimensiones del circuito magnético

Diámetro de las columnas  $D =$

Diámetros medios de las bobinas interiores

$$D_{b1}' = \quad D_{b1}'' = \quad D_{b1}''' = \quad \text{cm}$$

Diámetros medios de las entrecaras muertas interiores

$$D_{o1}' = \quad D_{o1}'' = \quad \text{cm}$$

Diámetro medio de la entrecara activa  $D_o =$  cm

Diámetros medios de las bobinas exteriores

$$D_{b2}' = \quad D_{b2}'' = \quad D_{b2}''' = \quad \text{cm}$$

Diámetros medios de las entrecaras muertas exteriores

$$D_{o2}' = \quad D_{o2}'' = \quad \text{cm}$$

Grosor de cada una de las bobinas interiores

$$\delta_{b1}' = \quad \delta_{b1}'' = \quad \delta_{b1}''' = \quad \text{cm}$$

Grosor de cada entrecara muerta interior

$$\delta_{o1}' = \quad \delta_{o1}'' = \quad \text{cm}$$

Grosor de la entrecara activa  $\delta_o =$  cm

Grosor de cada una de las bobinas exteriores

$$\delta_{b2}' = \quad \delta_{b2}'' = \quad \delta_{b2}''' = \quad \text{cm}$$

Grosor de cada entrecara muerta exterior

$$\delta_{o2}' = \quad \delta_{o2}'' = \quad \text{cm}$$

Longitud del bobinado interior  $l_1 =$  cm

» » exterior  $l_2 =$  cm

Número de bobinas concéntricas interiores  $Q_1 =$

» » » » exteriores  $Q_2 =$

282) Longitud equivalente del circuito magnético

$$L_{eq} = \frac{l_1 + l_2}{2} + \Sigma \delta_{b1} + \Sigma \delta_{o1} + \Sigma \delta_{b2} + \Sigma \delta_{o2} = \text{cm} \leq L \quad [2.09.32 \text{ l}]$$

283) Permeancia específica equivalente

[2.09.32 m]

$$\lambda_z = \frac{1}{L_{eq}} \left[ \left( \delta_o \frac{D_o}{D} + \frac{\Sigma \delta_{b1} D_{b1}}{3 D} + \frac{\Sigma \delta_{b2} D_{b2}}{3 D} \right) + \frac{Q_1 - 1,5 + \frac{1}{2 Q_1} \Sigma \delta_{o1} D_{o1}}{Q_1 - 1} + \frac{Q_2 - 1,5 + \frac{1}{2 Q_2} \Sigma \delta_{o2} D_{o2}}{Q_2 - 1} \right] = \text{cm}$$

v) Transformadores en zigzag

(fig. 1.06.18 a-3)

291) Dimensiones del circuito magnético

Diámetro de la columna  $D =$  cm

» medio del secundario  $D_2 =$  »

» » de la entrecara activa  $D_o =$  »

» » del primario  $D_1 =$  »

Grosor radial del bobinado secundario  $\delta_2 =$  »

» » de la entrecara secundaria  $\delta_o' =$  »

» » » » activa  $\delta_o =$  »

» » del bobinado primario  $\delta_1 =$  »

Longitud axial del secundario  $l_2 =$  »

» » » primario  $l_1 =$  »

292) Longitudes equivalentes del circuito magnético

$$L_{eq} = \frac{l_1 + l_2}{2} + (\delta_1 + \delta_o + \delta_o') = \text{cm} \leq L \quad [2.09.32 \text{ o}]$$

$$L_2' = l_2 + \delta_2 = \text{cm} \leq L \quad [2.09.32 \text{ q}]$$

293) Diámetro medio ponderado

$$D_m = \frac{D_1 \delta_1 + D_2 \delta_2}{\delta_1 + \delta_2} = \text{cm} \quad [2.09.32 \text{ p}]$$

294) Permeancia específica equivalente

$$\lambda_z = \frac{1}{L_{eq}} \left( \delta_o \frac{D_o}{D} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{3} \frac{D_m}{D} + \frac{\delta_o' D_2}{4 D} \right) + \frac{1}{L_2'} \left( \delta_o' + \frac{\delta_2}{3} \right) \frac{D_2}{12 D} = \frac{\text{M/Gb}}{\text{cm}} \quad [2.09.32 \text{ r}]$$

## 2.10.12 Calentamientos de los bobinados

x) Bobinas de B.T.

301) Carga lineal de la bobina

Espiras por bobina  $N_b = 1$ Corriente por bobina  $I_b = 2885$  ALongitud por bobina secundaria  $l_b = 4,52$  cm (fig. 2.10.03 a)Carga lineal por bobina  $q_b = \frac{N_b I_b}{l_b} = \frac{1 \cdot 2885}{4,52} = 638$  Ac/cm [2.09.08 a]302) Índice de calentamiento  $(q_b \Delta) = 638 \cdot 3,04 = 1940$ 303) Relación rectangular de la bobina  $\frac{b}{h} = \frac{23,4}{45,2} = 0,521$  (fig. 2.10.03 a)

304) Calentamiento sobre la temperatura del aceite

Para  $\frac{b}{h} = 0,521$  y  $(q_b \Delta) = 1940$ ,  $\Delta\theta_2 = 18$  °C (fig. 2.09.08 c)

y) Bobinas de A.T. (con la corriente máxima)

311) Carga lineal de las bobinas

Espiras por bobina  $N_b = 26$ Corriente por bobina  $I_b = 40,5$  ALongitud por bobina primaria  $l_b = 1,14$  cm (fig. 2.10.03 a)Carga lineal por bobina  $q_b = \frac{N_b I_b}{l_b} = \frac{26 \cdot 40,5}{1,14} = 923$  Ac/cm [2.09.08 a]312) Índice de calentamiento  $(q_b \Delta) = 923 \cdot 3,07 = 2845$ 313) Relación rectangular de la bobina  $\frac{b}{h} = \frac{41,6}{11,4} = 3,65$  (fig. 2.10.03 a)

314) Calentamiento sobre la temperatura del aceite

Para  $\frac{b}{h} = 3,65$  y  $(q_b \Delta) = 2845$ ,  $\Delta\theta_1 = 12,5$  °C (fig. 2.09.08 c)

## 2.10.13 Dimensiones de la cuba

z) Dimensiones exteriores del conjunto activo

321) Longitud de las culatas  $= 2M + D = 2 \cdot 480 + 270 = 1230$  mm

322) Altura del yugo escalonado (fig. 2.01.22 a, 5 escalones)

 $h_v = 0,95 D = 0,95 \cdot 270 = 256$  mm323) Altura total del núcleo  $= L + 2h_v = 720 + 2 \cdot 256 = 1232$  mm  $\approx 1235$  mm324) Diámetro exterior de las bobinas de A.T.  $D_{ext} = 453,2$  mm  $\approx 455$  mm

(fig. 2.10.03 a)

325) Longitud entre superficies exteriores extremas de las bobinas =

$$2M + D_{ext} = 2 \cdot 480 + 455 = 1415$$
 mm

326) (Longitud  $\times$  Anchura  $\times$  Altura) del conjunto activo =

$$1415 \times 1235 \times 455$$
 mm

aa) Dimensiones interiores de la cuba

331) Distancia mínima del bobinado de A.T. a la caja

Para  $U = 30$  kV,  $g = 75$  mm

(fig. 2.09.10 h)

332) Anchura mínima interior de la caja =

$$D_{ext} + 2n = 455 + 2 \cdot 75 = 605$$
 mm

Adoptado 600 mm

333) Longitud mínima interior de la cuba

Longitud entre superf. extremas de bob +  $2g = 1415 + 2 \cdot 75 = 1565$  mm

Adoptado 1600 mm

334) Altura interior de la cuba

Altura del núcleo

1235 mm

Zócalo de apoyo

50 "

Distancia desde el núcleo de los bornes conmut. de alta =  $g$ 

75 "

Longitud inferior de un borne conmutador

250 "

1610 mm

Adoptado 1600 mm

335) Desarrollo interior de la cuba (perímetro)

$$2(1600 + 600) = 4400$$
 mm

336) Altura admisible para las ondulaciones o tubos<sup>(1)</sup>

Altura del zócalo bajo el núcleo

50 mm

Altura del yugo inferior

256 "

Distancia de las bobinas de alta hasta el yugo

41,1 "

Altura inicial de las bobinas sobre el fondo

347,1  $\approx 350$  mm

Espacio ocupado por el marco superior en ángulo de la cuba = 50 mm

Altura disponible para las ondulaciones o tubos

(1) No es efectivo prolongarlos hacia el fondo más allá del comienzo de los bobinados.

$$1600 - (350 + 50) = \boxed{1200} \text{ mm}$$

## 2.10.14 Cálculo del sistema de refrigeración para el aceite

ab) *Calentamientos prefijados*

341) Potencia a disipar en caliente (a 105 °C), (172) y (222),

$$P_t = P_p + P_{cu} \approx 4020 + 19340 = 23360 \text{ W}$$

342) Calentamiento máximo resultante en las bobinas

$$(304) \text{ y } (314); 18 \text{ °C}$$

343) Calentamiento máximo admisible para el cobre

$$= 70 \text{ °C} \text{ Adoptaremos } \boxed{65 \text{ °C}} \quad (\text{tabla 1.01.16 a})$$

344) Calentamiento medio aceptable para el aceite

$$\theta_{ac m} = 65 - 18 = 47 \text{ °C}$$

345) Temperatura máxima que corresponde al aceite

$$\hat{\theta}_{ac} = \frac{\theta_{ac m}}{0,85} = \frac{47}{0,85} = \boxed{55 \text{ °C}} \quad [2.09.12 \text{ a}]$$

(párr. 2.09.12)

Admisible según Normas VDE, 60 °C

ac) *Cuba lisa*351) Calentamiento medio de la caja  $\theta_c = \theta_{ac m} - 8 \text{ °C}$  [2.09.12 c]Adoptaremos  $\theta_c =$ 352) Superficie lateral necesaria  $A_c = \frac{P_t}{11 \theta_c} = \text{m}^2$  [2.09.13 a]353) Altura mínima de la cuba =  $\frac{A_c}{\text{Desarrollo en planta}} = \text{m}$ 

Adoptado:

ad) *Cuba ondulada* <sup>(1)</sup>361) Dimensiones de las aletas <sup>(2)</sup> 400 profund. 80 de paso (fig. 2.09.15 a)

362) Número de aletas posibles en el desarrollo de la cuba (335)

(1) Se expone el cálculo para mostrar que no es posible en este caso adoptar una cuba ondulada. Hay que acudir al sistema de radiadores (párr. af)

(2) Las partidas (361) a (367) no pueden hallarse, en general, sin un tanteo previo, salvo que se posean referencias procedentes de un transformador análogo.

$$\frac{4400}{80} \approx 55 \text{ en el perímetro}$$

$$+ 4 \left( \frac{400}{80} - 1 \right) = 28 \text{ en las aletas de esquina}$$

$$\text{Total } \underline{83}$$

363) Longitud total de aletas (336)

$$\text{Número total de aletas} \times \text{longitud de una aleta} = 83 \times 1,2 = 99,5 \text{ mm}$$

364) Superficie de ondulaciones =  $83 \cdot 0,86 = 71 \text{ m}^2$ 

$$(\text{A razón de } 0,86 \text{ m}^2/\text{m lineal}) \quad (\text{fig. 2.09.15 a-1})$$

365) Coeficiente de radiación para 55 °C,  $250 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  (fig. 2.09.15a-1)

366) Potencia que disiparía con 55 °C de calentamiento máximo del aceite

$$71 \cdot 250 = 17800 \text{ W}$$

367) Calentamiento máximo del aceite

$$\frac{\text{Potencia a disipar}}{\text{Potencia disipada a } 55 \text{ °C}} = \frac{23360}{17800} = 1,31 = f_\theta$$

$$\text{Para } f_\theta = 1,31 \quad \hat{\theta}_{ac} \approx 70 \text{ °C (excesivo)} \quad (\text{fig. 2.09.17 b})$$

ae) *Caja de tubos* <sup>(1)</sup>

371) Disposición de los tubos (fig. 2.09.17 a)

$$\text{Diámetro exterior} = \boxed{50} \text{ mm}$$

$$\text{Número de filas} = \boxed{5}$$

$$\text{Distancia entre filas} = \boxed{75} \text{ mm}$$

$$\text{Distancia entre ejes de la fila interior y la caja} = \boxed{75} \text{ mm}$$

(radio interior de curvatura 50 mm)

Distancia entre el eje de la fila media y la caja

$$= 75 + 75 + 75 = 225 \text{ mm}$$

Distancia vertical entre centros de la fila exterior (336)

$$\text{Adoptado } \boxed{1200} \text{ mm}$$

Distancia vertical entre centros de la fila central

(1) El cálculo siguiente muestra que el calentamiento se podría mantener dentro del límite justo admisible según las normas VDE (60 °C) con caja de tubos. Lo reharemos también no obstante, a base de radiadores.

$$1200 - 4 \cdot 75 = \boxed{900} \text{ mm}$$

Longitud media por tubo (radio medio de curvatura, 75 mm)

$$(900 - 150) + 2(225 - 75) + \pi 75 = \boxed{1285} \text{ mm}$$

Grupos de 5 tubos que caben en el perímetro (335) =  $\frac{4400}{75} = 58$

Longitud total de tubos:  $58 \times 5 \times 1,285 = 372 \text{ m}$

372) Superficie lateral de la cuba (334) y (335):  $1,6 \times 4,4 = \boxed{7,05} \text{ m}^2$

373) Coeficiente de disipación de la cuba con 5 filas de tubos y 55 °C de incremento máximo de temperatura; 340 W/m<sup>2</sup> (párr. 2.09.17)

374) Potencia disipada por la cuba  $340 \times 7,05 = 2390 \text{ W}$

375) Potencia a disipar por los tubos

$$23360 - 2390 = 20970 \text{ W}$$

376) Potencia que disipan por m lineal para 55 °C de calentamiento.

Para 5 filas de tubos de 50 mm  $\phi$ , 53,5 W/m lin. (fig. 2.09.17 a)

377) Potencia total que disiparían con 55 °C

$$372 \cdot 53,5 = 19900 \text{ W}$$

378) Calentamiento máximo del aceite

$$\frac{\text{Potencia a disipar}}{\text{Potencia disipada a } 75 \text{ °C}} = \frac{20970}{19900} = 1,05 = f_{\theta} \quad (\text{fig. 2.09.17 b})$$

379) Reajuste del cálculo <sup>(1)</sup>

Supongamos un calentamiento de 57 °C

Potencia disipada por la cuba lisa. Para  $\hat{\theta}_{ac} = 57 \text{ °C}$ ,  $f_{\theta} = 1,04$

$$2390 \times 1,04 = 2490 \text{ W}$$

Potencia a disipar por los tubos

$$23360 - 2490 = 20870 \text{ W}$$

Factor de corrección de temperatura

$$f_{\theta} = \frac{20870}{19900} = 1,05$$

Para  $f_{\theta} = 1,1$  es  $\boxed{\hat{\theta}_{ac} = 57^{\circ}}$  C, según se ha supuesto

af) *Cuba con radiadores*

(1) En virtud de que al ser más alta la temperatura del aceite la cuba lisa disipará también mayor potencia.

381) *Disposición de los radiadores*

(fig. 2.09.19 a)  
(tabla 2.09.19 a, b y c)

Tipo — de 1 m de altura entre centros

— 0,5 m<sup>2</sup> por elemento

— 225 mm de anchura

— 50 mm de paso entre elementos

— 415 W/m<sup>2</sup> para 55 °C de incremento máximo de temperatura del aceite, con 450 mm entre ejes de grupos radiadores, 10-12 elementos por grupo y 600 mm de diferencia de nivel medio entre radiadores y bobinados.

382) *Distancia y entre los centros verticales de los bobinados y de los radiadores*

Altura interior de la cuba (334) 1600 mm

Altura inicial de las bobinas de A.T. sobre el fondo (336), 350 mm

Mitad de longitud de las bobinas de A.T. (fig. 2.10.03 a)

$$\frac{627,8}{2} \approx 315 \text{ mm}$$

$$350 + 315 = 665 \text{ mm}$$

Distancia desde el centro de bob. A.T. a la tapa; 1600-665 935 mm

Distancia del borde superior de la cuba al eje del colector superior de cada grupo de radiadores  $\approx$  100 mm

Mitad de la altura entre centros de colectores superior e

inferior (fig. 2.09.19 a)  $\frac{1000}{2} = 500 \text{ mm}$

Distancia del eje horizontal de los radiadores hasta el borde superior de la cuba  $500 + 100 = 600 \text{ mm}$

Distancia desde el centro de los bobinados hasta el centro vertical de los radiadores  $935 - 600 = y = 335 \text{ mm}$

383) Coeficiente de corrección de la capacidad de refrigeración debido a la diferencia de altura de centros

(fig. 2.09.19 a)  
0,93

Para  $y = 335 \text{ mm}$ , factor de corrección =

384) Distancia entre centros de grupos radiadores  $\approx 320 \text{ mm}$ ;  $\frac{320}{225} = 1,42 a$

385) Coeficiente de corrección por separación entre grupos de elementos:

Para una separación entre centros de 1,42 a,

Factor de corrección = 0,82  
(tabla 2.09.19 b)

386) Grupos de elementos

Por cada lateral (333)  $\frac{1600}{320} + 1 = 6$

Por cada frontal (332)  $\frac{600}{320} + 1 \approx 3$

9

Total de grupos  $2 \times 9 = 18$  grupos

387) Elementos por grupo radiador (provisional)

Supongamos, de momento, de 9 - 12

388) Coeficiente de corrección en la capacidad ventiladora = 1 (tabla 2.09.19 a)

389) Coeficiente de corrección total (conservando el incremento de temperatura máximo del aceite en  $\hat{\theta}_{ac} = 55^\circ\text{C}$ )

$$0,93 \cdot 0,82 \cdot 1 = 0,76$$

390) Coeficiente de refrigeración para  $\hat{\theta}_{ac} = 55^\circ\text{C}$   
( $415 \text{ W/m}^2$ )  $\times 0,76 = 315 \text{ W/m}^2$

391) Superficie de elementos necesaria =  $\frac{23360 \text{ W}}{315 \text{ W/m}^2} = 74 \text{ m}^2$

392) Número de elementos =  $\frac{74 \text{ m}^2}{0,5 \text{ m}^2/\text{elem}} = 148$

393) Elementos por grupo radiador =  $\frac{148}{18} = 8,2 \approx 9$

394) Adoptado <sup>(1)</sup> 18 grupos radiadores de 1 m entre centros colectores y 9 elementos por grupo; 162 elementos en total. Temperatura máxima del aceite algo inferior a la prevista de  $\hat{\theta}_{ac} = 55^\circ\text{C}$   
ag) *Cuba con radiadores ventilados* <sup>(2)</sup>

401) Velocidad del aire con ventilación natural

$$v_a = 0,7 \sqrt[3]{H} = 0,7 \sqrt[3]{1} = 0,7 \text{ m/s} \quad [2.09.21 \text{ a}]$$

402) Coeficiente relativo de ventilación = 80 % (fig. 2.09.21 b)

403) Velocidad con aire por ventilación forzada. Tomemos  $v_a = 2 \text{ m/s}$

404) Coeficiente relativo de ventilación = 150 % (fig. 2.09.21 b)

405) Aumento relativo de capacidad refrigeradora de los radiadores

$$\frac{150}{80} = 1,88$$

406) Número de elementos (392)

$$\frac{148}{1,88} = 79$$

(1) La elección para este caso, entre la refrigeración por tubos y la refrigeración por radiadores (ambas posibles) dependería del precio local de unos y otros, incluido en el coste el montaje de ambos sistemas, más caro para el de tubos.

(2) Aunque en este caso no estaría justificada la ventilación forzada mostramos el cálculo como ejemplo

407) Sección total aproximada de la corriente de aire (fig. 2.09.19 a)  
(párr. 2.09.21)

Por elemento radiador,  $225 \times 50 = 11250 \text{ mm}^2 = 1,125 \text{ dm}^2$

Sección total de paso del aire  $S_a = 79 \times 1,125 = 89 \text{ dm}^2 = 0,89 \text{ m}^2$

408) Caudal de aire  $Q_a = v_a S_a = 2 \cdot 0,89 = 1,78 \text{ m}^3/\text{s}$  [2.09.21 b]

409) Número de ventiladores: 6 (2 en cada lateral y 1 en cada frente) helicoidales de  $\frac{1,78}{6} = 0,3 \text{ m}^3/\text{s}$

con motores de aprox. 1/5 de CV pot. útil; absorbida, 250 W/motor, 3000 W en total que se sumarían a los 4000 W de pérdidas en el hierro si funcionasen continuamente.

410) Calentamiento aproximado del aire.

$$\Delta \theta_a = \frac{p_t}{1090 Q_a} = \frac{23360}{1090 \cdot 1,78} \approx 12^\circ\text{C} \quad [2.09.21 \text{ c}]$$

ah) *Cubas con intercambiadores de calor* <sup>(1)</sup>

421) Potencia total a disipar (341)  $p_t = 23360 \text{ W}$

422) Intercambiadores a equipar: 1 de 29 kW (fig. 2.02.25 a)

423) Variaciones de temperatura (fig. 2.09.25 a)

Descenso para el aceite  $7,5^\circ\text{C}$

Aumento para el agua  $10^\circ\text{C}$

424) Caudal de aceite circulante

$$Q_{ac} = \frac{p_t}{28 \cdot \Delta \theta_{ac}} = \frac{23360}{28 \cdot 7,5} = 110 \text{ l/min} \quad [2.09.25 \text{ b}]$$

(Normal del intercambiador,  $\frac{8500}{60} = 142 \text{ l/min}$ ) (fig. 2.09.25 a)

425) Caudal de agua necesario

$$Q_H = \frac{p_t}{70 \cdot \Delta \theta_H} = \frac{23360}{70 \cdot 10} = 33,3 \text{ l/min} \quad [2.09.25 \text{ a}]$$

(Normal del intercambiador,  $\frac{2500}{60} = 42 \text{ l/min}$ ) (fig. 2.09.25 a)

## 2.10.15 Caída de tensión por reactancia

431) Caída de reactancia específica [2.09.31 b]

$$\left[ \frac{*}{\%} \right] \frac{\lambda_z}{k_o} = \frac{5,58}{k_o} \left( \frac{L}{D} \right) \left( \frac{q}{100} \right) \frac{\lambda_z}{\hat{L}_{no}} = \frac{5,58}{0,665} \frac{720}{270} 5,21 \frac{8,05/100}{1,68} = \left[ 5,67 \right] \% \text{ de } U_1$$

(1) Nuevamente exponemos el cálculo, meramente a título de ejemplo sobre el proceso a seguir ya que para un transformador de esta potencia tal sistema no está justificado.

## 2.10.16 Tensión de corto circuito

441) Tensión relativa de corto circuito a 75 °C (232 y 431)

$$\boxed{u_z^*} = \sqrt{u_R^*{}^2 + e_z^*{}^2} = \sqrt{0,89^2 + 5,67^2} = \boxed{5,75} \% \text{ de } U_1 \quad [2.09.34 \text{ d}]$$

## 2.10.17 Variación de tensión (a 75 °C)

451) De vacío a P.C. con  $\cos \varphi = 0,8$  (sen  $\varphi = 0,6$ )

$$\begin{aligned} \boxed{\Delta u^*} &= u_R^* \cos \varphi + e_z^* \sin \varphi + \frac{(e_z^* \cos \varphi - u_R^* \sin \varphi)^2}{200} \\ &= 0,89 \cdot 0,8 + 5,67 \cdot 0,6 + \frac{(5,67 \cdot 0,8 - 0,89 \cdot 0,6)^2}{200} \\ &= 0,71 + 3,4 + 0,08 = \boxed{4,19} \% \end{aligned} \quad [2.09.34 \text{ a}]$$

## 2.10.18 Rendimiento a P.C.

461) A P.C. y  $\cos \varphi = 0,8$  con temperatura de 75 °CPotencia útil  $P_u = 2000 \cdot 0,8 = 1600 \text{ kW}$ Pérdidas en el hierro (172)  $\frac{4020}{172} \text{ W}$ » » » cobre a 75 °C (221)  $\frac{17800}{221} \text{ W}$ » totales a 75 °C  $\boxed{p_i = 21820} \text{ W}$ 

$$\begin{aligned} \text{Rendimiento } \boxed{\eta} &= 1 - \frac{p_i}{P_u + p_i} = 1 - \frac{21,82}{1600 + 21,82} = 1 - 0,0135 = \\ &= 0,9865 = \boxed{98,65} \% \end{aligned}$$

## ÍNDICE DE SÍMBOLOS

	<u>Págs.</u>
$A$ = Longitud axial no ocupada por los conductores aislados.....	512
$A_{st(1)}$ = Sección del aislamiento de ranura del estator.....	403
$A_c$ = Superficie lateral de refrigeración de una cuba lisa.....	457
$A_{e(1)}$ = Sección de ranura estatórica libre para los conductores desnudos.....	403
$A_{e(1)}$ = - - - - - aislados.....	403
$A_{cu}$ = - transversal de cobre en el inducido.....	7
$A_{cu1}$ = - de cobre primario por columna de transformador (un lado).....	39
$A_{cu2}$ = - - secundario por columna de transformador (un lado).....	42
$A_{r(1)}$ = - bruta de ranura estatórica bajo la cuña.....	403
$A_0$ = Superficie cilíndrica del bobinado.....	13
$A_{\square}$ = Sección cuadrada circunscrita al rotor.....	7
$A_{\square}$ = - rectangular circunscrita a una columna de transformador.....	39
$a$ = Número de pares de vías de una máquina de continua.....	2
$a$ = Anchura de ranura.....	74
$a$ = Aceleración.....	304
$a$ = Anchura de ventana en un transformador.....	436
$a$ = Separación axial entre bobinas sucesivas.....	448
$a$ = Anchura de aleta de un radiador.....	463
$a'$ = - - ranura en la base de la cuna.....	228
$a'$ = Separación entre espiras del bobinado de B.T.....	510
$a_c$ = Anchura total del cobre en una ranura.....	138
$a_c$ = Saliente del manguito corto.....	199
$a_c$ = Anchura de conductores en una ranura.....	323
$a_{c(1)}$ = Longitud del manguito corto del estator.....	404
$a_{c(1)}$ = Anchura de cobre por ranura del estator.....	406
$a_{c(2)}$ = - - conductores en la ranura rotórica.....	336
$a_{ce}$ = Grosor de las barras de compensación, aisladas.....	90
$a_l$ = Saliente del manguito largo.....	199
$a_{l(1)}$ = Longitud del manguito largo del estator.....	404
$a_{M(1)}, a_{M(2)}$ = Anchuras máximas de ranuras estatóricas y rotóricas.....	317
$a_{m(1)}, a_{m(2)}$ = Anchuras medias de ranura estatórica y rotórica.....	317
$a_{\delta}$ = Anchura de ranura en el entrehierro.....	106
$a_{\delta(1)}, a_{\delta(2)}$ = Anchuras de ranura estatórica y rotórica en el entrehierro.....	317
$a_{\sigma(1)}, a_{\sigma(2)}$ = - mínima de ranuras estatórica y rotórica.....	317
$a_2$ = Anchura de la ranura rotórica.....	336

$B$	= Inducción.....	I	
$B$	= Longitud axial disponible para los conductores aislados.....	51	
$\hat{B}$	= Inducción máxima efectiva en el entrehierro.....	1	
$\bar{B}$	= -- media en el entrehierro.....	2	
$\hat{B}_{dM}$	= -- máxima real en los dientes bajo el eje polar.....	74	
$\hat{B}'_{dM}$	= -- máxima aparente en los dientes bajo el eje polar.....	74	
$\hat{B}_{dMo}$	= -- -- real en los dientes con f.e.m. igual a la T.N.....	144	
$\hat{B}_{\Omega dMo}$	= -- -- -- -- de una máquina de corriente continua con onda rec- gular y f.e.m. igual a la T.N.....	76	
$\hat{B}'_{\Omega dMo}$	= -- -- aparente en los dientes de una máquina de corriente continua con onda rectangular y f.e.m. igual a la T.N.....	71	
$\hat{B}'_{dMo}$	= -- -- -- -- con onda senoidal y f.e.m. igual a la T.N.....	193	
$\hat{B}'_{dMo(1)}$	= -- -- -- -- del estator con onda senoidal y f.e.m. igual a la T.N....	388	
$\hat{B}'_{dMo(2)}$	= -- -- -- -- rotor con onda senoidal y f.e.m. igual a la T.N....	388	
$\hat{B}_{dm}$	= -- real a media altura de los dientes bajo el eje polar.....	147	
$\hat{B}'_{dm}$	= -- aparente a media altura de los dientes bajo el eje polar.....	147	
$\hat{B}_{dmo}$	= -- media real en los dientes con f.e.m. igual a la T.N.....	144	
$\hat{B}'_{dmo}$	= -- -- aparente en los dientes con f.e.m. igual a la T.N.....	144	
$\hat{B}_{do}$	= -- mínima real en los dientes bajo el eje polar.....	147	
$\hat{B}'_{do}$	= -- -- aparente en los dientes bajo el eje polar.....	147	
$\hat{B}_{doo}$	= -- -- real en los dientes con f.e.m. igual a la T.N.....	144	
$\hat{B}'_{doo}$	= -- -- aparente en los dientes con f.e.m. igual a la T.N.....	144	
$\hat{B}'_{do(1)}$	$\hat{B}'_{do(2)}$	= -- máxima aparente para los dientes del estator y del rotor con f.e.m. igual a la T.N.....	327
$\hat{B}_{d(1)}$	$\hat{B}_{d(2)}$	= -- -- real para los dientes del estator y del rotor en carga.....	327
$\hat{B}'_{d(1)}$	$\hat{B}'_{d(2)}$	= -- -- aparente para los dientes del estator y del rotor en carga.....	327
$B_f$	= Número efectivo de bobinas por fase.....	185	
$B_M$	= Inducción máxima en el estrehierro debida a la distorsión.....	203	
$B_n$	= -- -- -- -- núcleo en carga.....	1	
$\hat{B}_n$	= -- -- -- -- de una máquina de C.A. en carga.....	327	
$\hat{B}'_n$	= -- -- de variación senoidal en el núcleo de un transformador.....	37	
$\hat{B}_{na}$	= -- en el núcleo de los polos auxiliares.....	103	
$B_{no}$	= -- en la corona polar de una máquina de C.A. con f.e.m. igual a la T.N.....	212	
$\hat{B}_{no}$	= -- máxima en el núcleo de continua con f.e.m. igual a la T.N.....	81	
$\hat{B}'_{no}$	= -- -- -- -- una máquina de C.A. con onda senoidal y f.e.m. igual a la T.N.....	327	
$\hat{B}_{no}$	= -- -- de variación senoidal en el núcleo de un transformador con f.e.m. igual a la T.N.....	39	
$B_p$	= -- en los polos principales en carga.....	96	
$B_{pa}$	= -- -- el núcleo de los polos auxiliares.....	105	
$B_{po}$	= -- -- los polos con f.e.m. igual a la T.N.....	98	
$B_r$	= -- máxima en los extremos polares debida a la reacción transversal.....	203	
$B_y$	= -- en el yugo.....	98	
$B'_y$	= -- -- -- -- en carga.....	251	

$\hat{B}_y$	= -- máxima en el yugo de una máquina de C.A. en carga.....	327	
$B_{yo}$	= -- en el yugo con f.e.m. igual a la T.N.....	100	
$\hat{B}_{yo}$	= -- máxima en el yugo de una máquina de C.A. con f.e.m. igual a la T.N....	201	
$\hat{B}'_{yo}$	= -- -- -- -- -- onda senoidal y f.e.m. igual a la T.N.....	327	
$\hat{B}_{\Omega\delta}$	= -- -- -- -- entrehierro liso supuesta la onda de campo rectangular li- mitada al arco de las piezas polares.....	2	
$B_{\delta a}$	= -- media en el entrehierro de los polos auxiliares.....	102	
$\hat{B}_{\delta E}$	= -- máxima en el entrehierro en carga y con onda senoidal.....	282	
$\hat{B}_{\delta o}$	= -- -- -- -- con f.e.m. igual a la T.N.....	243	
$\hat{B}'_{\Omega\delta o}$	= -- -- -- -- de una máquina de continua con onda rectangular y f.e.m. igual a la T.N.....	6	
$\hat{B}_{\delta o}$	= -- -- -- -- -- C.A. con onda senoidal y f.e.m. igual a la T.N.....	20	
$B_o$	= -- uniforme en el entrehierro, sin distorsión.....	203	
$\hat{B}_{1/3}$	= -- -- real a 1/3 de la altura de los dientes, en carga.....	248	
$\hat{B}'_{1/3}$	= -- aparente a 1/3 de la altura de un diente bajo el eje polar.....	247	
$\hat{B}_{1/3 o}$	= -- -- real a 1/3 de altura de los dientes con f.e.m. igual a la T.N.....	243	
$\hat{B}'_{1/3 o}$	= -- -- aparente a 1/3 de altura de los dientes con f.e.m. igual a la T.N....	243	
$\hat{B}'_{1/3 o}$	= -- -- -- -- -- onda senoidal y f.e.m. igual a la T.N.....	231	
$b$	= Vuelo diagonal de las cabinas de bobina.....	89	
$b$	= Distancia a masa.....	200	
$b$	= Grosor radial de una bobina de transformador.....	442	
$b$	= Saliente radial del aislamiento de un transformador.....	448	
$b_{c1}$	= Altura axial por barra desnuda.....	514	
$b_{c1}$	$b_{c2}$	= -- de barras primarias y secundarias paralelamente al flujo de dispersión..	517
$b_{c(1)}$	= Anchura tangencial por barra de cobre en la ranura estatórica.....	406	
$b_e$	= Arco de escobilla.....	102	
$b_{na}$	= Anchura del núcleo de los polos auxiliares.....	103	
$b_{np}$	= -- -- -- -- principales.....	96	
$b_p$	= Arco geométrico de la expansión polar.....	2	
$b_{pa}$	= -- polar geométrico de los polos auxiliares.....	102	
$b_1$	= Distancia media circular entre expansiones polares.....	145	
$b_1$	= -- a masa de bobinas del estator.....	404	
$b_1$	= Dimensión en el vuelo de las cabinas de bobina estatóricas.....	405	
$b_1, b_2$	= Grosor radial de una bobina primaria y de una secundaria.....	445	
$b_3$	= Distancia media circular entre núcleos polares.....	145	
$C$	= Coeficiente de utilización de una máquina.....	45	
$C$	= -- -- -- -- un transformador.....	434	
$C$	= Longitud radial ocupada por las distancias aislantes.....	513	
$C_f$	= Coste financiero de un transformador.....	454	
$C_a$	= -- de adquisición.....	454	
$c$	= Saliente del vértice en las cabezas de bobina.....	89	
$c$	= Números máximos de vías posibles por fase.....	191	
$c$	= Distancia entre fases.....	200	
$c$	= Longitud de fuga entre bobinas sucesivas de un transformador.....	448	
$c_a$	= Calor específico del aire.....	113	
$c'_a$	= -- -- -- por unidad de volumen.....	115	
$c_t$	= Coeficiente de adaptación de la f.e.m. longitud. a la excitación principal..	244	



$c_i$	= transversal a la excitación principal.....	33
$c_1$	= Distancia entre fases del estator.....	404
$c_1$	= Altura radial de las cabezas de bobinas del estator.....	405
$D$	= Diámetro del entrehierro.....	3
$D$	= circunscrito al núcleo de un transformador.....	35
$D$	= del inducido.....	282
$D$	= de inercia.....	305
$D_a$	= medio de un anillo de corto circuito.....	279
$D_{ae}$	= del anillo exterior.....	352
$D_{ai}$	= interior.....	352
$D_{b1}$ $D_{b2}$	= Diámetros medios de los bobinados parciales con entrecaras muertas.....	489
$D_{de}$	= Diámetro medio de las cabezas de un devanado de compensación.....	90
$D_e$	= del eje bajo el paquete de chapas.....	317
$D_{ext}$	= exterior de una columna bobinada.....	525
$D_i$	= de posición de una masa elemental.....	306
$D_K$	= del colector.....	80
$D_m$	= de inercia de las masas sobre el eje motor.....	307
$D_m$	= medio ponderado de las bobinas de un transformador.....	485
$D_m$	= de los dientes.....	86
$D_{M(1)}$	= máximo de los dientes del estator.....	317
$D_{M(2)}$	= rotor.....	317
$D_{m(1)}$	= medio de los dientes del estator.....	317
$D_{m(2)}$	= rotor.....	317
$D'_m$ $D''_m$	= Diámetros medios ponderados de las fracciones homólogas de un transformador biconcéntrico.....	488
$D_{no}$	= Diámetro mínimo del núcleo.....	132
$D_v$	= exterior del ventilador.....	113
$D_{yM}$	= máximo del yugo.....	136
$D_{ym}$	= medio del yugo.....	251
$D_{yo}$	= mínimo del yugo.....	135
$D_o$	= de los dientes.....	86
$D_o$	= medio de la entrecara activa de un transformador.....	485
$D_{o1}$	= Diámetros medios de las entrecaras muertas del devanado (1).....	489
$D_{o(1)}$	= Diámetro mínimo de los dientes del estator.....	317
$D_{o2}$	= Diámetros medios de las entrecaras muertas del devanado (2).....	489
$D_{o(2)}$	= Diámetro mínimo de los dientes del rotor.....	317
$D'_o$ $D''_o$	= Diámetros medios de las entrecaras activas interior y exterior de un transformador biconcéntrico.....	488
$D_1$ $D_2$	= bobinas de un transformador.....	481
$D_1$ $D_2$	= Diámetro de giro de unas masas rotatorias.....	309
$D_{1/3}$	= a 1/3 de la altura del diente.....	229
$D'_2$ $D''_2$	= medio de las fracciones del devanado central frente al devanado interior y al exterior de un transformador biconcéntrico asimétrico.....	519
$d$	= interior de un tubo.....	469
$d_{c1}$	= del cojinete lado accionamiento.....	154
$d_{rB}$	= opuesto al accionamiento.....	154
$d_1$	= de un conductor estático.....	317
$\Delta D_1$ $\Delta D_2$	= Incremento medio del diámetro de los bobinados primario y secundario equivalente a las conexiones internas.....	481
$E$	= F.e.m. eficaz.....	2
$E$	= de una máquina de continua.....	123
$E$	= Espacio radial disponible para los bobinados.....	513

$E_{cc1}$	= F.e.m. por fase estática, en corto circuito.....	286
$E_f$	= F.e.m. por fase.....	18
$E'_{cc2}$	= rotórica, en corto circuito, referida al estator.....	286
$E_x$	= de la reactancia por fase.....	30
$E_\phi$	= en un alternador de polos salientes excluida la componente longitudinal.....	246
$E_1$	= primaria en carga.....	283
$E_1$ $E_2$	= y secundaria de un transformador.....	472
$E_{10}$	= por fase, en vacío.....	475
$E_2$	= por fase rotórica de un motor asíncrono en reposo.....	254
$E'_2$	= referida al estator.....	259
$E''_2$	= secundaria reducida al primario.....	474
$E'_{20}$	= secundaria por fase, en vacío, referida al primario.....	475
$e$	= Saliente de la parte recta de bobina.....	89
$e$	= recto de las bobinas en doble capa.....	137
$e$	= Grosor del manguito de ranura.....	400
$e_{dc}$	= Saliente recto mínimo de las barras de compensación.....	90
$e_x$	= F.e.m. media de autoinducción en el circuito de conmutación.....	99
$e_x$	= Caída de reactancia de corto circuito.....	479
$\dot{e}_x$	= referida a la T.N.....	32
$\dot{e}_{xoc}$	= en corto circuito referida a la tensión en bornes.....	288
$\dot{e}_{x1}$	= estática referida a la T.N.....	283
$\dot{e}_{x2}$	= secundaria por fase.....	475
$\dot{e}'_{x2}$	= rotórica referida a su propia f.e.m.....	285
$\dot{e}''_{x2}$	= secundaria por fase reducida al estator.....	475
$\dot{e}'''_{x2}$	= referida al estator y a la f.e.m. estática.....	261
$\dot{e}_{x2/1}$	= rotórica corregida por la corriente del estator y referida a la T.N.....	284
$\dot{e}_{x2/1iearr}$	= combinación de ambas jaulas, en el arranque, corregida por la corrección del estator y referida a la T.N.....	361
$\dot{e}_\phi$	= relativa del alternador de polos salientes excluida la de reacción longitudinal.....	247
$\mathcal{E}_i$	= F.m.m. de reacción transversal sobre un extremo del polo.....	148
$F_{ac}$	= Fuerza de aceleración.....	304
$f$	= Frecuencia.....	16
$f_a$	= Presión del aire creada por un ventilador.....	113
$f_s$	= admisible en las escobillas.....	133
$f_{u(1)}$	= Factor de utilización de la ranura estática.....	403
$f_\theta$	= Corrección del coeficiente de ventilación según el calentamiento.....	461
$f_{o(1)}$	= Factor de utilización del espacio libre en la ranura estática.....	403
$f_1$	= Frecuencia primaria.....	254
$f_2$	= de la corriente rotórica.....	234
$G$	= Peso.....	304
$G$	= de un conductor.....	13
$G_{cu}$	= total de cobre de un transformador.....	516
$G_{cu}$	= del cobre del inducido.....	237
$G_{cu1}$ $G_{cu2}$	= de cobre primario o secundario de un transformador.....	516
$G_a$	= los dientes.....	153
$G_{Fe}$	= la plancha magnética de un transformador.....	516
$G_i$	= una cierta masa rotatoria de diámetro de giro $G_i$ .....	306
$G_m$	= del sistema sobre el eje motor.....	307
$G_n$	= núcleo.....	153
$G_n$	= los núcleos de un transformador.....	516
$G_y$	= del yugo.....	250

	Págs.
$G_y$ = — de las culatas de un transformador.....	515
$G_1 G_2$ = — — un as masas giratorias.....	309
$G_1 G_2$ = — del cobre primario o secundario.....	479
$G_2$ = — de la jaula.....	314
$(GD^2)_{eq}$ = Factor de inercia de un conjunto de masas con distintas velocidades de rotación y lineales, referido al eje del motor.....	307
$g$ = Grosor de una cabeza de bobina.....	89
$g$ = Aceleración de la gravedad.....	113
$g$ = Parámetro para el cálculo de la dispersión en los anillos de corto circuito.	234
$g$ = Distancia entre las bobinas y la cuba.....	451
$g_{ba}$ = Grosor de una bobina auxiliar.....	141
$g_{bp}$ = — — — polar.....	151
$g_{bs}$ = — — — serie.....	152
$g_{bsH}$ = — — — shunt.....	119
$g_{z(0)}$ = Conductancia equivalente de las dos jaulas, por ranura, en marcha normal.	355
$H$ = Distancia radial entre los extremos de los conductores en una ranura....	138
$H$ = Altura de un radiador.....	462
$H_c$ = — radial de conductores por ranura.....	137
$H_{c(1)}$ = — de cobre por ranura estatórica.....	406
$\hat{H}_d$ = Promedio de las intensidades de campo en los dientes bajo el eje polar..	147
$\hat{H}_{dM}$ = Intensidad de campo máxima en los dientes.....	147
$\hat{H}_{dM0}$ = — — — — — con f.e.m. igual a la T.N.....	144
$\hat{H}_{dm}$ = — — — — — a media altura, sobre el eje polar.....	147
$\hat{H}_{dmo}$ = — — — — — para la inducción media en los dientes con f.e.m. igual a la T.N.	144
$\hat{H}_{do}$ = — media de campo en los dientes con f.e.m. igual a la T.N.....	145
$\hat{H}_{do}$ = — de campo sobre el radio máximo de los dientes en el eje polar.....	147
$\hat{H}_{doo}$ = — — — mínima en los dientes con f.e.m. igual a la T.N.....	144
$H_n$ = — — — en el núcleo rotór. con la excitación de P.C.....	249
$\hat{H}_n$ = — — — máxima en el núcleo.....	149
$\hat{H}_{no}$ = — — — en el núcleo con f.e.m. igual a la T.N.....	145
$H_p$ = — — — — los polos.....	150
$H_{po}$ = — — — — — con f.e.m. igual a la T.N.....	146
$H_y$ = — — — — el yugo.....	150
$\hat{H}_y$ = — — — máxima en el yugo de una máquina de C.A.....	328
$\hat{H}_{yo}$ = — — — — — con f.e.m. igual a la T.N.....	243
$\hat{H}_\delta$ = — — — — el entrehierro.....	247
$\hat{H}_{\delta o}$ = — — — — — con f.e.m. igual a la T.N.....	144
$H_1$ = Altura de bobina estatórica.....	406
$\hat{H}_{1/3}$ = Intensidad máx. de campo a $1/3$ de la altura de los dientes, en carga....	248
$\hat{H}_{1/30}$ = — de campo máx. a $1/3$ de altura de los dientes con f.e.m. igual a las T.N.	243
$h$ = Longitud axial de una bobina individual de transformador.....	442
$h_a$ = Altura radial de un anillo de corto circuito.....	317
$h_s$ = — — por barra, en continua.....	79
$h_{ba}$ = — de una bobina auxiliar.....	142
$h_{bo}$ = — — — polar.....	152
$h_{bsH}$ = — radial de una bobina shunt.....	119
$h_c$ = — — — conductores en la ranura.....	138

	Págs.
$h_c$ = — — — una barra del inducido.....	238
$h'_c$ = — — — varios conductores en paralelo.....	238
$h_{ca}$ = — — — conductores en la bobina de la capa superior.....	228
$h_{ca(1)}$ = — de la capa exterior del estator en doble capa.....	409
$h_{ca}$ = — radial de conductores en la bobina de la capa inferior.....	228
$h_{ci(1)}$ = — de la capa interior del estator en doble capa.....	409
$h_{ci(1)}$ = — radial de conductores en la ranura del estator.....	317
$h_{ci(1)}$ = — de una barra estatórica.....	406
$h'_{ci(1)}$ = — del conductor múltiple en el estator.....	407
$h_{ci(2)}$ = — de los conductores en una ranura rotórica.....	337
$h_{dc}$ = — radial de las barras de un devan. de compens.....	90
$h_m$ = — media de una columna paralelamente a las chapas.....	37
$h_m$ = — — — culata.....	515
$h_n$ = — del núcleo.....	79
$h_{np}$ = — radial de núcleo polar.....	135
$h_p$ = — del polo.....	99
$h_{r(1)} h_{r(2)}$ = — disponible de ranura en el estator y en el rotor.....	317
$h_{r(2)}$ = — radial de ranura rotórica.....	416
$h_s$ = — de los flancos paralelos por encima de los conductos.....	228
$h_{s(1)} h_{s(2)}$ = — — — de ranura por encima de los conductores en el estator y en el rotor.....	317
$h_t$ = — radial de un diente.....	74
$h_{t(1)}$ = — — — — del estator.....	421
$h_{t(1)}$ = — — — — rotor.....	421
$h_v$ = — de los flancos trapeziales de ranura por encima de los conductores....	228
$h_{v(1)} h_{v(2)}$ = — — — — — cuña en las ranuras del estator y del rotor.....	317
$h_y$ = — del yugo de un transformador con culatas escalonadas.....	37
$h'_y$ = — radial del yugo.....	98
$h'_y$ = — del yugo de un transformador con culata rectangulares.....	37
$h_\delta$ = — de los flancos paralelos de salida hacia el entrehierro.....	228
$h_{\delta(1)} h_{\delta(2)}$ = — — — — — en el estator y en el rotor.....	317
$h_{\varphi}$ = — — las expansiones polares en sus extremos.....	145
$h_{\varphi eq}$ = — equivalente de la expansión polar.....	145
$h_o$ = — de la expansión polar en el centro.....	135
$h_o$ = Distancia radial entre conductores de ambas capas en la ranura.....	228
$h_{o(1)}$ = — entre capas en un devanado de doble capa.....	409
$h_1$ = Altura de conductor primario perpendicularmente a las líneas de dispersión.....	517
$h_1 h_2$ = Longitud axial de una bobina primaria o secundaria de un transformador	443
$h_2$ = Altura radial de un conductor rotórico.....	336
$h_2$ = — radial de un conductor secundario perpendicularmente a las líneas de dispersión.....	517
$I$ = Corriente nominal.....	6
$I$ = Intensidad de corriente.....	123
$I$ = Corriente de inducido.....	122
$\hat{I}$ = — total que atraviesa la sección transversal con carga nominal.....	8
$I_a$ = — por anillo rotórico.....	278
$I_{ai}$ = — en el anillo de la jaula interior.....	352
$I_b$ = — de excitación por bobina polar.....	213
$I_b$ = — por barra rotórica.....	278
$I_b$ = — en las bobinas individuales de un transformador.....	440
$I_{ba}$ = — — la bobina de un polo auxiliar.....	106
$I_{bi}$ = — por barra de la jaula interior.....	352

	Págs.
$I_{bp}$ = en la bobina de un polo principal.....	151
$I_{ba}$ = -- las bobinas de excitación serie.....	152
$I_{bsh}$ = -- -- -- shunt.....	117
$I_c$ = -- por conductor o por vía.....	74
$I_{eo}$ = -- primaria de corto circuito en un transformador.....	501
$I_{eo}$ = -- relativa de arranque por fase estatórica.....	275
$I_{ec}$ = -- primaria relativa de corto circuito en un transformador.....	501
$I_{ec id 2}$ = -- ideal de corto circuito referida al estator.....	267
$I_{ec1}$ = -- de arranque por fase estatórica.....	275
$I_{ec2}$ = -- corto circuito por fase rotórica.....	289
$I_{ec' 2}$ = -- -- -- rotórica referida al estator.....	267
$I_{ec2}$ = -- -- -- -- a la nominal del rotor.....	289
$I_{ec2 (e)}$ = -- -- arranque en las barras exteriores.....	359
$I_{ec2 (i)}$ = -- -- -- las barras interiores.....	359
$I_{dc}$ = -- en las barras del devanado de compensación.....	110
$I_o$ = -- por fase de la jaula exterior.....	340
$I_{ep}$ = -- fila de escobillas.....	85
$I_{exc}$ = -- total de excitación.....	151
$I_f$ = -- por fase.....	18
$I_{Fe}$ = -- de pérdidas en el hierro en carga.....	267
$I_{Fe ec}$ = -- de pérdidas en el hierro en corto circuito.....	286
$I_{11}$ = Corrientes primaria y secundaria por fase.....	40
$I_i$ = Corriente por fase de la jaula interior.....	340
$I_{M1}$ = -- primaria de máximo par.....	297
$I_{M1}$ = -- -- relativa de máximo par.....	297
$I_{M2}$ = -- rotórica de máximo par reducida al estator.....	298
$I_w$ = Componente energética de la corriente absorbida.....	268
$I_{P1}$ = Corriente primaria de máxima potencia útil.....	302
$I_{P1}$ = -- -- relativa de máxima potencia útil.....	302
$I_{sh}$ = -- en el circuito de excitación shunt.....	122
$I_{\mu}$ = -- magnetizante en carga.....	267
$I_{\mu}$ = -- -- relativa, en carga.....	291
$I_{\mu ec}$ = -- en corto circuito.....	286
$I_o$ = -- en vacío.....	477
$I_{occ}$ = -- de excitación en corto circuito.....	286
$I_{oE}$ = -- -- vación con f.e.m. igual a la T.N.....	267
$I_1$ = -- nominal por fase estatórica.....	275
$I_2$ = -- por fase primaria y secundaria de un transformador.....	444
$I_2$ = -- de carga rotórica por fase.....	254
$I_2$ = -- por fase estatórica debida a la carga del secundario.....	259
$I_2$ = -- por fase primaria de un transformador debida a la carga secundaria.....	474
$I_2$ = -- rotórica de deslizamiento infinito referida al estator.....	267
$J$ = Momento de inercia.....	307
$J_{ac}$ = Energía cinética acumulada.....	313
$J_{r2}$ = -- perdida durante el frenado a contra corriente.....	314
$J_2$ = -- -- -- proceso de arranque.....	313
$j$ = Distancia radial entre bobinados de alta y baja.....	449
$j_{dc}$ = Juego entre cabezas del devanado de compensación.....	90
$j_1$ = Juego entre las cabezas de bobinas del estator.....	404
$K$ = Número de delgas del colector.....	58

	Págs.
$K_c$ = Coeficiente de CARTER.....	33
$K_{cu}$ = -- -- -- para los polos auxiliares.....	105
$K_{e(1)}$ = -- -- -- el estator.....	326
$K_{e(2)}$ = -- -- -- rotor.....	326
$K_d$ = -- distorsión.....	203
$K_f$ = Factor relativo de forma.....	201
$K_f$ = -- -- -- con onda senoidal (= 1).....	325
$K_{Fe}$ = -- de espacio axial para el inducido de plancha magnética.....	74
$K_{Fe(1)}$ = -- -- corrección axial para los dientes del estator.....	400
$K_L$ = Coeficiente de corrección para la longitud axial del inducido.....	33
$K_{La}$ = -- -- -- de los polos auxiliares.....	105
$K_M$ = Factor relativo de amplitud.....	33
$K_n$ = Coeficiente de corrección axial para el núcleo.....	212
$K_p$ = -- -- -- para la longitud axial de los polos principales.....	96
$K_r$ = -- -- reducción a la potencia base.....	222
$K_v$ = -- ventilación.....	109
$K_{v2}$ = -- -- de las bobinas polares.....	213
$K_v$ = -- -- corrección axial para el yugo.....	100
$\tilde{K}_1$ = Relación de pérdidas por concentración de corrección para el primario de un transformador.....	479
$\tilde{K}_2$ = -- -- -- -- rotor.....	323
$\tilde{K}_2$ = -- -- -- -- secundario de un transformador.....	479
$k$ = Factor para el cálculo de las pérdidas en el bobinado inducido.....	14
$k$ = Distancia radial entre el bobinado de baja y la circunferencia del núcleo.....	449
$\tilde{k}$ = Incremento relativo de pérdidas por concentración de corrección en las ranuras.....	138
$k_a$ = Coeficiente de corrección de la permeancia de ranuras por acortamiento del paso, para el espacio por encima de los conductores.....	240
$k_{a(1)}$ = Corrección para la permeancia por encima del cuerpo de cobre en la ranura estatórica.....	409
$k_{a(2)}$ = Coeficiente de corrección de la permeancia por acortamiento del paso para el espacio por encima de los conductores rotóricos.....	324
$k_c$ = -- -- -- -- de ranuras por acortamiento del paso, para el cuerpo de los conductores.....	240
$k_{c(1)}$ = Corrección para la permeancia en el cuerpo de cobre de la ranura estatórica.....	409
$k_{Fe}$ = Factor de empilado.....	37
$k_f$ = -- -- forma de la onda de f.e.m.....	197
$k_g$ = Coeficiente de utilización geométrica del núcleo de un transformador.....	38
$k_i$ = Fracción del total de espiras de un bobinado biconcéntrico correspondiente al devanado interior.....	487
$k_M$ = Factor de amplitud.....	192
$\tilde{k}_m$ = Incremento relativo de pérdidas por concentración de corriente en el devanado completo.....	238
$\tilde{k}_m$ = -- -- adicional de pérdidas por concentración de corriente con los conductores en paralelo.....	238
$k_{R(a)}$ = Coeficiente para el cálculo de la resistencia combinada de ambas jaulas en servicio normal.....	355
$k_{R(1)}$ = -- -- -- -- el arranque.....	355
$k_s$ = -- de saturación.....	326
$k_{LM}$ = Parámetro para el cálculo de la inducción real en el radio máximo de los dientes.....	131
$k_{LM(1)}$ = -- -- -- -- del estator.....	403
$k_{LM(2)}$ = -- -- -- -- rotor.....	414
$k_{im}$ = -- -- -- -- medio de los dientes.....	131

232

	Págs.
$k_{1m(1)}$ = - - - - - estatóricos.....	403
$k_{1m(2)}$ = - - - - - rotóricos.....	414
$k_{10}$ = - - - - - mínimo de los dientes.....	131
$k_{10(1)}$ = - - - - - estatóricos.....	403
$k_{10(2)}$ = - - - - - rotóricos.....	414
$k_{11/3}$ = - - - - - de la inducción real a 1/3 de la altura del diente.....	231
$k_{vK}$ = Coeficiente de ventilación del colector.....	86
$k_v$ = Factor de corrección por acortamiento del paso para las pérdidas por concentración de corriente.....	237
$k_{y(1)}$ = - de corrección de pérdidas adicionales por acortamiento del paso de bobinas.....	407
$k_\lambda$ = - - - - - la permeancia de ranura por concentración de corriente.....	240
$k_{\lambda(1)}$ = - - - - - estatórica por concentración de corriente.....	319
$k_{\lambda(2)}$ = - - - - - rotórica por concentración de corriente.....	323
$k_\theta$ = Coeficiente de corrección de la resistividad a $\theta$ °C con respecto a la de 75 °C.....	14
$k_{\theta 1}$ $k_{\theta 2}$ = Factor de pérdidas según la temperatura para el primario y el secundario.....	480
$k_0$ = - - espacio circular del núcleo de un transformador.....	37
$k_1$ = Coeficiente de reducción por saturación para el incremento de inducción por reacción transversal.....	203
$\tilde{k}_1$ = Incremento relativo de pérdidas en las barras del estator por concentración de corriente.....	407
$\tilde{k}'_1$ = - - - - - por concentración de corriente en el primario de un transformador.....	518
$\tilde{k}'_1$ = - - - - - adicionales entre conductores múltiples.....	408
$k_2$ = Coeficiente de relación entre la inducción del campo transversal y la carga del inducido.....	203
$\tilde{k}_2$ = Incremento relativo de pérdidas en el rotor por concentración de corriente.....	416
$\tilde{k}_2$ = - - - - - por concentración de corriente en el secundario de un transformador.....	518
$k_{1/3}$ = Parámetro de los dientes para 1/3 de la altura en los mismos.....	247
$L$ = Longitud geométrica del inducido.....	2
$L$ = - axial por columna de un transformador.....	37
$L_b$ = - equivalente de barra más anillos.....	279
$L_c$ = - total del arrollamiento inducido.....	13
$L_{c0}$ = - de cabeza de bobina.....	86
$L_{cb(1)}$ = - - - - - estatórica.....	319
$L_e$ = - equivalente de la barra exterior.....	352
$L_{eq}$ = - del circuito de dispersión para un transformador.....	486
$L_{F0}$ = - axial neta de la plancha magnética.....	124
$L_{fc}$ = - frontal media de los conductores del devanado de compensación.....	90
$L_h$ = - axial bruta de la plancha magnética.....	124
$L_i$ = - equivalente de la barra interior.....	352
$L_K$ = - del colector.....	83
$L_n$ = - axial efectiva para el flujo de dispersión.....	138
$L_n$ = - - bruta de la corona del núcleo.....	212
$L_{na}$ = - del núcleo de los polos auxiliares.....	140
$L_{na}$ = - efectiva por el flujo de dispersión en el cuerpo de la ranura.....	240
$L_{na}$ = - - - - - la base de la cuña.....	240
$L_{na}$ = - - - - - salida de la ranura.....	240
$L_{na\delta}$ = - - - - - ranuras del estator.....	319
$L_{na\delta(1)}$ = - - - - - las ranuras del estator.....	319
$L_{na(1)}$ = - - - - - efectiva del estator para la dispersión, a media altura de los dientes.....	410
$L_{nm(1)}$ = - - - rotor para la dispersión a media altura de los dientes.....	416

	Págs.
$L_{np}$ = - del núcleo polar.....	96
$L_{n\delta(1)}$ = - efectiva del estator para la dispersión en la salida hacia el entrehierro.....	410
$L_{nc(1)}$ = - - - - - base de la cuña.....	410
$L_{n(1)}$ = - - - - - dispersión.....	407
$L_p$ = - de la expansión polar.....	96
$L_{pa}$ = - - los polos auxiliares en el entrehierro.....	102
$L_z$ = Inductancia de dispersión por fase.....	30
$L_{zM}$ = - debida a la permeancia de inducción mutua en zig-zag.....	491
$L_{z1}$ = - de dispersión del arrollamiento de un transformador.....	484
$L_y$ = Longitud axial neta del yugo.....	98
$L_\delta$ = - magnética del entrehierro.....	134
$L_{\delta a}$ = - - - - - de los polos auxiliares.....	106
$L_1$ $L'_1$ = - equivalente del circuito de dispersión primario y del secundario.....	485
$L'_2$ = - de circuito de dispersión para el secundario en zig-zag.....	490
$l$ = Paso de media bobina en el fondo.....	89
$l$ = Grosor de tubos aislantes entre alta y baja.....	449
$l$ = Longitud de tubería.....	469
$l_a$ = - axial por anillo de corto circuito.....	317
$l_{Ba}$ = - media por bobina serie incluidas las conexiones.....	152
$l_b$ = - de una barra de la jaula.....	279
$l_b$ = - axial de una bobina individual de transformador.....	440
$l_{cA}$ = del cojinete lado accionamiento.....	154
$l_{cB}$ = - - - opuesto al accionamiento.....	154
$l_{c3}$ = - de conexión entre bobinas serie.....	152
$l_{c1}$ = - neta de conductores primarios paralelamente al flujo de dispersión.....	517
$l_{c2}$ = - - secundarios paralelamente al flujo de dispersión.....	517
$l_{c1}$ $l_{c2}$ = - - las conexiones internas para el primario y para el secundario.....	481
$l_c$ = - axial de una escobilla.....	133
$l_s$ = - de la barra exterior.....	352
$l_i$ = - - - interior.....	352
$l_{Ma}$ = Desarrollo exterior de una bobina auxiliar.....	111
$l_{Mf}$ = - - - - - polar.....	152
$l_{Msh}$ = - - - - - shunt.....	120
$l_m$ = Longitud media por conductor.....	11
$l_{ma}$ = Espira media de un polo auxiliar.....	111
$l_{mb}$ = - - por bobina polar.....	213
$l_{mc}$ = Longitud media por barra de un devanado de compensación.....	143
$l_{mp}$ = Espira media de los polos principales.....	151
$l_{ms}$ = - - - las bobinas de excitación serie.....	152
$l_{msh}$ = - - - - - shunt.....	116
$l_{mo}$ = Desarrollo de la entrecara activa de un transformador.....	485
$l_{m\delta 1}$ = - - - muerta en el devanado (1) de un transformador con desigual subdivisión del número de espiras.....	488
$l'_{mo}$ $l''_{mo}$ = Desarrollos medios de las entrecaras activas interior y exterior de un transformador biconcéntrico.....	487
$l_{m\delta 2}$ = Desarrollo de la entrecara muerta en el devanado (2) de un transformador con desigual subdivisión del número de espiras.....	488
$l_{m1}$ = Espira media del devanado (1) de un transformador.....	481
$l_{m(1)}$ = Longitud media por conductor estatórico.....	319
$l_{m2}$ = Espira media del devanado (2) de un transformador.....	481
$l_{m2}$ = Desarrollo de la entrecara entre las dos semibobinas de un devanado en zigzag.....	480
$l_{m(2)}$ = Longitud media por conductor rotórico.....	282
$l'_{m2}$ $l''_{m2}$ = Espiras medias ficticias del devanado central de un transformador biconcéntrico.....	487

$l_n$	= Longitud de la línea media de inducción en un polo.....	145
$l_p$	= - radial de un polo.....	135
$l_v$	= - axial de un ventilador.....	113
$l_y$	= - de la línea media de inducción en el yugo, por polo.....	136
$l_1 l_2$	= - los devanados de un transformador paralelamente al flujo de dispersión.....	485
$\Delta l_b$	= Suplemento de longitud de barra equivalente a los anillos.....	279
$M$	= Par nominal útil.....	275
$M$	= Distancia entre centros de columnas.....	436
$M$	= Número de entrecaras activas por columna de un transformador de bobinas alternadas.....	487
$M_{ac}$	= Par de aceleración.....	305
$M_{ac}$	= - medio de aceleración.....	305
$M_b$	= - referido a las potencias aparentes o efectivas en bornes.....	10
$M_{cc}$	= - de arranque.....	275
$M_{cc}$	= - - - referido al nominal útil.....	275
$M_{em}$	= - electromecánico del rotor.....	273
$M_{em}$	= - - nominal.....	294
$M_i$	= - acelerador del peso $G_i$ .....	308
$M'_i$	= - - - - referido al eje del motor.....	308
$M_m$	= - mecánico del rotor.....	237
$M_{maz}$	= - útil máximo referido al nominal.....	295
$M_{m(n)}$	= - mecánico nominal.....	274
$M_{maz}$	= - útil máximo.....	295
$M_{(n)}$	= - nominal útil.....	274
$M_{1-2}$	= - - - transido del estator al rotor.....	275
$M_{(1-2)max}$	= - máximo transmitido al rotor.....	294
$m$	= Número de fases.....	16
$m_1 m_2$	= - - - del estator y del rotor.....	259
$m$	= Masa mecánica.....	304
$m$	= Grosor de los tubos aislantes entre baja y núcleo.....	449
$N$	= Número de $r/m$ .....	2
$N$	= Velocidad de giro.....	305
$N$	= - - - del rotor.....	257
$N$	= Número de bobinas por columna.....	510
$N_B$	= - - - espiras por sección de un devanado de continua.....	99
$N_b$	= Espiras por bobina polar.....	213
$N_b$	= - - - individual de un transformador.....	440
$N_{ba}$	= Número de espiras de una bobina auxiliar.....	106
$N_{bp}$	= - - - - principal.....	151
$N_{bs}$	= - - - - serie.....	152
$N_{bsh}$	= - - - - shunt.....	118
$N_j$	= - - - por fase.....	34
$N_{j1}$	= Espiras por fase primaria.....	39
$N_{j2}$	= - - - secundaria.....	41
$N_i$	= Velocidad de giro de la masa rotatoria de peso $G_i$ .....	307
$N_o$	= - síncrona.....	22
$N_1$	= - síncrona.....	257
$N'_1 N''_1$	= Espiras de los devanados interior y exterior de un transformador biconcéntrico.....	517
$N_1 N_2$	= Velocidad de giro de unas masas rotatorias.....	310

$N_1 N_2$	= Espiras primarias y secundarias por fase de un transformador.....	472
$N_\infty$	= Velocidad de giro de embalamiento.....	222
$n$	= Número de ranuras.....	251
$n$	= - - - del inducido.....	3
$n$	= Distancia entre bobinas de alta y culata.....	450
$n_c$	= Número de canales de ventilación radial.....	74
$n_{c(1)}$	= - - - - del estator.....	399
$n_{c(2)}$	= - - - - rotor.....	423
$n_p$	= - - - ranuras por polo.....	57
$n_{p(1)} n_{p(2)}$	= - - - del estator y del rotor.....	285
$n_{pf}$	= - - - y fase.....	17
$n'_{pf}$	= Producto $\beta \times n_{pf}$ .....	178
$n_{p(1)} n_{p(2)}$	= Ranuras por polo y fase del estator y del rotor.....	284
$n_2$	= Número de ranuras del rotor.....	259
$o$	= Distancia entre el devanado de baja y la culata.....	450
$P$	= Potencia útil de un motor.....	26
$P$	= - aparente nominal de un alternador.....	207
$P_a$	= - absorbida.....	115
$P_b$	= - en bornes, aparente (alterna) o real (continua).....	6
$P_{blim}$	= - límite de una máquina de continua.....	84
$P_{b1}$	= - aparente en bornes primarios de un transformador.....	39
$P_{cc2}$	= - absorbida por el rotor en corto circuito.....	289
$P_{em}$	= Potencia electromecánica.....	256
$P_{exc}$	= Potencia absorbida por la excitatriz con el alternador a P.C.....	251
$P_m$	= - mecánica del rotor.....	255
$P_{maz}$	= - útil máxima.....	299
$P_{maz}$	= - - máxima referida a la nominal.....	300
$P_{m maz}$	= - mecánica máxima.....	299
$P_{m maz}$	= - - - referida a la potencia útil nominal.....	300
$P_u$	= - útil.....	48
$P_u$	= - de un transformador.....	532
$P_w$	= - activa absorbida.....	268
$P_{1-2}$	= - transferida al rotor.....	256
$P'_{1-2}$	= - - - con los valores reducidos al estator.....	260
$p$	= Número de pares de polos de una máquina.....	2
$p$	= Pérdidas totales en una máquina.....	155
$p$	= Distancia entre bobinados de columnas sucesivas.....	450
$p$	= Pérdida a disipar por el agua.....	469
$p_a$	= Potencia eliminada por el aire de ventilación.....	113
$p_a$	= Pérdida por efecto JOULE en los anillos de corto circuito.....	280
$p_B$	= - bobina polar.....	213
$p_{Ba}$	= - en el conjunto de las bobinas auxiliares.....	142
$p_b$	= - por unidad de superficie de la bobina polar.....	213
$p_b$	= - efecto JOULE en una barra.....	280
$p_{ba}$	= - - - bobina auxiliar.....	109
$p_{bp}$	= - bobina polar.....	152
$p_{bsh}$	= Pérdidas por bobina shunt.....	117
$p_{cu}$	= Pérdidas en las conexiones entre las bobinas auxiliares.....	142
$p_{cu}$	= Pérdidas totales en el cobre.....	454
$p_{cu}$	= Pérdidas totales en los devanados incluidos los adicionales.....	518

	Págs.
$P_{cu}$ = — relativas en los devanados incluidos los adicionales, referidos a la potencia aparente nominal.....	518
$P_{cuA}$ = Pérdida en el cojinete lado accionamiento.....	154
$P_{cuB}$ = — en el cojinete lado opuesto al accionamiento.....	154
$P_{cu}$ = Pérdidas totales en los cojinetes.....	154
$P_{cm1}$ $P_{cm2}$ = Pérdida en los devanados primario y secundario incluidas las adicionales.....	518
$P_{dc}$ = — el devanado de compensación.....	144
$P_c$ = Pérdidas totales en las escobillas.....	133
$P_{ej}$ = — por efecto JOULE en las escobillas.....	84
$P_{ez}$ = Pérdida en la excitación.....	152
$P_{ez}$ = — — — a P.C.....	251
$P_{e\mu}$ = Pérdidas por rozamiento en las escobillas.....	84
$P_{Fe}$ = — totales en el hierro.....	154
$P_{Fed}$ = — — — los dientes.....	154
$P_{Fen}$ = — — — el núcleo.....	154
$P_{Fey}$ = — — — yugo.....	250
$P_{Fe}$ = — específicas en el hierro.....	111
$P_{Fed}$ = — — — los dientes.....	153
$P_{Fen}$ = — — — el núcleo.....	250
$P_{Fey}$ = — — — yugo.....	13
$P_H$ = Potencia requerida para la circulación del agua.....	469
$P_v$ = Pérdidas por efecto JOULE.....	13
$P_J$ = — relativas por efecto JOULE.....	13
$P_J$ = — por efecto JOULE referidas a la potencia aparente nominal primaria.....	481
$P_J$ = — absolutas en el cobre en C.A.....	240
$P_J$ = — relativas en el cobre en C.A.....	240
$P_{J1}$ = — en el devanado estático.....	269
$P_{J(1)}$ = — — — referidas a la potencia aparente en bornes.....	281
$P_{J(1)}$ = — por efecto JOULE en el estator referidas a la potencia aparente nominal en bornes.....	406
$P_{J1}$ $P_{J2}$ = — — — — primario y en el secundario de un transformador.....	516
$P_{J2}$ = — en el devanado rotórico.....	256
$P_{J2}$ = — de potencia en el circuito rotórico a lo largo del proceso de arranque.....	312
$P_{J2}$ = — en el cobre rotórico referidas a la potencia aparente del rotor a P.C.....	282
$P'_{J2}$ = — — — a P.C. referidas a la potencia aparente nominal primaria.....	476
$P_{J2/1}$ = — — — — corregidas por la corriente estática y referidas a la potencia aparente en bornes a P.C.....	282
$P_m$ = — mecánicas.....	257
$P_{pa}$ = — en el circuito de los polos auxiliares.....	142
$P_{R(1)}$ = — absolutas en los conductores del estator.....	408
$P_{R(1)}$ = — relativas en los conductores del estator, con C.A.....	408
$P_s$ = — en la excitación serie.....	152
$P_t$ = — totales en un transformador.....	456
$P_v$ = — causadas por la ventilación.....	155
$P_\beta$ = Relación $p/\beta$ .....	178
$P_\mu$ = Potencia magnetizante de un transformador.....	454
$P_\mu$ = — referida a la aparente nominal en bornes.....	316
$P_\delta$ = — aparente en bornes.....	281

	Págs.
$P_{em}$ = — — electromecánica o transmitida al rotor.....	259
$P_\mu$ = — magnetizante.....	316
$Q_a$ = Caudal de aire de ventilación.....	113
$Q_{ac}$ = — — aceite de refrigeración.....	472
$Q_H$ = — — agua de refrigeración.....	469
$Q_1$ $Q_2$ = Número de bobinados concéntricos parciales del primario y del secundario de un transformador con entrecaras muertas.....	488
$q$ = Carga lineal específica de un inducido.....	2
$q$ = — — media por columna.....	41
$q$ = Grosor del tabique aislante entre columnas.....	450
$q_b$ = Carga lineal de una bobina individual de transformador.....	440
$q_{b1}$ $q_{b2}$ = — — — — primaria o secundaria de un transformador.....	444
$q_\mu$ = — correspondiente a la corriente magnetizante.....	316
$q_1$ = — del estator.....	284
$q_2$ = — — rotor.....	284
$q_1$ $q_2$ = — — media por columna debida a las corrientes primaria y secundaria.....	40
$R$ = Resistencia eléctrica.....	13
$R_a$ = — óhmica de un anillo.....	280
$R_b$ = — combinada de una barra rotórica y los anillos.....	336
$R_{Ba}$ = — del sistema de bobinas auxiliares.....	141
$R_{ba}$ = — de una bobina auxiliar.....	111
$R_{bs}$ = — — — serie.....	153
$R_{bsh}$ = — — — shunt.....	118
$R_c$ = — rotórica representante de la carga mecánica.....	255
$R'_c$ = — representativa de la carga mecánica del motor, referida al estator.....	262
$R_{ca}$ = — de las conexiones entre bobinas auxiliares.....	142
$R_{cc}$ = — corto circuito.....	264
$R_{dc}$ = — del devanado de compensación.....	143
$R'_e$ = — por fase de la jaula exterior despreciando el efecto de concentración de corriente.....	342
$R'_e$ = — $r_e$ reducida el estator.....	377
$R_{ei}$ = — por fase de la jaula exterior incluido el efecto de concentración de corriente.....	340
$R_i$ = — — — — interior despreciando el efecto de concentración de corriente.....	342
$R'_i$ = — $r_i$ reducida al estator.....	357
$R_{eis}$ = — por fase, combinada de ambas jaulas, según el deslizamiento.....	344
$R_{is}$ = — — de la jaula interior incluido el efecto de concentración de corriente.....	340
$R'_{M2}$ = — rotórica de máximo par de arranque, reducido al estator.....	297
$R_{pa}$ = — del circuito de los polos auxiliares.....	142
$R_s$ = — de una bobina serie.....	153
$R_{sc}$ = — del inducido supuesto todo el devanado en serie.....	13
$R_1$ = — por fase del estator.....	264
$R_1$ $R_2$ = — — — primaria y secundaria.....	472
$R'_2$ = — — — estática equivalente al rotor.....	260
$R_2$ = — — — secundaria reducida al primario.....	474
$R_{2(s)}$ = — resultante por fase del rotor con el deslizamiento $s$ .....	344
$R_{2(0)}$ = — — — — en marcha normal.....	345
$R_{2(1)}$ = — — — — el arranque.....	347
$R'_{2(1)}$ = — $R_{2(1)}$ reducida al estator.....	357
$r$ = Radio de tangencia en las cabezas de bobina en horquilla.....	89

	Págs.
$r$ = — — giro o de inercia.....	305
$r$ = Distancia entre partes activas de los bornes.....	453
$r_b$ = Resistencia propia por barra de la jaula.....	337
$r_B$ = Relación de transformación para los f.e.m. por fase del motor.....	259
$r_e$ = Resistencia equivalente por barra exterior.....	352
$r_i$ = Relación de transformación para las corrientes por fase del motor.....	259
$r_l$ = Resistencia equivalente por barra interior.....	352
$r_\Omega$ = Relación de transformación para los valores óhmicos por fase del motor.....	260
$r_1$ = Radio de tangencia en las cabezas de bobinas del estator.....	405
$r_{2(0)}$ = Resistencia resultante por ranura rotórica en marcha normal.....	353
$r_{2(1)}$ = — — — — — el arranque.....	354
$S$ = Superficie de contacto entre el aceite y la cuba.....	456
$S_a$ = Salida normal para el aire de un ventilador.....	113
$S_a$ = Sección de un anillo.....	279
$S_{ae}$ = — del anillo de corto circuito exterior.....	353
$S_{ai}$ = — — — — — interior.....	352
$S_b$ = Superficie de ventilación por bobina polar.....	214
$S_b$ = Sección por barra.....	279
$S_{be}$ = — de la barra exterior.....	352
$S_{bi}$ = — — — — — interior.....	352
$S_{bsh}$ = Superficie de ventilación de una bobina shunt.....	118
$S_c$ = Sección de conductores en una ranura.....	392
$S_{c(2)}$ = — — por ranura rotórica.....	421
$S_{sp}$ = — — escobillas por polo.....	85
$S_H$ = — transversal de los serpentines.....	469
$S_K$ = Superficie cilíndrica de colector.....	86
$S_n$ = Sección neta del núcleo.....	34
$S_{nu}$ = — — de un polo auxiliar.....	103
$S_p$ = — — — — — principal.....	96
$S_{r(2)}$ = — por ranura rotórica para los conductores aislados.....	421
$S_v$ = Superficie de ventilación.....	112
$S_{va}$ = — — — — — de una bobina auxiliar.....	109
$S_{vp}$ = — — — — — polar.....	152
$S_y$ = Sección neta del yugo.....	97
$s$ = — del conductor.....	4
$s$ = Deslizamiento.....	254
$s$ = Distancia entre las partes activas de los bornes y la brida.....	453
$s'$ = Deslizamiento con el rotor reducido al estator.....	260
$s_a$ = Sección del conductor de las bobinas auxiliares.....	106
$s_{ac}$ = — de anillo compensador.....	66
$s_b$ = — — conductor de las bobinas inductoras de un alternador.....	213
$s_{bp}$ = — del conductor de las bobinas de los polos principales.....	151
$s_{sh}$ = — — — — — serie.....	152
$s_c$ = — de un conductor de inducido.....	129
$s_{cc}$ = — del conductor del devanado de compensación.....	110
$s_f$ = — de conductor por fase.....	228
$s_{j(1)}$ = — del conductor por fase estática.....	400
$s_M$ = Deslizamiento de máximo par transmitido al rotor.....	296
$s_P$ = — — máxima potencia mecánica.....	301
$s_{sh}$ = Sección del conductor de las bobinas shunt.....	116
$s_1$ = — de conductor primario.....	39
$s_1 s_2$ = — por conductor primario o secundario de un transformador.....	481
$s_2$ = — de conductor rotórico.....	422

	Págs.
$T$ = Tiempo de arranque con par acelerador constante.....	305
$t$ = M.d.c. de $a$ e $y_k$ .....	71
$t$ = Grosor de pared del manguito aislante.....	197
$t$ = Distancia entre las partes activas de los bornes y masa.....	453
$t_x$ = Grosor de delga en el colector.....	132
$t_M$ = máximo del diente.....	187
$t_{M(1)}$ = — — de diente estático.....	317
$t_{M(2)}$ = — — — — — rotórico.....	317
$t_m$ = — medio del diente.....	187
$t_{m(1)}$ = — — del diente estático.....	317
$t_{m(2)}$ = — — — — — rotórico.....	317
$t_0$ = — mínimo del diente.....	74
$t_{o(1)}$ = — — — — — estático.....	317
$t_{o(2)}$ = — — — — — rotórico.....	317
$t_{1/3}$ = — — — a $1/3$ de su altura.....	229
$U$ = Tensión.....	13
$U$ = — nominal.....	6
$U_b$ = — de excitación por bobina polar.....	213
$U_{bp}$ = — disponible por bobina polar.....	151
$U_{bsh}$ = — por bobina shunt.....	18
$U_{ez}$ = — nominal de excitación.....	151
$U'_{ez}$ = — de excitación disponible.....	151
$U_f$ = — por fase.....	207
$U_N$ = — — espira.....	511
$U_i$ = Componente de la tensión para vencer la reacción transversal.....	33
$\Delta U_z$ = Variación de la tensión de vacío a P.C. en valor absoluto.....	502
$U_\pi$ = Tensión de prueba.....	509
$U_1$ = — aplicada al primario por fase.....	475
$U_1 U_2$ = Tensiones primaria y secundaria de un transformador.....	473
$U'_2$ = Tensión secundaria reducida al primario.....	476
$U_{20}$ = — — por fase, en vacío.....	475
$u$ = Número de secciones por ranura.....	56
$u$ = Caída óhmica en el circuito del inducido.....	123
$u_c$ = Número de barras tangenciales por ranura.....	238
$u_{dc}$ = Caída de tensión en el devanado de compensación.....	144
$u_e$ = — — — por escobilla.....	133
$u_K$ = Tensión media por delga.....	82
$\dot{u}_{MR 2/1}$ = Caída óhmica rotórica con la resistencia de máximo par de arranque corregida para la corriente estática y referida a la T.N.....	297
$u_{pa}$ = — de tensión en los polos auxiliares.....	142
$u_R$ = — — — la resistencia del inducido.....	15
$u_R$ = — óhmica de corto circuito.....	479
$\hat{u}_R$ = — — relativa en el inducido.....	13
$\underline{u}_R$ = — — de tensión en C.A.....	240
$\hat{u}_R$ = — — relativa de tensión en C.A.....	240
$\hat{u}_{Rcc}$ = — de resistencia en corto circuito referida a la T.N.....	288
$\hat{u}_{R(1)}$ = — óhmica de tensión en el estator con C.A.....	408
$\hat{u}_{R1}$ = — — estática en valor relativo de la T.N.....	281
$\hat{u}_{R(1)}$ = — — relativa de tensión en el estator en C.A.....	408
$\hat{u}_{R2}$ = — de resistencia por fase secundaria.....	257
$u'_{R2}$ = — — — — — rotórica, reducida al primario.....	260
$\hat{u}_{R2}$ = — — — — — en valor relativo de su propia f.e.m.....	261

	Págs.
$\dot{u}'_{R2}$ = — — — relativa por fase rotórica reducida al estator.....	261
$\dot{u}_{R2/1}$ = — — — óhmica del rotor corregida por la corriente del estator y referida a la T.N.....	282
$\dot{u}_{R2/1}$ = — — — — — — — — — en el arranque y referida a la T.N.....	360
$\dot{u}_{R2/1 P.C.}$ = — — — — — — — — — a P.C. y referida a la T.N.....	361
$u_s$ = — — — de tensión en la excitación serie.....	147
$\dot{u}_1$ = Componente de la tensión para vencer la reacc. transv. referida a la T.N.....	35
$\dot{u}_2$ = Tensión de corto circuito con la corriente de P.C., referida a la T.N.....	501
$\dot{u}_{ccc}$ = Caída de impedancia en corto circuito referida a la T.N.....	288
$u_1$ = Número de barras, tangencialmente, por ranura estática.....	406
$\Delta \dot{u}$ = Variación de tensión de vacío a P.C. referida a la T.N.....	500
$V_{\square}$ = Volumen prismático circunscrito al rotor.....	7
$V_{\square}$ = — — — a una columna de transformador.....	39
$v$ = Velocidad tangencial del inducido.....	75
$v_{c.d.}$ = — — — lineal del muñón lado accionamiento.....	154
$v_{c.B.}$ = — — — — — opuesto al accionamiento.....	154
$v_H$ = — — — agua de refrigeración.....	468
$v_i$ = — — — lineal de una masa en movimiento rectilíneo.....	307
$v_K$ = — — — tangencial del colector.....	84
$v_v$ = — — — ventilador.....	113
$v_{\infty}$ = — — — lineal de embalamiento.....	224
$w$ = Distancia desde los anillos de corto circuito al centro de las bobinas estáticas.....	324
$X$ = Reactancia de dispersión por fase.....	30
$X_c$ = — — — corregida común a las dos jaulas.....	342
$X_{cc}$ = — — — de corto circuito.....	264
$X_{c(2)}$ = — — — por fase común a ambas jaulas.....	344
$X'_{c(2)}$ = — — — $X_{c(2)}$ reducida al estator.....	357
$X_{e1}$ = — — — por fase de la jaula exterior con concentración de corriente en la barra.....	340
$X_i$ = — — — — — interior despreciando la concentración de corriente en la barra.....	343
$X'_i$ = — — — $X_i$ reducida al estator.....	357
$X_{ie(i)}$ = — — — por fase combinada de ambas jaulas, según el deslizamiento.....	343
$X_{ie(0)}$ = — — — — — en marcha normal.....	345
$X_{ie(1)}$ = — — — — — el arranque.....	347
$X'_{ie(0)}$ = — — — $X_{ie(0)}$ reducida al estator.....	347
$X'_{ie(1)}$ = — — — $X_{ie(1)}$ reducida al estator.....	357
$X_{i1}$ = — — — por fase de la jaula interior con concentración de corriente en las barras.....	340
$X_1$ = — — — — — estática.....	264
$X_1 X_2$ = — — — — — primaria y secundaria del transformador.....	473
$X_2$ = — — — — — rotórica a la frecuencia de la red.....	254
$X'_2$ = — — — — — secundaria reducción del primario.....	474
$X_{2(1)}$ = — — — combinada por fase del rotor en el arranque.....	348
$X'_{2(1)}$ = — — — $X_{2(1)}$ reducida al estator.....	357
$X_{2(s)}$ = — — — resultante por fase del rotor con el deslizamiento (s).....	344
$X_{2(0)}$ = — — — — — en marcha normal.....	345
$X'_{2(0)}$ = — — — $X_{2(0)}$ reducida al estator.....	357
$x$ = — — — de ajuste para los explosores de los bornes.....	453
$x_{c(2)}$ = — — — común por ranura rotórica.....	352
$x_e$ = — — — por barra exterior.....	352
$x_i$ = — — — interior.....	352

	Págs.
$x_{ie(0)}$ = — — — resultante de ambas barras exteriores e interiores en marcha normal.....	353
$x_{ie(1)}$ = — — — — — — — — — el arranque.....	354
$x_{2(0)}$ = — — — por ranura en marcha normal.....	353
$x_{2(1)}$ = — — — — — ranura en el arranque.....	354
$Y$ = Admitancia.....	264
$Y_{cc}$ = — — — de corto circuito.....	266
$y$ = Distancia entre el centro de las bobinas y el de los radiadores.....	462
$y_c$ = Paso de las conexiones compensadoras, en delgas.....	66
$y_f$ = — — — frontal de bobina, en ranuras.....	60
$y_k$ = — — — del colector, en delgas.....	58
$y_n$ = — — — de bobina medido en ranuras.....	57
$y_{n(1)}$ = — — — en el estator.....	313
$y_{n(1)}$ = — — — medio de ranuras estática.....	405
$y_1$ = — — — posterior de bobina, en secciones.....	60
$y_2$ = — — — anterior de bobina, en secciones.....	60
$Z$ = Número total de conductores del inducido.....	2
$Z$ = Impedancia.....	264
$Z_{cc}$ = — — — de corto circuito.....	266
$Z_f$ = Número de conductores por fase.....	237
$Z_{rel(s)}$ = Impedancia por fase combinada de ambas auras según el deslizamiento.....	343
$Z_K$ = Conductores por delga.....	128
$Z_n$ = Número de conductores por ranura.....	3
$Z_1$ = — — — del estator.....	259
$Z_2$ = — — — — — rotor.....	258
$Z_{2(s)}$ = Impedancia resultante por fase del rotor con el deslizamiento (s).....	344
$z_a$ = Desarrollo tangencial de la zona de conmutación.....	102
$z_{dc}$ = Número de barras por polo del devanado de compensación.....	110
$z_{ie(1)}$ = Impedancia resultante de las barras por ranura rotórica en el arranque.....	359



	Págs.
$\alpha$ = Desfase entre la f.e.m. del campo principal y la corriente de carga.....	33
$\alpha$ = Inclinación tangencial de los lados de la cabeza de bobina.....	89
$\alpha$ = Parámetro para el cálculo de la «altura equivalente».....	138
$\alpha$ = Numerador de la fracción irreducible en el número de ranuras por polo y fase.....	177
$\alpha$ = Angulo magnético correspondiente al punto de abscisa $x$ .....	205
$\alpha$ = geométrico del diagrama circular.....	296
$\alpha'$ = Factor activo para el cálculo de la concentración de corriente entre conductores en paralelo.....	238
$\alpha_{ba}$ = Número de vías de los polos auxiliares.....	108
$\alpha_{bp}$ = - - - - - principales.....	151
$\alpha_{bs}$ = - - - - - en paralelo de la excitación serie.....	152
$\alpha_{dc}$ = - - - - - del devanado de compensación.....	111
$\alpha_1$ = Factor activo sobre la concentración de corriente en el estator.....	406
$\alpha_1$ = - - - para la concentración de corriente en el primario.....	517
$\alpha'_1$ = Parámetro para el cálculo de la corriente circulatoria entre conductores en paralelo del estator.....	407
$\alpha_2$ = Factor activo sobre la concentración de corriente en el rotor.....	323
$\alpha_2$ = - - - para la concentración de corriente en el secundario.....	517
$\beta$ = Denominador de la fracción irreducible en el número de ranuras por polo y fase.....	177
$\beta_{pa}$ = Arco polar magnético de los polos auxiliares.....	103
$\gamma$ = Peso específico del cobre.....	13
$\gamma$ = Angulo magnético entre ranuras.....	177
$\gamma$ = Parámetro de resistencia para las dos jaulas.....	345
$\gamma_a$ = Peso por unidad de volumen del aire.....	113
$\gamma_{Fe}$ = específico de la chapa magnética.....	113
$\gamma_{cu}$ = - - - del cobre.....	516
$\Delta$ = Densidad de corriente.....	2
$\Delta$ = - - - de corriente en las bobinas individuales de un transformador.....	441
$\Delta_a$ = - - - - - de los polos auxiliares.....	106
$\Delta_a$ = - - - - - anillos.....	279
$\Delta_b$ = - - - - - las bobinas polares.....	213
$\Delta_b$ = - - - - - barras.....	279
$\Delta_{bp}$ = - - - - - bobinas de excitación principales.....	151

	Págs.
$\Delta_{bs}$ = - - - - - de excitación serie.....	152
$\Delta_{b, \Delta}$ = - - - - - shunt.....	117
$\Delta_{dc}$ = - - - - - barras del devanado de compensación.....	110
$\Delta_c$ = - - - - - escobillas.....	83
$\Delta_{carr}$ = - - - durante el arranque en la jaula exterior.....	359
$\Delta_{iarr}$ = - - - - - interior.....	359
$\Delta_1$ = - - - en el primario.....	39
$\Delta'_1 \Delta''_1$ = - - - - - devanado interior y en el exterior de un transformador biconcéntrico asimétrico.....	517
$\Delta_2$ = - - - - - secundario.....	42
$\Delta_{2/1}$ = - - - - - rotor corregida por la corriente del estator.....	281
$\Delta_{2/1 arr}$ = - - - - - en el arranque corregida por la corriente del estator, con la sección equivalente a la puesta en marcha.....	361
$\Delta_{2/1 PC}$ = - - - - - corregida por la corriente del estator, a P.C.....	362
$\delta$ = Entrehierro de los polos principales.....	33
$\delta_a$ = - - - auxiliares.....	104
$\delta'_a$ = - en la raíz del polo auxiliar.....	140
$\delta_{b1} \delta_{b2}$ = Grosos de los bobinados parciales primario y secundario de un transformador con entrecaras muertas.....	488
$\delta_{c1} \delta_{c2}$ = - total de conductores del primario y secundario de un transformador perpendicularmente al flujo de dispersión.....	517
$\delta_{e1} \delta_{e2}$ = - de bobina por entrecara para la dispersión.....	517
$\delta_m$ = Entrehierro medio.....	240
$\delta_{m1} \delta_{m2}$ = Grosor medio del devanado primario y del secundario.....	42
$\delta_x$ = Entrehierro sobre la abscisa $x$ .....	205
$\delta_y$ = - en los extremos de las expansiones polares.....	205
$\delta_0$ = Grosor de la entrecara activa de un transformador.....	485
$\delta'_0$ = - - - - - entre las dos semibobinas de un devanado en zig-zag.....	489
$\delta''_0$ = Entrecaras activas en un transformador biconcéntrico.....	487
$\delta_{01} \delta_{02}$ = - muertas radiales del primario y del secundario.....	488
$\delta_1 \delta_2$ = Grosor del primario y del secundario de un transformador, perpendicularmente al flujo de dispersión.....	485
$\delta'_1 \delta''_1$ = - de la bobina interior y de la exterior de un devanado biconcéntrico.....	487
$\delta'_2 \delta''_2$ = Grosos ideales del devanado central de un transformador biconcéntrico, proporcionales a las espiras enfrentadas del otro devanado.....	487
$\epsilon$ = Parte entera del número mixto para las ranuras por polo y fase fraccionarias.....	177
$\epsilon_c$ = Anchura de un canal de ventilación radial.....	74
$\epsilon_{c(1)}$ = - - - - - en el estator.....	399
$\epsilon_{c(2)}$ = - - - - - rotórico.....	423
$\epsilon_A$ = Grosor total de aislamientos tangenciales.....	392
$\epsilon_n$ = Anchura perdida por canal, para el flujo de dispersión.....	138
$\epsilon_{n\delta(1)}$ = Pérdida de longitud por canal estático para el paso del flujo de dispersión en la salida hacia el entrehierro.....	409
$\epsilon_{n m(1)}$ = - - - - - a media altura de la ranura.....	409
$\epsilon_{n m(2)}$ = - - - - - rotórico para el paso del flujo de dispersión a media altura de las ranuras.....	416
$\epsilon_{n s(1)}$ = - - - - - estático para el paso del flujo de dispersión en la base de la cuña.....	400
$\epsilon_{m(1)}$ = - - - - - dispersión.....	407
$\epsilon_v$ = Grosor total de aislamientos radiales.....	392
$\epsilon_D$ = Anchura perdida por canal, para el flujo principal.....	134
$\epsilon_{\delta a}$ = - - - - - los polos auxiliares.....	106

$\zeta$	= Coeficiente de PICHELMACHER .....	99
$\zeta$	= Altura equivalente de un conductor simple .....	138
$\zeta'$	= -- para varios conductores en paralelo .....	238
$\zeta_1$	= -- ficticia de una barra estatórica .....	407
$\zeta_1'$	= -- del conductor múltiple estatórico .....	407
$\zeta_2$	= -- equivalente para un conductor primario o uno secundario .....	517
$\zeta_2'$	= -- ficticia de una barra rotórica .....	416
$\eta$	= Rendimiento .....	253
$\eta$	= -- global .....	30
$\eta_{ez}$	= -- de la excitatriz .....	251
$\eta_m$	= -- mecánico .....	257
$\eta_f$	= -- de presión del ventilador .....	113
$\eta_Q$	= -- la bomba hidráulica .....	469
$\theta$	= Temperatura centigrada .....	29
$\theta$	= Calentamiento superficial de los bobinas polares .....	215
$\theta$	= Temperatura de servicio .....	408
$\hat{\theta}_{ac}$	= Calentamiento máximo del aceite sobre el aire exterior .....	456
$\theta_{ac-c}$	= Diferencia de temperatura entre el aceite y la superficie exterior de la cuba .....	456
$\theta_{acm}$	= Calentamiento medio del aceite .....	456
$\theta_b$	= Excitación de una bobina polar .....	213
$\theta_{ba}$	= -- por bobina auxiliar .....	105
$\theta_{bp}$	= -- -- principal en carga .....	151
$\theta_{bpmax}$	= -- máxima posible por bobina polar .....	151
$\theta_{bs}$	= -- por bobina serie .....	116
$\theta_{bs\lambda}$	= -- -- shunt .....	116
$\theta_{bo}$	= -- polo en vacío .....	151
$\theta_{bo}$	= -- -- -- y con f.e.m. igual a la T.N. ....	245
$\theta_c$	= Calentamiento medio de la superficie exterior de la cuba .....	456
$\hat{\theta}_d$	= Excitación por polo para los dientes .....	93
$\hat{\theta}_{do}$	= -- para los dientes con f.e.m. igual a la T.N. ....	145
$\hat{\theta}_{d(2)}$	= -- por polo para los dientes del estator y del rotor .....	326
$\theta_{1b}$	= -- -- -- vencer la reacción longitudinal .....	149
$\hat{\theta}_n$	= -- -- -- el núcleo inducido .....	149
$\hat{\theta}_{no}$	= -- para el núcleo con f.e.m. igual a la T.N. ....	145
$\theta_p$	= -- por polo para el núcleo polar .....	150
$\theta_{po}$	= -- para el polo con f.e.m. igual a la T.N. ....	146
$\hat{\theta}_{1b}$	= -- por polo para la reacción transversal .....	33
$\theta_v$	= -- -- -- el yugo .....	150
$\theta_{vo}$	= -- para el yugo con f.e.m. igual a la T.N. ....	147
$\hat{\theta}_3$	= -- por polo para el entrehierro .....	93
$\hat{\theta}_{3o}$	= -- para el entrehierro con f.e.m. igual a la T.N. ....	144
$\hat{\theta}_\mu$	= -- necesaria por polo .....	315
$\theta_{\sigma p}$	= F.m.m. de dispersión polar por polo .....	149
$\theta_{\sigma po}$	= -- -- -- en vacío y con f.e.m. igual a la T.N. ....	146
$\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_3, \hat{\theta}_5$	= -- los armónicos 1.º, 3.º, 5.º .....	244
$\Delta\theta$	= Incremento de temperatura .....	24
$\Delta\theta$	= Calentamiento durante los procesos de arranque o frenado a contra corriente .....	314
$\Delta\theta$	= -- medio de las conexiones frontales .....	390

$\Delta\theta$	= Incremento de temperatura de una bobina sobre la del aceite .....	442
$\Delta\theta_a$	= Calentamiento del aire de ventilación .....	113
$\Delta\theta_{ac}$	= -- aceite en el intercambiador .....	472
$\Delta\theta_{ba}$	= -- de las bobinas auxiliares .....	108
$\Delta\theta_{bp}$	= -- -- -- polares .....	152
$\Delta\theta_c$	= -- del cobre inducido .....	114
$\Delta\theta_H$	= -- agua de refrigeración .....	468
$\Delta\theta_K$	= -- colector .....	86
$\Delta\theta_1$	= -- de las cabezas de bobina del estator .....	400
$\Delta\theta_2$	= -- del devanado primario y del secundario .....	524
$A_{cc}$	= Permeancia de corto circuito de un transformador .....	485
$A_{M2}$	= -- inducción mútua en zig-zag .....	489
$A_z$	= -- referida a una ranura .....	241
$A_{z1}$	= -- de dispersión primaria y secundaria de un transformador .....	484
$A_{\sigma p}$	= -- -- polar .....	145
$A_{\sigma 2}$	= -- -- propia del secundario .....	490
$\lambda$	= Relación entre la longitud de inducido y el paso polar .....	163
$\lambda$	= Permeancia específica referida a los ranuras .....	240
$\lambda_{be}$	= -- debida a la barra exterior .....	340
$\lambda_{bi}$	= -- -- -- interior .....	340
$\lambda_{cb}$	= -- de las cabezas de bobina referida a las ranuras .....	241
$\lambda_{cbe}$	= -- del anillo exterior, referida a la ranura .....	340
$\lambda_{cbi}$	= -- -- interior referida a la ranura .....	340
$\lambda_{cb(1)}$	= -- de las cabezas de bobina del estator referida a las ranuras .....	320
$\lambda_{cb(2)}$	= -- -- los anillos de corto circuito referida a las ranuras .....	279
$\lambda_{cb(2)}$	= -- -- las cabezas de bobinas referidas a las ranuras .....	320
$\lambda_{c(2)}$	= -- común a ambas barras exterior e interior .....	343
$\lambda_i$	= -- resultante por barra interior .....	343
$\lambda_{iearri}$	= -- combinada de ambas barras, en el arranque .....	354
$\lambda_{ie(0)}$	= -- -- -- marcha normal .....	354
$\lambda_{re}$	= -- de ranura exterior .....	340
$\lambda_{ri}$	= -- -- interior .....	340
$\lambda_{r(1)}$	= -- -- estatónica .....	319
$\lambda_{r(2)}$	= -- -- rotórica .....	323
$\lambda_i$	= -- -- cabeza de dientes .....	240
$\lambda_z$	= -- -- un inducido referida a la ranura .....	30
$\lambda_z$	= -- combinada, de un transformador .....	484
$\lambda_{z(1)}$	= -- del estator referida a la ranura .....	320
$\lambda_{z(1)}$	= -- -- primario y del secundario de un transformador .....	484
$\lambda_{z(1)}$	= -- combinada por unidad de longitud axial del estator y del rotor .....	284
$\lambda_{z(2)}$	= -- del rotor referida a la ranura .....	324
$\lambda_{z(1)}$	= -- en zig-zag del estator .....	320
$\lambda_{z(2)}$	= -- -- -- rotor .....	324
$\lambda_{e1}$	= -- del corte entre ranuras exteriores e interiores .....	340
$\lambda_{e2}$	= -- de salida de ranura .....	340
$\xi$	= Factor de bobinado .....	16
$\xi_d$	= -- distribución .....	191
$\xi_v$	= -- acortamiento del paso .....	191
$\xi_1$	= -- bobinado para la fundamental .....	33
$\xi_1, \xi_3, \xi_5$	= Factores de bobinado del estator y del rotor .....	259
$\xi_1, \xi_3, \xi_5$	= -- -- -- para los armónicos 1.º, 3.º, 5.º .....	244

	Págs.
$\rho$ = Resistividad.....	11
$\rho$ = Radio interno en el vértice de la cabeza de bobina.....	89
$\rho$ = Resistividad común a barras y anillos.....	280
$\rho$ = Pérdida de presión por metro de tubo.....	469
$\rho_a$ = Resistividad de los anillos.....	279
$\rho_{ne}$ = - del anillo exterior.....	353
$\rho_{ai}$ = - - interior.....	352
$\rho_b$ = - de las barras.....	279
$\rho_{be}$ = - - la barra exterior.....	352
$\rho_{bi}$ = - - - interior.....	352
$\rho_\theta$ = - a la temperatura $\theta$ .....	14
$\rho_1 \rho_2$ = - del estator y del rotor.....	282
$\rho_{20} \rho_{75} \rho_{115}$ = - a las temperaturas indicadas por los subíndices.....	317
$\rho_{75}$ = - del Cu 56 para 75° C.....	14
$\sigma_{pa}$ = Coeficiente de dispersión para los polos auxiliares.....	103
$\sigma_p$ = - - - polar.....	135
$\sigma$ = Parámetro sobre las pérdidas adicionales en las máquinas de continua.....	138
$\sigma_{po}$ = Coeficiente de dispersión polar en vacío y con f.e.m. igual a la T.N.....	98
$\mu$ = M.d.c. de $n$ y $p$ .....	185
$\mu_r$ = Coeficiente de rozamiento de las escobillas.....	133
$\nu$ = Vuelo de las cabezas de bobina.....	88
$\nu$ = Orden de un armónico.....	186
$\nu$ = Número de estratos radiales de conductores por ranura.....	237
$\nu'$ = - - - de grupos conductores en paralelo por ranura.....	155
$\nu_v$ = Coeficiente de pérdidas por ventilación.....	253
$\nu$ = Parámetro de fase para los jaulas en marcha normal.....	345
$\nu_{e1} \nu_{e2}$ = Número de estratos de conductores primarios o secundarios perpendiculares al flujo de dispersión, por entrecara de un transformador.....	516
$\nu_1$ = Vuelo de las cabezas de bobina del estator.....	495
$\nu_1$ = Número de estratos conductores por ranura estatórica.....	406
$\nu_1'$ = - - - de conductores múltiples, por ranura.....	407
$\tau_{dc}$ = Paso polar en el diámetro medio del devanado de compensación.....	90
$\tau_K$ = - de delgas.....	102
$\tau_M$ = - máximo de ranura.....	131
$\tau_{M(1)} \tau_{M(2)}$ = - - - en el estator y en el rotor.....	317
$\tau_m$ = - medio de ranura.....	131
$\tau_p$ = - polar.....	2
$\tau_{pK}$ = - - sobre el colector.....	132
$\tau_\delta$ = - de ranuras en el entrehierro.....	7
$\tau_{\delta(1)} \tau_{\delta(2)}$ = Pasos de ranura estatórica y rotórica en el entrehierro.....	317
$\tau_0$ = Paso mínimo de ranuras.....	86
$\tau_{o(1)} \tau_{o(2)}$ = Pasos mínimos de ranura en el estator y en el rotor.....	317
$\tau_{1/3}$ = Paso de ranura a 1/3 de la altura.....	229
$\phi$ = Flujo común en el núcleo de un transformador.....	472
$\hat{\phi}$ = - máximo por columna de transformadores.....	34
$\hat{\phi}$ = - - senoidal en el núcleo de un transformador.....	36
$\tilde{\phi}_n$ = - en el núcleo rotórico en carga.....	249

	Págs.
$\phi_{na}$ = - - - - de un polo auxiliar.....	139
$\phi_p$ = - - - - - principal.....	150
$\hat{\phi}_{po}$ = - por polo con f.e.m. igual a la T.N.....	146
$\hat{\phi}_i$ = - en el entrehierro con onda senoidal de amplitud de inducción máxima $\hat{B}_i$ .....	33
$\hat{\phi}_y$ = - - - yugo.....	150
$\hat{\phi}_{yo}$ = - - - con f.e.m. igual a la T.N.....	146
$\hat{\phi}_\delta$ = - efectivo en el entrehierro.....	2
$\hat{\phi}_\delta$ = - de distribución senoidal en el entrehierro a igualdad de f.e.m. eficaz.....	16
$\tilde{\phi}_{\delta a}$ = - en el entrehierro de un polo auxiliar.....	103
$\hat{\phi}_{\delta o}$ = - total de los $2p$ polos para una f.e.m. igual a la T.N.....	8
$\hat{\phi}_{\delta o}$ = - efectivo en el entrehierro con f.e.m. igual a la T.N.....	83
$\hat{\phi}_{\delta o}$ = - en el entrehierro con onda senoidal y f.e.m. igual a la T.N.....	36
$\tilde{\phi}_{\sigma p}$ = - de dispersión polar.....	150
$\phi_{\sigma po}$ = - - - con f.e.m. igual a la T.N.....	98
$\phi_{\sigma 1} \phi_{\sigma 2}$ = - - - del primario y del secundario.....	472
$\chi$ = Conductividad eléctrica.....	337
$\varphi$ = Desfase entre corriente y tensión.....	30
$\varphi_{min}$ = Angulo de desfase mínimo del motor.....	293
$\varphi_2$ = Desfase de la corriente respecto a la f.e.m. rotórica.....	254
$\varphi_2$ = - del secundario reducido al primario.....	260
$(\cos \varphi)_{max}$ = Factor de potencia máxima del motor.....	293
$\psi$ = Recubrimiento polar.....	2
$\Omega$ = Velocidad angular mecánica.....	305
$\omega_x$ = - - del rotor.....	271

ÍNDICE DE MATERIAS

	Págs.
2.01 - CÁLCULO PARAMÉTRICO.....	3
2.01.01. Generalidades.....	3
2.01.02. Parámetros magnéticos.....	3
2.01.03. Parámetros eléctricos.....	4
2.01.04. Potencia de una máquina de corriente continua.....	4
2.01.05. Potencia de una máquina de corriente continua.....	6
2.01.06. Par de la máquina.....	9
2.01.07. Ejemplo.....	11
2.01.08. Significado térmico del producto paramétrico ( $q \Delta$ ).....	12
2.01.09. Caída óhmica de tensión y pérdidas relativas en el devanado del inducido.....	15
2.01.10. Ejemplo.....	17
2.01.11. F.e.m. de las máquinas de corriente alterna.....	18
2.01.12. Potencia de una máquina de corriente alterna.....	20
2.01.13. Par ficticio en las máquinas de corriente alterna.....	22
2.01.14. Eficacia relativa de los varios tipos de máquinas.....	23
2.01.15. Ejemplos.....	24
2.01.16. Caída óhmica de tensión y pérdidas relativas en los devanados de una máquina de corriente alterna.....	29
2.01.17. Ejemplo.....	31
2.01.18. Ecuación paramétrica de la caída de tensión relativa por reactancia de dispersión en las máquinas de corriente alterna.....	32
2.01.19. Ejemplo.....	33
2.01.20. F.e.m. de los alternadores en valor relativo.....	34
2.01.21. Expresión paramétrica de la f.e.m. ficticia de reacción transversal en los alternadores de polos salientes.....	35
2.01.22. F.e.m. de los transformadores.....	36
2.01.23. Potencia de los transformadores.....	39
2.01.24. Ejemplo.....	42
2.02 - CÁLCULO DE LAS MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA.....	43
2.02.01. Consideraciones generales.....	43
2.02.02. Inducción teórica en el entrehierro en vacío $\hat{B}_{hc}$ . Carga lineal específica $q$ .....	45
2.02.03. Volumen prismático del inducido.....	48
2.02.04. Ejemplos.....	48
2.02.05. Diámetro y longitud del inducido. Número de polos.....	50
2.02.06. Ejemplos.....	53

2.02.07.	Números de conductores de la máquina.....	56
2.02.08.	Arrollamiento del inducido.....	57
2.02.09.	Devanado ondulado simple.....	58
2.02.10.	Ejemplos.....	61
2.02.11.	Devanado imbricado simple.....	63
2.02.12.	Ejemplos.....	64
2.02.13.	Conexiones compensadoras en los arrollamientos imbricados.....	65
2.02.14.	Ejemplos.....	66
2.02.15.	Arrollamientos imbricados múltiples.....	67
2.02.16.	Doble colector.....	68
2.02.17.	Ejemplo.....	68
2.02.18.	Conexiones equipotenciales de los devanados imbricados dobles.....	69
2.02.19.	Arrollamientos en series paralelas.....	70
2.02.20.	Ejemplos.....	72
2.02.21.	Conexiones de equilibrio en los devanados series paralelas.....	74
2.02.22.	Número de ranuras.....	74
2.02.23.	Dimensiones de los dientes.....	75
2.02.24.	Ejemplos.....	76
2.02.25.	Dimensiones de los conductores.....	76
2.02.26.	Ejemplos.....	79
2.02.27.	Aislamiento de conductores y ranuras.....	80
2.02.28.	Altura radial del núcleo.....	81
2.02.29.	Ejemplo.....	81
2.02.30.	Colector.....	82
2.02.31.	Limitaciones en las máquinas de corriente continua.....	82
2.02.32.	Escobillas.....	85
2.02.33.	Ejemplos.....	85
2.02.34.	Longitud y calentamiento del colector.....	86
2.02.35.	Ejemplos.....	86
2.02.36.	Dimensiones complementarias. Longitud de las cabezas de bobinas $L_{cb}$ . Vuelo $v$ de las mismas.....	87
2.02.37.	Ejemplos.....	90
2.02.38.	Longitud radial del entrehierro.....	95
2.02.39.	Ejemplos.....	96
2.02.40.	Polos principales.....	97
2.02.41.	Ejemplo.....	99
2.02.42.	Dimensiones del yugo.....	99
2.02.43.	Ejemplo.....	100
2.02.44.	Comprobación de la conmutación.....	100
2.02.45.	Ejemplos.....	101
2.02.46.	Cálculo de los polos auxiliares.....	103
2.02.47.	Ejemplo.....	105
2.02.48.	Cálculo de las bobinas de excitación para los polos auxiliares.....	107
2.02.49.	Ejemplo.....	109
2.02.50.	Arrollamiento de compensación.....	111
2.02.51.	Ejemplo.....	112
2.02.52.	Calentamiento del inducido.....	113
2.02.53.	Ejemplos.....	116
2.02.54.	Calentamiento de las bobinas de excitación principales.....	117
2.02.55.	Ejemplo.....	119
2.03 -	CÁLCULO DE UNA MÁQUINA DE CORRIENTE CONTINUA.....	121
2.03.01.	Pauta de cálculo.....	121
2.03.02.	Datos.....	121

2.03.03.	Sistema inducido.....	123
2.03.04.	Colector.....	132
2.03.05.	Sistema inductor principal.....	134
2.03.06.	Complementos.....	136
2.03.07.	Sistema inductor auxiliar.....	139
2.03.08.	Excitación en vacío.....	144
2.03.09.	Excitación en carga.....	147
2.03.10.	Bobinas inductoras principales.....	150
2.03.11.	Rendimiento.....	153
2.04 -	DIMENSIONADO DE LAS MÁQUINAS SINCRÓNICAS.....	157
2.04.01.	Generalidades.....	157
2.04.02.	Parámetros fundamentales.....	157
2.04.03.	Influencia del par sobre las dimensiones del alternador.....	158
2.04.04.	Velocidad de giro.....	159
2.04.05.	Inducción máxima admisible en el entrehierro y carga lineal específica.....	161
2.04.06.	Elección del paso polar.....	162
2.04.07.	Diámetro y longitud del inducido.....	170
2.04.08.	Ejemplos.....	171
2.04.09.	Número de ranuras.....	176
2.04.10.	Devanados fraccionarios.....	176
2.04.11.	Devanados trifásicos fraccionarios en 1 capa sin ranuras muertas.....	177
2.04.12.	Ejemplos.....	180
2.04.13.	Devanados trifásicos fraccionarios en 1 capa con 3 ranuras muertas.....	182
2.04.14.	Ejemplo.....	186
2.04.15.	Devanados trifásicos fraccionarios en doble capa.....	188
2.04.16.	Ejemplo.....	191
2.04.17.	Dimensiones de los dientes.....	192
2.04.18.	Ejemplos.....	193
2.04.19.	Dimensiones de los conductores.....	194
2.04.20.	Ejemplos.....	195
2.04.21.	Aislamiento de conductores y ranura y distancias en el aire.....	196
2.04.22.	Altura radial del yugo.....	200
2.04.23.	Ejemplo.....	202
2.04.24.	Entrehierro.....	203
2.04.25.	Ejemplos.....	206
2.04.26.	Polos inductores.....	209
2.04.27.	Ejemplo.....	211
2.04.28.	Altura de la corona polar $h_m$ .....	211
2.04.29.	Ejemplo.....	212
2.04.30.	Calentamiento de las bobinas inductoras.....	213
2.04.31.	Ejemplos.....	214
2.04.32.	Dimensiones complementarias del inducido.....	215
2.04.33.	Ejemplos.....	218
2.05 -	CÁLCULO DE UN ALTERNADOR.....	222
2.05.01.	Resumen.....	222
2.05.02.	Datos principales.....	222
2.05.03.	Sistema inducido.....	223
2.05.04.	Sistema inductor.....	232
2.05.05.	Dimensiones complementarias del inducido.....	235
2.05.06.	Constante del inducido.....	237
2.05.07.	Reactancia de dispersión.....	240
2.05.08.	Excitación en vacío.....	242

	Pág.
2.05.09. Excitación a P.C. y cos $\varphi$ normal.....	245
2.05.10. Excitación en carga.....	248
2.05.11. Bobinas polares.....	249
2.05.12. Excitatriz.....	251
2.05.13. Rendimiento.....	251
<b>2.06. - CARACTERÍSTICAS DE LOS MOTORES ASÍNCRONOS.....</b>	<b>254</b>
2.06.01. Ecuaciones fundamentales del rotor.....	254
2.06.02. Ejemplo.....	257
2.06.03. Reducción del rotor al estator. Circuito equivalente.....	259
2.06.04. Diagrama circular.....	264
2.06.05. Representación de las características del motor sobre el diagrama circular.....	268
2.06.06. Pares del motor.....	271
2.06.07. Tratamientos de los motores de jaula.....	275
2.06.08. Corriente eficaz en los anillos.....	277
2.06.09. Suplemento longitudinal de las barras equivalente a los anillos de corto circuito.....	279
2.06.10. Expresión paramétrica de las caídas óhmicas relativas y del deslizamiento.....	281
2.06.11. Expresiones paramétricas de las caídas de reactancia relativas.....	284
2.06.12. Resistencia reactiva e impedancia de corto circuito. Corriente de arranque.....	286
2.06.13. Par de arranque en cortocircuito.....	289
2.06.14. Factor de potencia.....	291
2.06.15. Factor de potencia máximo.....	293
2.06.16. Par máximo o par basculante (par límite).....	294
2.06.17. Deslizamiento de máximo par $s_M$ .....	296
2.06.18. Corriente primaria de máximo par $I_{M1}$ .....	297
2.06.19. Potencia mecánica máxima.....	299
2.06.20. Deslizamiento de máxima potencia.....	301
2.06.21. Corriente primaria de máxima potencia útil $I_{p1}$ .....	302
2.06.22. Tiempo y par de aceleración.....	304
2.06.23. Ejemplo.....	309
2.06.24. Pérdidas durante el proceso de arranque.....	311
2.06.25. Pérdidas durante el proceso de frenado a contracorriente.....	314
2.06.26. Calentamiento de la jaula durante el arranque y el frenado a contracorriente.....	314
2.06.27. Ejemplo.....	315
2.06.28. Corriente magnetizante relativa.....	315
2.06.29. Ejemplo.....	317
2.06.30. Rotores de ranura profunda.....	332
2.06.31. Ejemplo.....	335
2.06.32. Rotor de doble jaula.....	339
2.06.33. Circuito equivalente del rotor.....	341
2.06.34. Resistencia y reactancia combinadas del rotor en función del deslizamiento.....	343
2.06.35. Resistencia y reactancia rotóricas de corto circuito correspondientes a las condiciones de marcha normal y de arranque.....	345
2.06.36. Evaluación de las constantes rotóricas.....	352
2.06.37. Corrientes del rotor.....	357
2.06.38. Cálculo de las características en los motores de doble jaula.....	359
2.06.39. Corriente de arranque del motor de doble jaula.....	362
2.06.40. Par de arranque del motor de doble jaula.....	363
2.06.41. Factor de potencia y deslizamiento a P.C. del motor de doble jaula.....	363
2.06.42. Características límites del motor de doble jaula.....	364
2.06.43. Ejemplo.....	364
<b>2.07. - CÁLCULO DE LAS MÁQUINAS ASÍNCRONAS.....</b>	<b>380</b>
2.07.01. Volumen del inducido.....	380

2.07.02. Inducción máxima $B_{\delta 0}$ admisibles en el entrehierro con f.e.m. igual a la tensión en bornes, onda senoidal y entrehierro liso.....	382
2.07.03. Carga lineal específica en el estator $q_1$ .....	383
2.07.04. Diámetro y longitud del inducido.....	384
2.07.05. Ejemplos.....	386
2.07.06. Número de ranuras.....	387
2.07.07. Reglas generales.....	389
2.07.08. Inducciones en el hierro.....	390
2.07.09. Dimensiones de los conductores.....	391
2.07.10. Ejemplos.....	392
2.07.11. Aislamiento de conductores y ranuras y distancias en el aire.....	394
2.07.12. Ranuras óptimas en el rotor.....	394
2.07.13. Entrehierro y dimensiones complementarias.....	398
<b>2.08. - CÁLCULO DE UN MOTOR TRIFÁSICO ASÍNCRONO DE CORTO CIRCUITO.....</b>	<b>399</b>
2.08.01. Generalidades.....	399
2.08.02. Datos principales.....	399
2.08.03. Estator.....	400
2.08.04. Dimensiones complementarias del estator.....	406
2.08.05. Constantes óhmicas del estator.....	408
2.08.06. Constantes inductivas del estator.....	411
2.08.07. Rotor de jaula simple.....	414
2.08.08. Constantes óhmicas del rotor de jaula simple.....	417
2.08.09. Constantes inductivas del rotor.....	419
2.08.10. Características de arranque.....	420
2.08.11. Características límites.....	421
2.08.12. Motor de anillos rozantes.....	422
2.08.13. Rotor.....	423
2.08.14. Estator.....	426
2.08.15. Características del motor bobinado.....	430
2.08.16. Cálculo como motor de ranura profunda y de doble jaula.....	430
<b>2.09. - DIMENSIONADO DE LOS TRANSFORMADORES.....</b>	<b>431</b>
2.09.01. Volumen por columna.....	431
2.09.02. Inducción máxima admisible en las columnas, en vacío.....	432
2.09.03. Carga lineal específica.....	433
2.09.04. Coeficiente de utilización $C$ del transformador.....	433
2.09.05. Diámetro y longitud del núcleo.....	434
2.09.06. Anchura de ventana $a$ .....	436
2.09.07.....	436
2.09.08. Sección de los conductores y calentamientos de los mismos.....	440
2.09.09. Ejemplos.....	443
2.09.10. Aislamiento y distancias aislantes (I).....	446
2.09.11. Pérdidas en el hierro y en el cobre.....	453
2.09.12. Cálculo del sistema de refrigeración. Transformadores en aceite.....	454
2.09.13. Cubas lisas.....	456
2.09.14. Ejemplo.....	457
2.09.15. Cubas onduladas.....	457
2.09.16. Ejemplos.....	459
2.09.17. Cajas de tubos.....	459
2.09.18. Ejemplo.....	461
2.09.19. Cajas lisas con radiadores adicionales.....	462

	Pág.
2.09.20. Ejemplo.....	464
2.09.21. Enfriamiento por ventilación forzada.....	465
2.09.22. Ejemplo.....	466
2.09.23. Refrigeración por serpentín de agua en la cuba.....	467
2.09.24. Ejemplo.....	470
2.09.25. Refrigeración por intercambiador de calor independiente.....	471
2.09.26. Constante de los transformadores-Circuito equivalente.....	472
2.09.27. Caídas de tensión absolutas en el transformador.....	479
2.09.28. Pérdidas de potencia en los devanados.....	479
2.09.29. Pérdidas y caídas óhmicas relativas en los arrollamientos.....	480
2.09.30. Ejemplo.....	482
2.09.31. Caída de reactancia en los bobinados.....	483
2.09.32. Permeancia específica de los transformadores.....	485
2.09.33. Ejemplos.....	491
2.09.34. Variación del voltaje con la carga en un transformador.....	500
2.09.35. Tensión de corto circuito.....	501
2.09.36. Ejemplo.....	502
2.10. - CÁLCULO DE UN TRANSFORMADOR.....	503
2.10.01. Generalidades.....	503
2.10.02. Datos principales.....	503
2.10.03. Dimensiones del núcleo.....	504
2.10.04. Bobinados.....	508
2.10.05. Distancias aislantes.....	510
2.10.06. Distribución del bobinado de B.T.....	512
2.10.07. Distribución del bobinado de A.T.....	513
2.10.08. Pérdidas en el hierro.....	515
2.10.09. Pérdidas en el cobre.....	516
2.10.10. Caída de tensión por resistencia.....	519
2.10.11. Permeancia específica.....	519
2.10.12. Calentamientos de los bobinados.....	524
2.10.13. Dimensiones de la cuba.....	524
2.10.14. Cálculo del sistema de refrigeración para el aceite.....	526
2.10.15. Caída de tensión por reactancia.....	531
2.10.16. Tensión de corto circuito.....	532
Índice de Símbolos.....	533
Índice de Materias.....	561

Otras obras publicadas por la  
**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE BARCELONA**  
 en colaboración con  
**MARCOMBO, S.A. de Boixareu Editores**

- **TEORÍA DE LÍNEAS ELÉCTRICAS**, por E. Ras  
 de potencia  
 de comunicación  
 para transmisión en continua  
 Volumen I-Regímenes senoidales
- **TEORÍA DE LÍNEAS ELÉCTRICAS**, por E. Ras  
 de potencia  
 de comunicación  
 para transmisión en continua  
 Volumen II-Regímenes no senoidales-Aplicaciones
- **ÁLGEBRA LINEAL**, por F. Puerta
- **INTRODUCCIÓN AL CONTROL DE PROCESOS POR ORDENADOR**,  
 por J. Corominas



Recibirá información general gratuita sobre obras de

ELECTRONICA

ELECTROTECNIA

AUTOMATICA

INFORMATICA

MECANICA

AUTOMOVILES

MATEMATICAS

AIRE ACONDICIONADO Y REFRIGERACION

ECONOMIA, etc.

remitiendo sus señas a

MARCOMBO, S. A.

**Boixareu Editores**

Avda. José Antonio, 594 (frente Universidad)

Barcelona-7

